

Виноградов Дмитрий Андреевич

**Электровихревое течение жидкого металла в полусферическом
контейнере при воздействии внешнего магнитного поля**

1.3.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва - 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Объединенном институте высоких температур Российской академии наук.

Научный руководитель:	Тепляков Игорь Олегович , кандидат технических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Объединенный институт высоких температур Российской академии наук»
Официальные оппоненты: (предполагаемые)	Колесниченко Илья Владимирович , доктор физико-математических наук старший научный сотрудник, «Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук» — филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук. Ячиков Игорь Михайлович , доктор технических наук, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение образования «Южно Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»
Ведущая организация: (предполагаемая)	Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Защита состоится ____ на заседании диссертационного совета 24.1.193.01 (Д 002.110.02), созданного на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Объединенного института высоких температур, по адресу 125412, г. Москва, Ижорская ул., д. 13, стр. 2

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Объединенного института высоких температур:

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные гербовой печатью, просьба направлять по адресу: 125412, г. Москва, Ижорская ул., д. 13, стр. 2, на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан (Дата)

Ученый секретарь диссертационного совета 24.1.193.01 (Д 002.110.02) кандидат физико-математических наук А.В.Тимофеев

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединенный институт высоких температур Российской академии наук, 2025

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

В современных условиях жесткие требования к энергоэффективности электрометаллургических агрегатов обуславливают устойчивый рост их мощности. Это, в свою очередь, усиливает проявление МГД-эффектов и вызывает формирование в токонесущем расплаве электровихревых течений, ЭВТ значительно меняет гидродинамическую картину внутри объема плавящегося металла, что напрямую влияет на энергоэффективность и качество выпускаемой продукции, эти аспекты обуславливают важность и актуальность исследования ЭВТ.

Задача от растекании электрического тока от точечного источника в цилиндрический или полусферический объем с жидким металлом, служит удобным объектом для модельных исследований электровихревых течений. Подобная конфигурация повторяет условия ряда промышленных процессов, от электрошлаковой сварки до электродугового и электрошлакового переплава, и поэтому обладает важными методическими преимуществами.

Одним из способов управления структурой ЭВТ является использование внешнего магнитного поля, в результате воздействия которого происходит существенная перестройка ЭВТ, и в зависимости от величины внешнего МП может привести как интенсификации, так и к подавлению ЭВТ. Поэтому целесообразно провести детальное исследование структуры и характеристик электровихревых течений под воздействием внешнего магнитного поля, так как полученные данные могут способствовать модернизации и повышению эффективности промышленных металлургических установок.

Степень разработанности темы исследования.

Электровихревые течения применительно к промышленной металлургии и их фундаментальные аспекты изучались исследователями в различных странах. Среди них можно выделить, авторов внесших наибольший вклад в исследование ЭВТ: Lundquist S. (Швеция), Sozou C., Davidson P. (Великобритания), Бояревич В., Щербинин Э., Жилин В., Власюк В., Чудновский А. (СССР), Harreman (Франция), Stefani F, Gerbert G., Шатров В., Weber N (Германия), Зиканов (США), Фрик П., Колесниченко И., Ячиков И., Казак О. (Россия) и др.

Исследования ЭВТ выполняются в различных институтах мира: ОИВТ РАН (Москва, Россия), University of Sheffield (Шеффилд, Великобритания), University of Cambridge (Кембридж, Великобритания), University of Latvia (Рига, Латвия), ИМСС УрО РАН (Пермь, Россия), МГТУ им.

Г.И. Носова (Магнитогорск, Россия), Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf (Дрезден, Германия), Universite Paris-Saclay (Орсэ, Франция) и др.

На момент начала исследований, посвященных настоящей работе, применительно к изучаемой нами постановкой задачи, были известны следующие аспекты о структуре и особенностях ЭВТ:

1. ЭВТ, в отсутствии внешних МП, представляет собой осесимметричный тороидальный вихрь, направленный вниз в области под малым электродом или дугой.
2. Течение вблизи малого электрода представляет собой затопленную струю.
3. Внешнее продольное магнитное поле приводит к возникновению азимутальной закрутки жидкого металла и образованию вторичных вихрей, которые противонаправлены основному течению.
4. Внешнее МП приводит к ослаблению основного течения и понижению осевой скорости в подэлектродной области.
5. Магнитное поле Земли так же, как и МП искусственного происхождения приводит к азимутальной закрутке течения.
6. При достаточно большом внешнем МП, тороидальное ЭВТ полностью подавляется вторичным течением.
7. При численном моделировании ЭВТ, электродинамическое приближение справедливо для $S < 10^{12}$ ($I \sim 30$ кА).
8. Свободная конвенция, при достаточно сильном перегреве некоторых областей с жидким металлом, может приводить к возникновению вторичных вихрей и колебаниям скорости из-за взаимодействия основного и вторичного течения.

Более подробное описание исследований, посвященных ЭВТ, представлено в главе 1.

Цели работы.

Целью текущей работы было исследовать особенности ЭВТ в широком диапазоне внешних МП, и тем самым расширить информацию о гидродинамической структуре ЭВТ при наличии внешнего МП. Исходя из вышеизложенного, вытекают задачи данной работы:

1. Разработать и изготовить системы компенсации МП Земли и генерации внешнего осевого магнитного поля.
2. Адаптировать термодиффузионную методику измерения скорости течения для токонесущей среды. Изготовить волоконно-оптический датчик скорости для исследования структуры ЭВТ.

3. Провести измерения осевой скорости жидкого металла корреляционным методом, в условиях наличия и компенсации МП Земли.
4. Исследовать границы применения различных МГД приближений при численном моделировании ЭВТ при влиянии внешнего МП.
5. Провести экспериментальные и численные исследования структуры и особенностей ЭВТ в диапазоне внешнего МП от 5×10^{-5} до 1 Тл

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Причиной, образования вторичного течения или уменьшения осевой скорости в полусферическом контейнере с эвтектическим сплавом In-Ga-Sn, является не только внешнее магнитное поле искусственного происхождения, но и МП Земли ($S = 10^7 - 2 \times 10^8$, $N = 0 - 1.7 \times 10^6$).
2. Период автоколебаний, возникающих при взаимодействии первичного и вторичного тороидального вихря в полусферическом контейнере, а так же время образования вторичного течения обратно пропорционально зависит от величины внешнего осевого магнитного поля ($S = 1.7 \times 10^8$, $N = 3.2 \times 10^6 - 3.2 \times 10^7$).
3. При наличии внешнего МП с индукцией $B_z \sim 1.25 \times 10^{-3}$ Тл ($St = 7.1 \times 10^{-3}$, $N = 9.8 \times 10^5$) и больше, следует использовать безындукционное приближение при численном моделировании ЭВТ.
4. Внешнее магнитное поле $B_z \sim 10^{-2}$ Тл ($St = 0.052$, $N = 7.8 \times 10^7$) и более, приводит к электромагнитному торможению течения, вызванного влиянием электрических токов, индуцированных движением электропроводящей среды.

Научная новизна.

В текущей работе, с использованием различных экспериментальных и численных методик была получена информация о структуре ЭВТ В более ранних работах, относительно диссертации, было исследовано влияние внешнего МП, однако исследования были либо недостаточно полными, либо проводились в узком диапазоне внешних МП.

Таким образом, впервые:

1. Применен термокорреляционный зонд для измерения скорости жидкого металла при наличии электрического тока в электропроводящей жидкости.
2. Получено, что МП Земли, так же как МП искусственного происхождения, может привести к уменьшению осевой скорости или к образованию восходящего тороидального вихря.
3. Изучены особенности автоколебаний жидкого металла в ЭВТ при наличии внешнего осевого МП.

4. Экспериментально получены данные о времени образования восходящего тороидального вихря в зависимости от величины внешнего МП.
5. Численным методом, получена граница раздела зон одновихревого и двухвихревого течения в координатах $B_{\text{внеш.}}(I)$.
6. Исследована применимость различных МГД приближений в ЭВТ при воздействии внешнего МП.
7. Выявлен эффект электромагнитного торможения ЭВТ под действием индуцированных электрических токов при воздействии сильного внешнего поля.
8. Получена структура течения в диапазоне внешнего МП от 5×10^{-5} до 1 Тл.

Достоверность результатов.

Численное моделирование выполнялось в коммерческой и проверенной среде Ansys Fluent, UDF и собственные программы были проверены на задачах имеющих аналитическое решение. Результаты физического моделирования имеют либо качественное, либо количественное согласование с расчетными данными, а ряд особенностей течения совпадает с работами других авторов.

Практическое значение.

В работе продемонстрирована возможность измерения корреляционным методом скорости потока жидкого металла при наличии электрического тока. Таким образом, этот подход пригоден и для измерения скорости в высокотемпературных промышленных агрегатах, а главным ограничением остаётся температурная стойкость применяемых термопар. Например, предельная рабочая температура вольфрам-ренийных термопар составляет около 2800 °С.

При численном моделировании электровихревых течений (ЭВТ) в присутствии внешнего магнитного поля следует использовать безындукционное приближение. Чем выше электрическая проводимость жидкого металла, тем при меньших величинах магнитного поля требуется использовать это приближение. Для сплава In–Ga–Sn безындукционное приближение целесообразно применять при внешнем МП $B_z > 1.25 \times 10^{-3}$ Тл.

В работе показано, что ЭВТ чрезвычайно чувствительно к величине внешнего МП, при этом в диапазоне внешнего МП от 5×10^{-5} до 1 Тл ($S = 10^7 - 10^9$, $N = 4 \times 10^5 - 10^{10}$, $St = 4 \times 10^{-5} - 10^5$), имеется два минимума интенсивности течения. Первый минимум связан с азимутальной закруткой течения и возникновением возвратного течения, а второй минимум – с электромагнитным торможением, из-за электрических токов, индуцированных движением электропроводящей среды.

Таким образом, эти явления следует учитывать при проектировании промышленных агрегатов, где внешнее МП используется как метод управления структурой ЭВТ.

Методология и методы исследования.

Численное моделирование ЭВТ выполнялось в среде Ansys Fluent. Для задания электромагнитной силы использовались подпрограммы UDF, написанные на языке C. Расчет магнитного поля был выполнен с использованием технологии NVIDIA CUDA и закона Био-Савара-Лапласа. С использованием собственной программы написанной на C++ Builder 6 запуск расчетов был автоматизирован, что позволило выполнять большое количество расчетов одновременно. Задачи были проверены на сеточную сходимость и устойчивость.

Измерения скорости жидкого металла проводились тремя различными методиками, а для записи данных использовался АЦП или видеокамера. Затем результаты обрабатывались на персональном компьютере, с использованием различных собственных программ, а так же с использованием различных библиотек, подключаемых к среде программирования.

Первая методика измерения скорости потока жидкого, это использование корреляционного зонда, состоящего из двух термопар. Второй способ, это применение волоконно-оптического датчика скорости. Так же для измерения азимутальной скорости течения на поверхности жидкого металла, использовался метод водородных меток.

Температура измерялась с использованием медно-константановых термопар корреляционного зонда, сигнал с которых усиливался и, при необходимости, фильтровался с использованием ФНЧ и ФВЧ Бесселя 3го порядка, затем сигнал записывался на жесткий диск использованием АЦП.

Более подробное описание применяемых методик численного и физического моделирования представлено в главах 2 и 3.

Апробация работы.

Результаты диссертационной работы обсуждались и докладывались на различных национальных и международных конференциях: международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва 2014), XIII Всероссийская школа-конференция с международным участием «Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики» (Новосибирск 2014), XXI Школа-семинар молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева (Санкт-Петербург 2017), седьмая и восьмая Российская

национальная конференция по теплообмену (Москва 2018 и 2022), II, III и IV Всероссийская научная конференция "Теплофизика и физическая гидродинамика" (Ялта 2017, 2018 и 2019), Russian conference on MagnetoHydroDynamics (Пермь 2018), Семинар вузов по теплофизике и энергетике: Материалы Всероссийской научной конференции с международным участием (Санкт-Петербург 2019).

Работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ №13-08-90444 укр-ф-а и РНФ №17-19-01745.

Соответствие паспорту специальности.

Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 1.3.14. «Теплофизика и теоретическая теплотехника» с отраслью физико-математические науки, по п.3 «Магнитная гидродинамика электропроводных сред».

Публикации.

Основные результаты диссертационной работы представлены в материалах конференций и статьях в научных изданиях [1-15], 10 из которых опубликованы в журналах рекомендованных ВАК.

Личный вклад автора.

Автор внес решающий вклад в изложенную диссертационную работу. Соискатель сам разработал и изготовил систему подавления МП Земли и систему генерации внешнего МП, корреляционный зонд и систему фильтрации сигналов. Диссертант либо сам проводил численные и экспериментальные исследования, либо принимал активное участие в работе.

Объем и структура работы.

Объем диссертации составляет 137 страниц, содержит 67 рисунков и 6 таблиц и включает в себя 101 ссылок на литературные источники. Диссертационная работа включает в себя введение, четыре главы и заключение.

Содержание работы.

Во введении приведены основные направления и процессы в которых имеют место ЭВТ, приведено описание методик экспериментального изучения этих течений, а так же изложена актуальность, новизна и цели диссертационной работы.

В первой главе проведен обзор литературы применительно к ЭВТ, рассмотрены теоретические, экспериментальные и расчетные работы, а так же отдельно проанализированы труды, посвященные ЭВТ при наличии внешнего осевого магнитного поля. В заключительной части литературного обзора показано место текущей диссертации среди работ других авторов.

Во второй главе описана экспериментальная установка и методы измерений скорости течения. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.

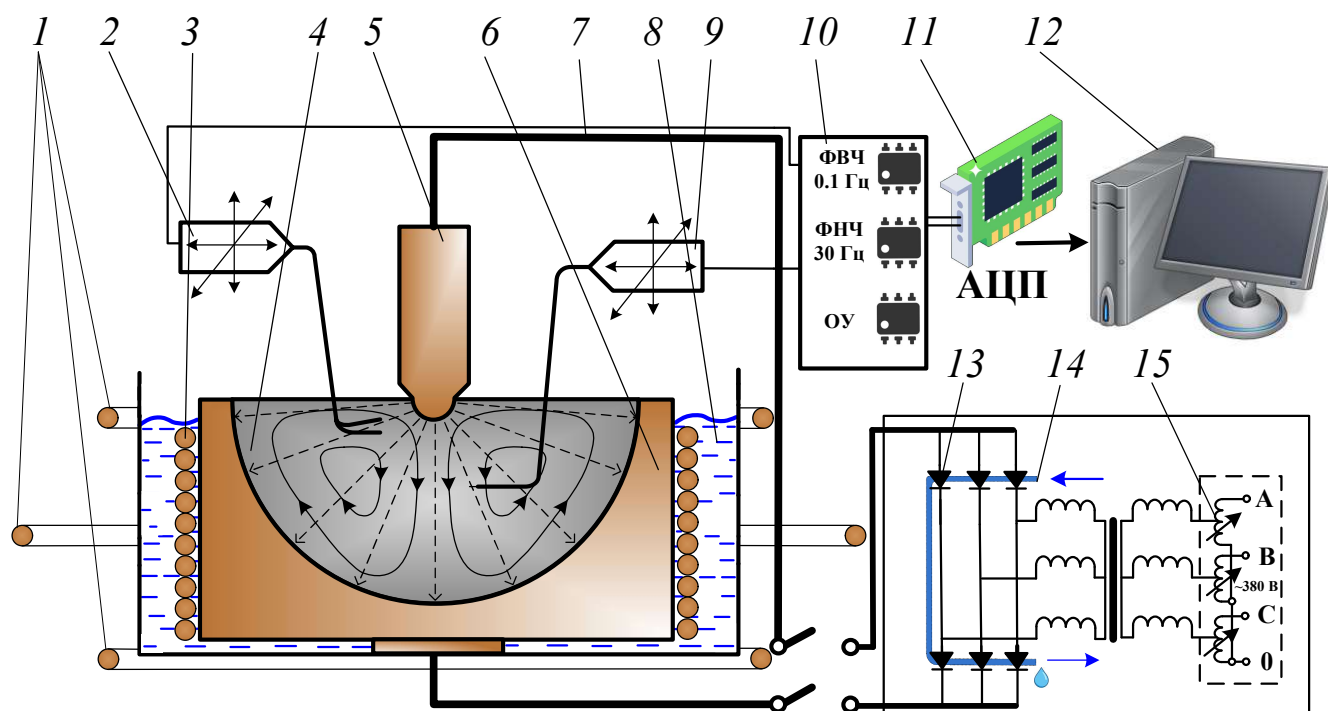


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 – катушка Максвелла, 2 – корреляционный зонд, 3 – соленоид, 4 – эвтектический сплав In-Ga-Sn, 5 – малый электрод, 6 – полусферический контейнер (большой электрод), 7 – токоподвод, 8 – охлаждающая жидкость, 9 – волоконно-оптический датчик скорости, 10 – усилитель и фильтры, 11 – аналогоцифровой преобразователь, 12 – ЭВМ, 13 – силовые диоды, 14 – рубашка охлаждения диодов, 15 – лабораторные автотрансформаторы.

Экспериментальная установка состоит из медного полусферического контейнера (большого электрода диаметром 188 мм), заполненного эвтектическим сплавом In-Ga-Sn. В центр полусферы введён малый полусферический электрод, погружённый на глубину, равную радиусу. Диаметр малого электрода может изменяться в пределах 1–20 мм. Постоянный ток подводится по токоподводу от источника, собранного по схеме Ларионова. Чтобы обеспечить надёжную работу выпрямительных диодов BV500, выполнялось их подключение к замкнутому контуру водяного охлаждения. Поля скорости и температуры жидкого металла регистрируются двумя независимыми методами. Во-первых, корреляционным датчиком для измерения средних скоростей в жидком металле, а так же температуры электропроводящей жидкости. Во-вторых, волоконно-оптическим датчиком скорости для тонких измерений осциллограмм скорости течения. Сигналы с зондов

поступают в восьмиканальный усилитель с регулируемым коэффициентом усиления 1–3000, где при необходимости проходят предварительную фильтрацию (ФНЧ и ФВЧ Бесселя 3го порядка). Далее данные оцифровываются с использованием АЦП (Ла-2М5 PCI или Ла-2М3 ISA) производства фирмы "Руднев-Шияев и сохраняются на жёсткий диск персонального компьютера для последующей обработки. Внешнее осевое магнитное поле создаётся соленоидом обеспечивающим индукцию 0.1 Тл при токе 100 А, что позволяет изучать влияние вертикального магнитного поля на электровихревое течение в расплаве.

Для измерения скорости и температуры использовался корреляционный зонд, схема которого приведена рис. 2а. Для зонда использовались трехпроводные медно-константановые термопары собственного изготовления, диаметр проводов составлял 0.08 мм, а диаметр чувствительного королька 0.3 мм. Расстояние между термопарами было измерено микроскопом МБС-10 и составляло $L = 4.7$ мм. Чувствительность термопар составляла 40мкВ/К. Провода были помещены в трубку из нержавеющей стали, которая была заземлена.

Принцип работы корреляционного зонда следующий рис. 2б. Турбулентный поток жидкого металла направлен по оси z и пульсация температуры приходит сначала на термопару 1, а затем спустя время $\tau_{\max}$ на вторую термопару. Сигналы с термопар поступают на АЦП персонального

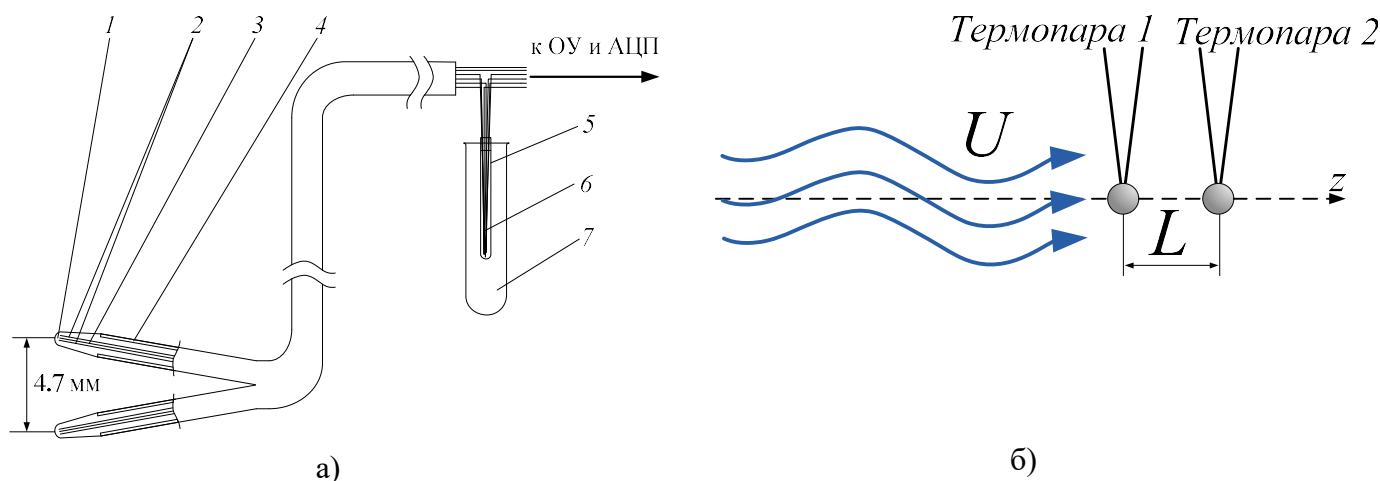


Рис. 2 а) Принципиальная схема корреляционного зонда. 1 – горячий спай термопары, 2 – медные провода, 3 – константановый провод, 4 - корпус (трубка из нерж. стали), 5 — стеклянная пробирка заполненная парафином, 6 — холодный спай термопары, 7 — сосуд Дьюара. б) Принцип измерения скорости корреляционным зондом.

компьютера, время сбора данных составляло 30-120 с (экспериментально было установлено, что такое время сбора данных является оптимальным для измерения скорости корреляционным методом). Затем выполнялся расчет корреляционной функции для сигналов с двух термопар.

Максимум корреляционной функции имеет смысл среднего времени задержки $\tau_{\max}$ прихода температурной пульсации на вторую термопару. Таким образом, средняя скорость рассчитывалась как $U_z = L/\tau_{\max}$.

Принципиальная схема волоконо-оптического датчика скорости представлена на рис. 3. Оптико-механическая часть преобразователя включается в себя стеклянный конус 1 диаметром ~ 1 мм и длиной ~ 10 мм, при этом диаметр вершины конуса составляет ~ 50 мкм. В тонкую часть конуса был помещен цилиндрический стеклянный указатель 2 диаметром ~ 20 мкм и длиной ~ 2 мм. Так же в стеклянный конус вставлены два Г-образных световода, таким образом, что конец стеклянного указателя находится в зазоре между световодами. От светодиода 4 свет проходил по световоду минуя воздушный зазор и попадал на фотодиод 5.

Под действием потока жидкого металла стеклянный конус изгибался и приводил к изменению положения стеклянного указателя, который затенял приемный световод. Таким образом, количество света на фотодиоде и электрический сигнал с него оказывались связанными со скоростью потока жидкого металла. Тарировка волоконно-оптического преобразователя скорости выполнялась в воздушной струе, а после тарировки выполнялся перерасчет характеристики датчика с воздуха на жидкий металл.

Скорость на поверхности жидкого металла определялась следующим образом, поверхность заливалась смесью 1:1 воды и 40% раствора серной кислоты, при этом происходила химическая реакция с оксидами индия, олова и галлия ($\text{Ga}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Ga}_2(\text{HSO}_4)_3 + \text{H}_2\text{O}$). После того как оксидная пленка полностью прореагировала, начиналась реакция с жидким металлом ($2\text{Ga} + 3\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Ga}_2(\text{SO}_4)_3 + 3\text{H}_2\uparrow$) и происходило выделение т.н. меток (пузырьков водорода). Для определения положения конкретного пузырька использовались специально подготовленные линейки рис. 4. Далее выполнялся процесс видео съемки с частотой 29.3 кадров/с на фотокамеру Canon 550D, а с использованием программы VirtualDub были получены отдельные кадры в виде картинок с расширением bmp. Затем полученные кадры обрабатывались в собственной программе, и определялась азимутальная скорость на поверхности жидкого металла.

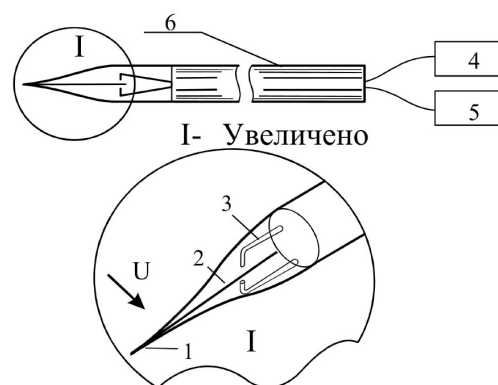


Рис. 3. а) Принципиальная схема корреляционного зонда. 1 - горячий спай термопары, 2 - константовый провод, 3 - клей, 4 - медные провода, 5 - корпус (трубка из нерж. стали), 6 — выход на усилитель, 7 — холодный спай термопары, 8 — стеклянная пробирка заполненная парафином, 9 — сосуд Дьюара.

Так же была проведена оценка погрешности измерений. Для корреляционного зонда, абсолютная погрешность определения температуры составляет 0.181°C , а скорости 6-15%, при этом в некоторых режимах погрешность достигала 35%, это связано с различной турбулизацией потока жидкого металла. Относительная погрешность ВОПС не превышает 10% в диапазоне измеряемых скоростей 50-200 мм/с. Типичная погрешность определения азимутальной скорости на поверхности жидкого металла составляла 7.5%.

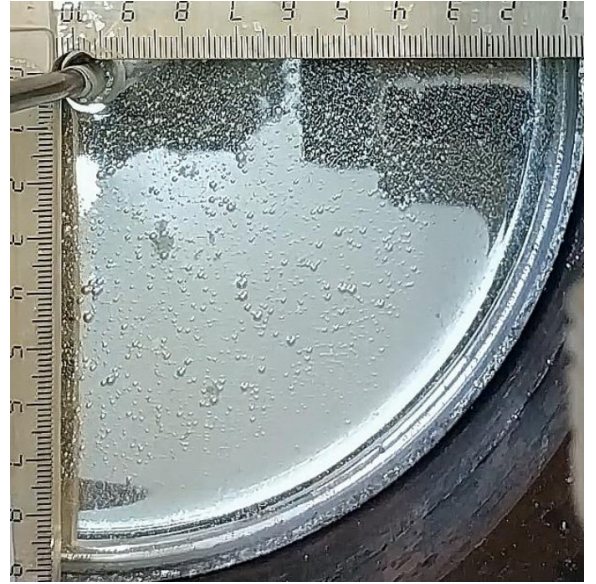


Рис. 4. Пузырьки водорода на поверхности жидкого металла In-Ga-Sn.

Третья глава описывает методы численного моделирования поля скорости ЭВТ. В работе решалось уравнение движения (1) с электромагнитной силой в качестве источника:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla) \mathbf{U} \right) = -\nabla p + \rho \nu \Delta \mathbf{U} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{эл.}}, \quad \mathbf{F}_{\text{эл.}} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

Здесь, $\mathbf{U}$ – скорость, t – время, p – давление, $\mathbf{g}$ – ускорение свободного падения, ρ – плотность, ν – вязкость, $\mathbf{F}_{\text{эл.}}$ – электромагнитная сила, $\mathbf{J}$ – суммарная плотность электрического тока, $\mathbf{B}$ – суммарное магнитное поле, созданное этим током.

Значение электромагнитной силы рассчитывалось, либо, когда это возможно, из аналитических выражений, либо с использованием уравнения Лапласа (2) и закона Био-Савара Лапласа (3):

$$\nabla(\sigma \nabla \Phi) = \nabla(\mathbf{U} \times \mathbf{B}), \quad \mathbf{J} = -\sigma \nabla \Phi, \quad (2)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{R}_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} \times (\mathbf{R}_0 - \mathbf{R})}{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}|^3} dV, \quad (3)$$

здесь, Φ – электрический потенциал (задавался $\Phi_1 = \Phi$ на верхней границе, и $\Phi_2 = 0$ на нижней границе), Здесь $\mathbf{R}_0$ – радиус-вектор точки, в которой ищется магнитное поле, $\mathbf{R}$ – текущая точка объёма, создающая МП, V – объём.

Численное моделирование выполнялось на различных сетках, в осесимметричной и трехмерной постановке. При этом использовались различные МГД приближения для вычисления электромагнитной силы (4):

$$\mathbf{F}_{\text{эл.}} = (\mathbf{J} + \mathbf{J}_{\text{инд.}}) \times (\mathbf{B}_{\text{ЭВТ.}} + \mathbf{B}_{\text{внеш.}} + \mathbf{B}_{\text{инд.}}), \quad (4)$$

здесь $\mathbf{J}_{\text{инд.}}$ – электрические токи, индуцированные движением электропроводящей среды, $\mathbf{B}_{\text{ЭВТ}}$ – собственное магнитное поле, созданное током проводимости $\mathbf{J}$, $\mathbf{B}_{\text{внеш.}}$ – внешнее магнитное поле (имеет только B_z компоненту), $\mathbf{B}_{\text{инд.}}$ – магнитное поле, созданное токами $\mathbf{J}_{\text{инд.}}$.

В случае использования электродинамического приближения пренебрегают электрическими токами, индуцированными движением жидкого металла ($\mathbf{J}_{\text{инд.}} = 0$, $\mathbf{B}_{\text{инд.}} = 0$). При использовании безындукционного приближения, учитываются электрические токи $\mathbf{J}_{\text{инд.}}$, но МП индуцированным этими токами пренебрегают ($\mathbf{B}_{\text{инд.}} = 0$). Когда решается полная МГД задача, учитываются и электрические токи $\mathbf{J}_{\text{инд.}}$ и созданное ими МП $\mathbf{B}_{\text{инд.}}$.

Следует отметить, что при решении уравнения движения с электромагнитной силой, вычисления производились на неструктурированной сетке с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности. Такая модель турбулентности обеспечивает наилучшее согласование с полученными нами экспериментальными результатами, по сравнению с RNG и $k-\epsilon$ моделью турбулентности. При решении уравнения движения использовались схемы 3-го порядка точности MUSCL. На границах объема с расплавом было задано условие твердой стенки ($\mathbf{U}=0$), а на верхней границе, либо условие стенки $\mathbf{U}=0$, либо свободной поверхности. Вычисления проводились в среде Ansys Fluent, а расчет магнитного поля и электромагнитной силы выполнялся с использованием своих собственных программ и подпрограмм

Основные используемые критерии подобия в ЭВТ представлены в таблице 1. Где длина R_2 характеризует линейный размер (радиус полусферического контейнера). Число S по сути является параметром ЭВТ, который имеет смысл интенсивности течения. Параметр N характеризует степень влияния внешнего МП, а число Стюарта St характеризует отношение плотности магнитного поля к количеству движения электропроводящей жидкости, с его помощью можно оценить, например влияние токов, индуцированных движением электропроводящей среды.

Таблица 1. Основные критерии подобия в ЭВТ.

Безразмерный параметр	Формула
Длина	R_2
Параметр S	$S = Re^2 = \mu_0 I^2 / \rho v_0^2$
Параметр N	$N = B_z I R_2 / \rho v_0^2$
Число Стюарта	$St = B^2 \sigma R_2 / \rho U$

Четвертая глава посвящена результатам исследования ЭВТ при влиянии внешнего МП различной величины. Были получены численно-экспериментальные данные о структуре и характеристиках ЭВТ без внешнего МП, при наличии магнитного поля Земли, изучен процесс образования вторичного противонаправленного тороидального вихря при наличии внешнего МП

умеренной величины, исследована применимость различных МГД приближений при численном моделировании ЭВТ с внешним МП, получена структура течения для МП до 1 Тл.

Результаты исследования ЭВТ при отсутствии внешних МП

Эксперименты по измерению осевой скорости в ЭВТ проводились без внешних МП. Однако, на установку действовало МП Земли ($B_z = 5 \times 10^{-5}$) и для компенсации его осевой компоненты использовалась катушка Максвелла, неоднородность МП которой не превышала 0.4%. Корреляционный зонд находился в жидком металле, а измерения проводились на оси симметрии $r=0$ и глубине $z = 20$ мм. Значение электрического тока составляло 100 – 450 А ($S = 10^7 - 2 \times 10^8$, $N = 0 - 1.7 \times 10^6$).

Была получена зависимость осевой скорости от величины электрического тока, пропускаемого через жидкий металл (рис. 5). С ростом электрического тока скорость течения возрастает. При наличии МП Земли наблюдается уменьшение осевой скорости жидкого металла, это связано с появлением азимутальной закрутки и перестройкой течения. Этот эффект ранее

наблюдался при влиянии МП искусственного происхождения (токоподводы, соленоид), а так же был выявлен при численных расчетах, однако экспериментально был получен впервые.

Результаты исследования вихреобразования в ЭВТ.

Экспериментальные исследования параметров течения выполнялись при значении внешнего МП $B_z = 10^{-4} - 10^{-3}$ Тл, а электрический ток, пропускаемый через жидкий металл, был равен $I = 400$ А ($S = 1.7 \times 10^8$, $N = 3.2 \times 10^6 - 3.2 \times 10^7$).

На первом этапе экспериментальных исследований были проведены измерения пульсаций температуры. Для увеличения температурных пульсаций использовался малый электрод, изготовленный из нержавеющей стали с диаметром $d = 5$ мм. Термопарный зонд был помещен в точку, расположенную на оси симметрии $r = 0$ мм и на глубине $z = 10$ мм. Сначала, помощью стабилизированного источника тока через соленоид пропускался электрический ток для генерации требуемого внешнего осевого МП, затем, включалась экспериментальная установка, и проводились измерения пульсаций температуры. В конце каждого эксперимента установка обесточивалась на 600 с и далее проводились исследования при других значениях внешнего МП.

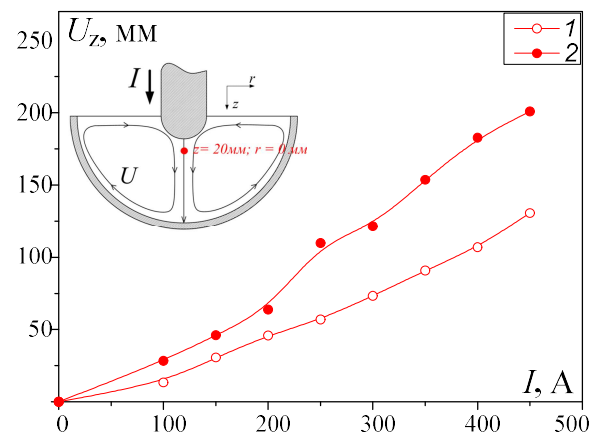


Рис. 5. Зависимость осевой скорости от электрического тока на глубине $z=20$ мм. 1 – катушка Максвелла выключена ($B_z = B_{зем.} = 5 \times 10^{-5}$ Тл), 2 – катушка Максвелла включена ($B_z = 0$ Тл).

Так же было выполнено численное моделирование гидродинамики ЭВТ. На всех границах жидкого металла было задано условие прилипания $U = 0$. Были получены поля скорости и линии тока жидкости от времени и получена структура ЭВТ (рис.6). При $B_z = 0$ Тл имеет место одиночный тороидальный вихрь. $B_z = 10^{-4}$ Тл образуется второй вихрь и вихри взаимодействуют друг с другом (автоколебания). В некоторых режимах течение может распадаться на несколько небольших вихрей, это т.н. застойный режим, когда интенсивность течения минимальна. С дальнейшим увеличением внешнего МП восходящий вихрь оттесняет первичный вихрь на периферию полусферической ванны и автоколебания скорости прекращаются. Численно и экспериментально была исследована зависимость периода автоколебаний от величины внешнего МП (колебания скорости в расчете и температуры в эксперименте). На рис. 7 представлена зависимость периода колебаний от величины внешнего МП. При этом численные и экспериментальные данные удовлетворительно согласуются, в обоих случаях наблюдается уменьшение периода колебаний с ростом величины внешнего МП.

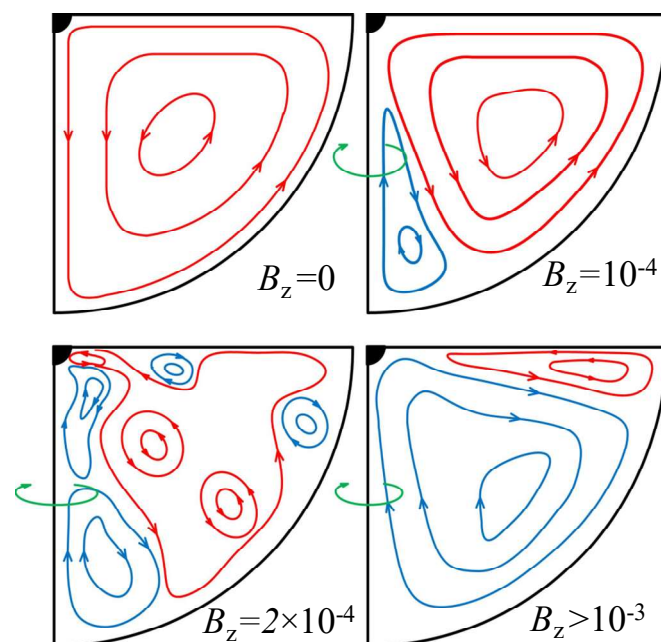


Рис. 6. Структура ЭВТ при различных внешних МП.

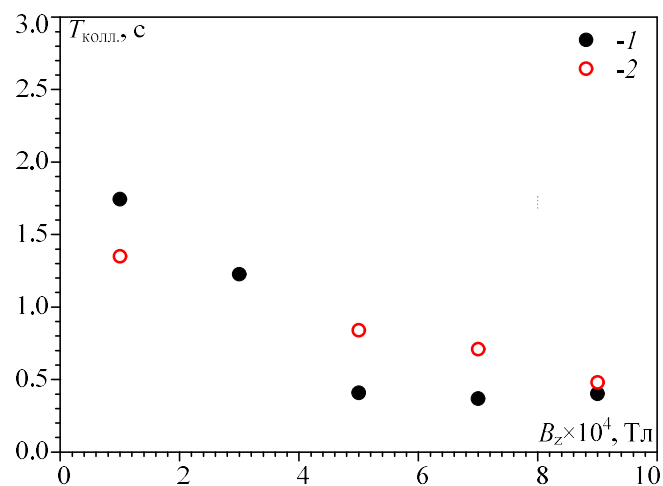


Рис. 7. Зависимость периода колебаний от внешнего МП. 1 - расчет, 2 - эксперимент.

Затем с использованием волоконно-оптического датчика скорости было исследовано время образования восходящего тороидального вихря в зависимости от величины внешнего МП. Датчик располагался на оси симметрии $r=0$ мм и на глубине $z = 10$ мм. Сначала были получены осциллограммы скорости жидкого металла, а затем зависимость времени образования вторичного вихря от времени. На рис. 8 представлена численно экспериментальная зависимость времени образования второго вихря от величины внешнего МП. При этом режим 1* это расчетное время образования второго вихря, однако, затем вихрь исчезает, далее второй вихрь образуется снова, после чего система приходит к квазистационарному режиму, время наступления которого

показано кривой 1 (результат численного моделирования) и кривой 2 (экспериментальный результат).

Затем было проведено численное исследование по определению границы раздела зон одновихревого и двухвихревого течений, в координатах $B_z(I)$ ($S = 10^3 - 10^9$, $N = 780 - 1.1 \times 10^7$). Расчеты были выполнены при различном отношении размеров малого и большого электродов (R_1/R_2). Результат представлен на рис. 9, при этом выше границы раздела имеет место двухвихревое течение, а ниже – одновихревое, при этом форма границ достаточно близка к зависимостям типа $y \sim A\sqrt{x}$. Следует отметить, что для электрических токов 100 и 200А при влиянии МП Земли, второй вихрь образуется, но время его появления велико $t \geq 700$ с, таким образом, в начальный момент времени имеет место одиночный тороидальный вихрь (со слабой азимутальной закруткой течения) как показано в экспериментах по измерению осевой скорости корреляционным зондом.

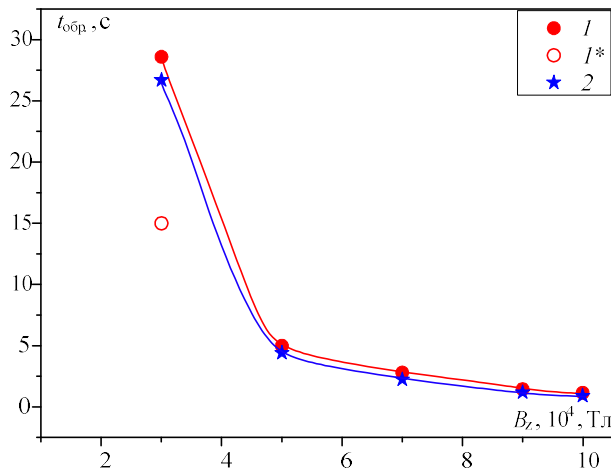


Рис. 8. Зависимость времени образования второго вихря от величины внешнего МП. 1 – расчет, 2 – эксперимент.

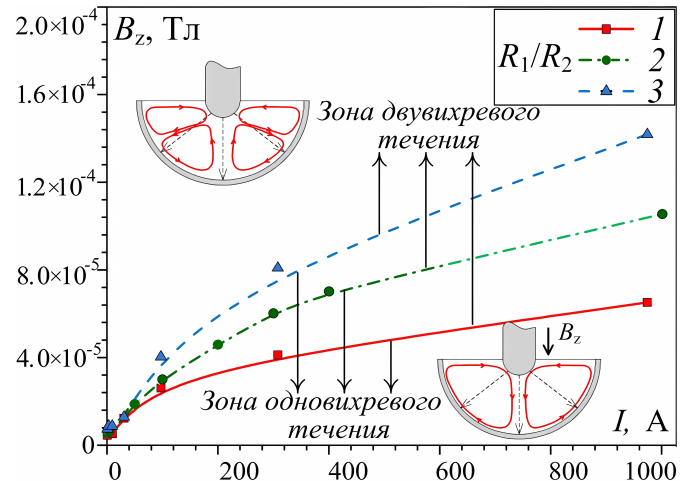


Рис. 9. Границы раздела зон одновихревого и двухвихревого течения. 1 – $R_1/R_2 = 1/10$, 2 – $1/37.6$, 3 – $1/100$.

Исследование применимости различных МГД приближений

Для экспериментально-численного исследования применимости электродинамического приближения были выбраны режимы, в которых сила электрического тока, пропускаемого через жидкий металл $I = 10$ А, а внешнее осевое магнитное поле менялось в диапазоне от 10^{-3} Тл до 2×10^{-2} Тл ($S = 10^5$, $N = 7.8 \times 10^5 - 1.6 \times 10^7$). Режим $I = 10$ А был выбран по причине того, что при таких токах азимутальная закрутка не проводила к прогибу поверхности под малым электродом.

На поверхность жидкого металла выливался водный раствор 40% серной кислоты в соотношении 1:1, в результате чего образовывались метки (пузырьки водорода) по которым определялась скорость закрутки жидкого металла.

Так же было выполнено численное моделирование гидродинамики ЭВТ. На всех границах, кроме поверхности жидкого металла, было задано условие прилипания $U = 0$, а на свободной поверхности металла принималось условие равенства нулю касательных напряжений. Окончание численного расчета соответствовало времени выхода стационар или квазистационар поля скорости жидкого металла.

На рис. 10 представлен график зависимости максимальной азимутальной скорости ($r = 10\text{ мм}$) от величины внешнего осевого МП, видно что разница между ЭД и БИ приближениями достигает 10% при внешнем МП $B_z = 1.25 \times 10^{-3} \text{ Тл}$ ($St = 7.1 \times 10^{-3}$, $N = 9.8 \times 10^5$). Следовательно, при таком и большем значении внешнего МП, следует выполнять численные расчеты, используя БИ приближение, поскольку ЭД приближение дает сильно завышенные и ошибочные значения азимутальной скорости.

Затем было решено проверить границы применимости БИ приближения. Как следует из уравнений для электромагнитной силы влияние индуцированных токов сильнее для металла с большой электропроводностью σ , поэтому были проведены расчеты для различных лабораторных жидких металлов, свойства которых представлены в таблице 2. Таким образом, были получены зависимости максимальных азимутальной и осевой скоростей от величины внешнего МП, в диапазоне от 5×10^{-2} до 1 Тл (рис. 11). При этом $St = 0.729 - 6 \times 10^4$, $N = 4 \times 10^7 - 8 \times 10^8$. Из графиков видно, что с ростом внешнего МП наблюдается рост скоростей, а при

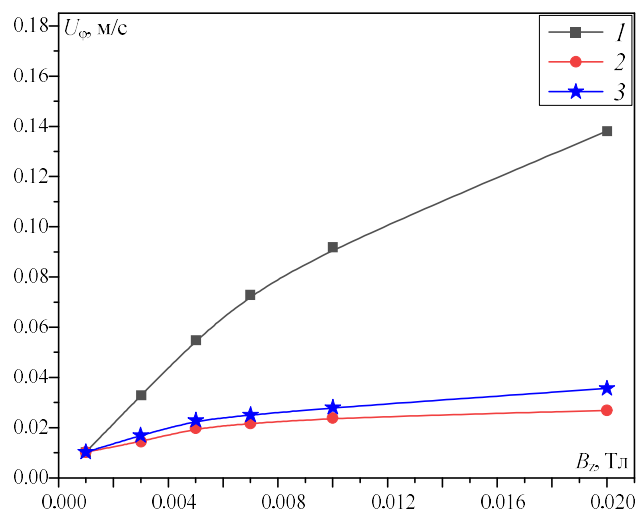


Рис. 10. Зависимость азимутальной скорости на поверхности жидкого металла от величины внешнего МП, $I = 10 \text{ А}$, $r = 10 \text{ мм}$. 1 – Расчет в ЭД приближении, 2 – расчет в БИ приближении, 3 – эксперимент.

Таблица 2. Физические свойства электропроводящих жидкостей

Жидкость	Электропроводность σ , см	Плотность ρ , кг/м ³	Вязкость ν , м ² /с
Hg	1×10^6	13600	10^{-7}
In-Ga-Sn	3.3×10^6	6450	4.3×10^{-7}
Na	10^7	930	7.7×10^{-7}

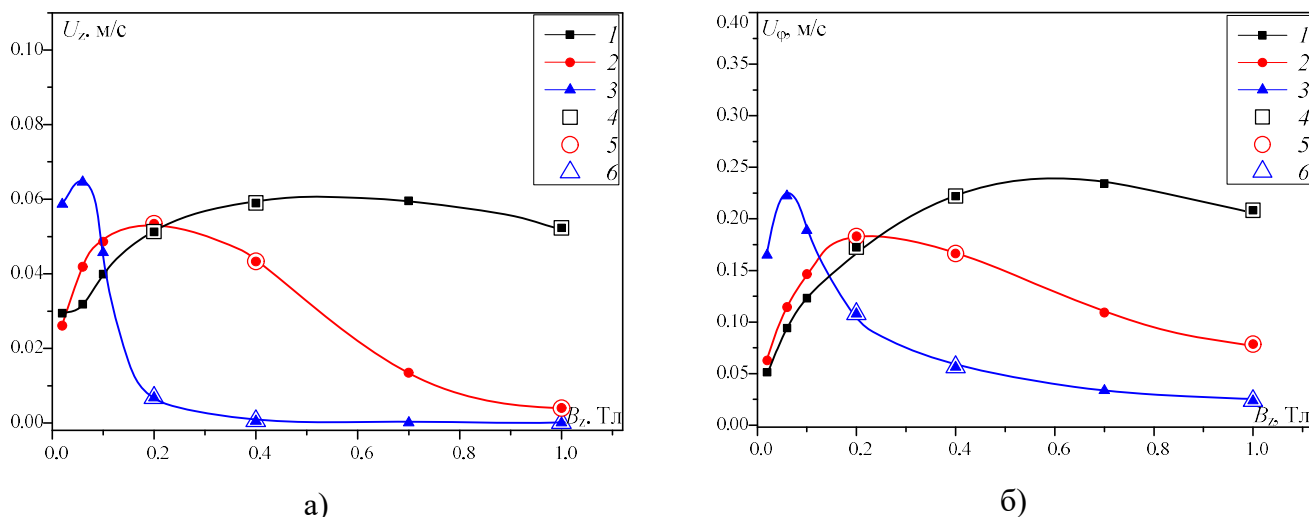


Рис. 11. а) Зависимость максимальной азимутальной скорости от внешнего МП. б) Зависимость максимальной осевой скорости от внешнего МП. БИ приближение: 1 – Hg, 2 – In-Ga-Sn, 3 – Na. Полная МГД задача: 4 – Hg, 5 – In-Ga-Sn, 6 – Na.

достижении некоторого значения МП, начинается уменьшение скоростей жидкого металла, это связано с тем, что индуцированные токи тормозят движение жидкости. Вместе с тем показано, что режимы с электрическими токами порядка десятков - сотен ампер и внешними МП порядка, 1 Тл не требуют решения полной МГД задачи.

Тем не менее, важно определить при каких электрических токах и внешних МП следует решать полную МГД задачу. Поэтому было проведено численное моделирование и получены зависимости азимутальной/осевой скоростей от величины электрического тока, пропускаемого через жидкий металл. Внешнее осевое МП было принято $B_z = 0.1$ Тл, а в качестве рабочей жидкости использовался натрий, как обладающий максимальной электропроводностью жидкий металл (рис. 12). Из графиков видно, что максимальные азимутальные скорости, при расчете в БИ приближении и полной МГД задачи, отличаются примерно на 1,5% при токе 12000 А, а различие между вычисленными осевыми скоростями достигает 10% при $I = 3000$ А. В данном случае на всех границах было задано условие твердой стенки (прилипания) $U = 0$. Отметим, что полученные скорости течения не достижимы даже в промышленной металлургии ($J \sim 5 \times 10^6$ А/м²), где значения плотности тока значительно меньше, чем в режимах, показанных на рис. 12 ($J \sim 4 \times 10^7$ А/м²). Поэтому для расчета ЭВТ в промышленных агрегатов достаточно использовать БИ приближение.

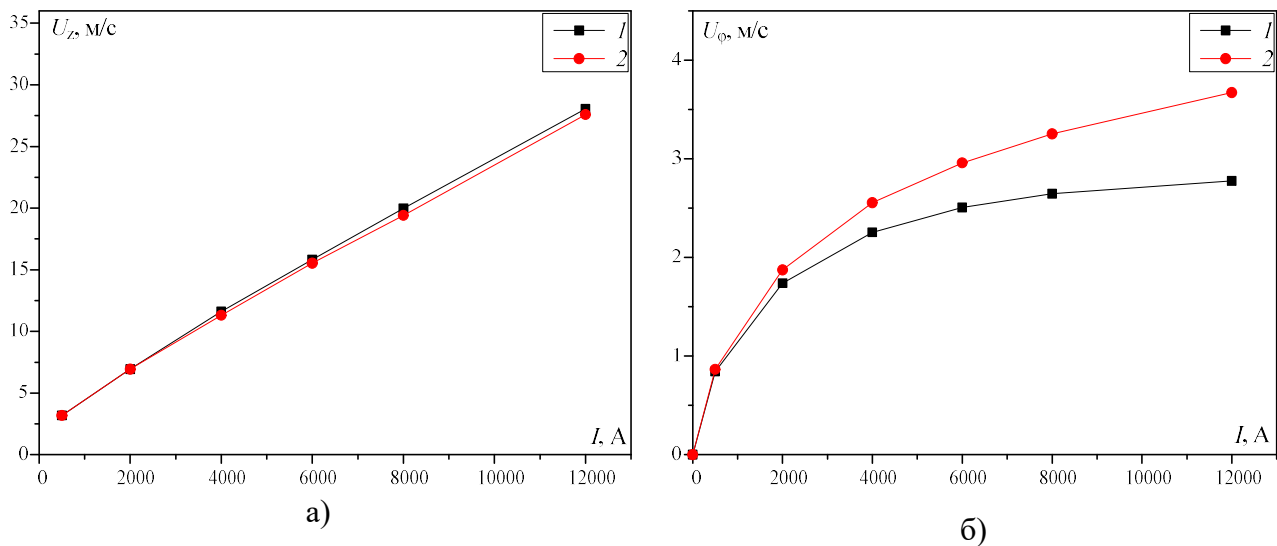


Рис. 12. а) Зависимость максимальной азимутальной скорости от электрического тока при внешнем МП 0.1 Тл (Na), б) зависимость максимальной осевой скорости от электрического тока при внешнем МП 0.1 Тл (Na). 1 – БИ приближение, 2 – Полная МГД задача.

Исследование параметров и структуры ЭВТ в широком диапазоне внешних МП.

Было выполнено численное моделирование гидродинамики ЭВТ в диапазоне электрических токов от 100 до 1000 А, и диапазоне внешних МП B_z от 5×10^{-5} до 1 Тл ($S=10^7 - 10^9$, $N=4 \times 10^5 - 7.8 \times 10^{10}$, $St = 4 \times 10^{-5} - 10^5$), следует отметить, что $B_z = 5 \times 10^{-5}$ Тл соответствует МП Земли. На всех границах задано условие прилипания $\mathbf{U} = 0$. Численное моделирование выполнялось с использованием БИ приближения. Было получено поле скорости течения жидкого металла, а так же структура течения с использованием линий тока скорости. Так же были вычислена полная кинетическая энергия системы для каждого режима:

$$E_k = \frac{\rho}{2} \int_V |\mathbf{U}|^2 dV. \quad (5)$$

Зависимость полной кинетической энергии от величины внешнего МП представлена на рис. 12а, при этом, горизонтальная ось поделена на зоны, и каждая из них соответствует определенной структуре течения. Рассмотрим зону I, при значении электрического тока $I = 100$ А и $I = 200$ А с внешним МП $B_z = 5 \times 10^{-5}$ Тл имеет место течение с двумя тороидальными вихрями. Для режимов $I = 400 - 1000$ А имеет место система из одного тороидального вихря при $B_z < 10^{-4}$ Тл или $B_z < 2 \times 10^{-4}$ Тл соответственно. Таким образом, для электрических токов $I = 400 - 1000$ А внешнего МП $B_z = 5 \times 10^{-5}$ Тл недостаточно для образования второго вихря. Восходящий вихрь образуется, при больших значениях внешнего МП, по сравнению с режимами $I = 100$ А и $I = 200$ А. Поэтому зоне I соответствует структуре течения приставленной на рис. 12б (одионый тороидальный вихрь со слабой азимутальной закруткой течения). Зоны II – III соответствуют минимуму полной

кинетической энергии течения и началу зоны двухвихревого течения, при этом в некоторых режимах течение может распадаться на несколько небольших вихрей рис. 4.16б III. Таким образом, течение в этих зонах имеет либо вид II, либо вид III. Зона IV соответствует подавлению первичного тороидального вихря вторичным и оттеснением его на периферию контейнера с жидким металлом рис. 4.16б IV. Вместе с тем, полная кинетическая энергия начинает возрастать и достигает максимума при внешнем МП $B_z \sim 10^{-2}$ Тл при этом для больших токов характерен небольшой сдвиг максимума вправо по горизонтальной оси рис. 4.16а. В зоне V кинетическая энергия течения начинает уменьшаться, это связано с электромагнитным торможением течения под действием индуцированных токов. Структура течения имеет вид, представленный на рис. 4.16б V, где имеется только восходящий тороидальный вихрь, который полностью подавил первичный. Затем, течение ужимается в область расположенную под малым электродом (ось симметрии) рис. 4.16б VI. В остальном объеме образуется застойная зона и интенсивность течения минимальна.

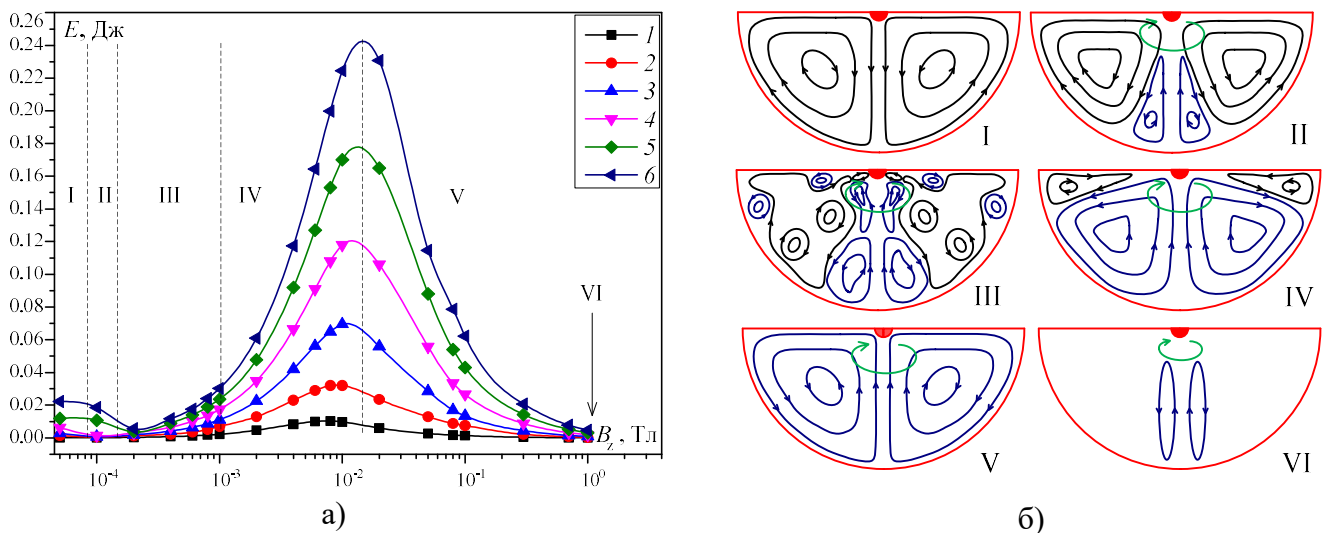


Рис. 12. а) Зависимость полной кинетической энергии течения от внешнего осевого МП, 1 – 100А, 2 – 200А, 3 – 400А, 4 – 600А, 5 – 800А, 6 – 1000А. б) изменение структуры ЭВТ с ростом внешнего МП.

Зависимость азимутальной скорости от внешнего магнитного поля представлена на рис. 13. Для случая $r = 10$ мм - азимутальная скорость увеличивается до максимума (диапазон внешнего МП $B_z \sim 2 \times 10^{-1} - 7 \times 10^{-1}$ Тл) и затем уменьшается. Такая же ситуация и для случая $r = 80$ мм, но диапазоны максимума азимутальной скорости составляют $B_z \sim 8 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-2}$ Тл. При сильном внешнем магнитном поле (~ 0.2 Тл) имеется зона течения вблизи малого электрода (где течение достаточно интенсивно) и зона течения вблизи большого электрода (течение подавлено внешним магнитным полем).

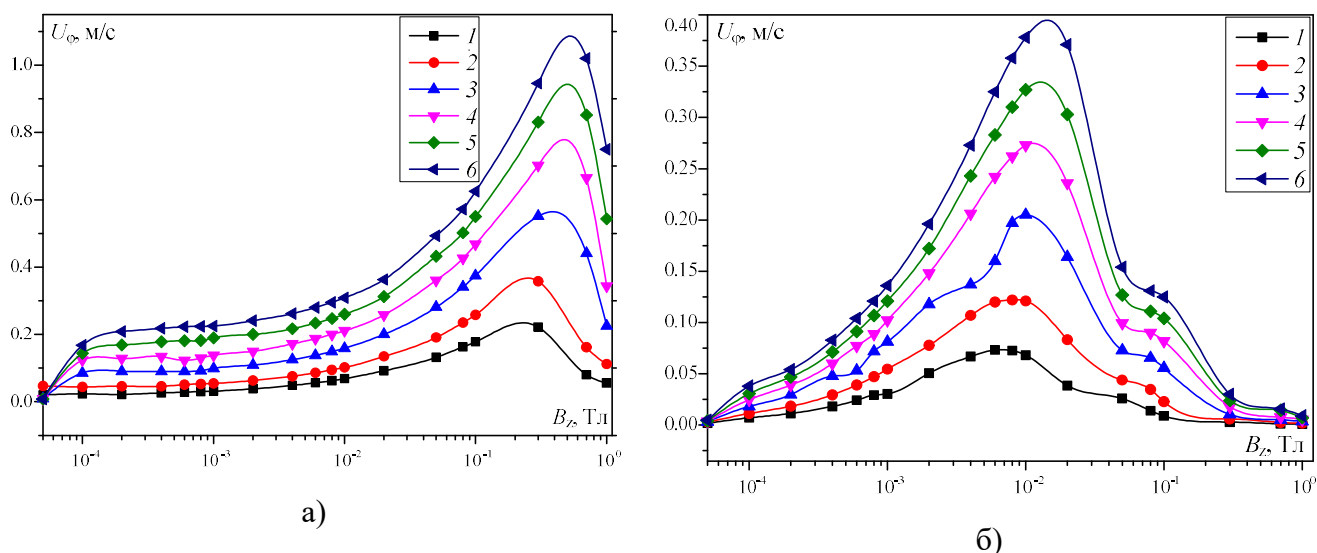


Рис. 13. Зависимость азимутальной скорости от внешнего осевого МП на поверхности жидкого металла $z=0$ мм. а) Расстояние от оси симметрии $r = 10$ мм, б) $r = 80$ мм.

Для апробации численной модели, был проведен эксперимент и получена зависимость азимутальной скорости от величины внешнего МП при электрическом токе $I = 100$ А. Измерения проводились с использованием водородных меток в точке $z = 0$ (поверхность жидкого металла) и $r = 80$ мм. При этом в численном расчете граничное условие на поверхности жидкого металла было изменено с условия прилипания на условие равенства нулю касательных напряжений. Результаты, представленные на рис. 14, показывают, что как численно, так экспериментально наблюдается максимум азимутальной скорости при внешнем МП $\sim 10^{-2}$ Тл ($S = 10^7$, $St = 0.052$, $N = 7.8 \times 10^7$), а затем скорость начинает уменьшаться.

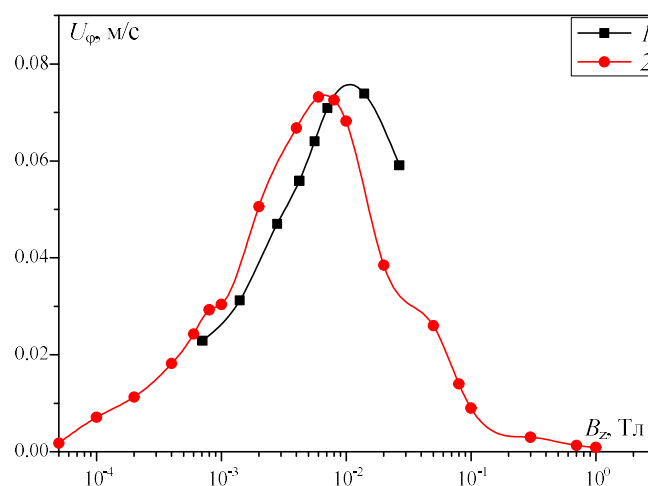


Рис. 14. Сравнение численных и экспериментальных данных для азимутальной скорости течения при $I = 100$ А, $r=80$ мм. 1 – Эксперимент, 2 – расчет.

Заключение

Изготовлена система компенсации МП Земли, так же корреляционный метод адаптирован для измерения скорости в металлической среде с протекающим электрическим током. Исследование проведено для электрических токов $100 - 450$ А ($S = 10^7 - 2 \times 10^8$, $N = 0 - 1.7 \times 10^6$). Получены зависимости осевой скорости от электрического тока к компенсации и без МП Земли.

Экспериментально показано, что МП Земли приводит к уменьшению осевой скорости под малым электродом. Таким образом, уменьшение осевой скорости может быть вызвано не только МП искусственного происхождения, но МП Земли.

Изготовлена система создания внешнего МП с индукцией до 0.1 Тл. Расчеты и эксперименты проводились для электрического тока 400А и МП $10^{-4} - 10^{-3}$ Тл ($S = 1.7 \times 10^8$, $N = 3.2 \times 10^6 - 3.2 \times 10^7$). Исследованы характеристики автоколебаний в жидком металле, которые вызваны взаимодействием первичного и противонаправленного вторичного тороидальных вихрей. Показано, что период и амплитуда автоколебаний обратно пропорционально зависит от величины внешнего МП. Изготовлен волоконно-оптический датчик скорости, с помощью которого исследовано время образования восходящего вихря от величины внешнего МП. Показано, что время образования вторичного вихря уменьшается с ростом значения внешнего МП.

Методом численного моделирования получена граница раздела зон одновихревого и двухвихревого течения для электрических токов 1 – 1000А ($S = 10^3 - 10^9$, $N = 780 - 1.1 \times 10^7$), выявлено, что при электрических токах порядка 100 - 200А, МП Земли приводит к образованию вторичного вихря. Таким образом, показано, что причиной образования вторичного вихря может быть как МП Земли, так и МП искусственного происхождения (созданное соленоидом).

Разработана методика расчета ЭВТ в БИ приближении и решения полной МГД задачи. Выявлено, что при внешнем МП 1.25×10^{-3} Тл ($St = 7.1 \times 10^{-3}$, $N = 9.8 \times 10^5$) и более, требуется использовать БИ приближение, поскольку ЭД приближение дает сильно завышенные и ошибочные расчетные значения скорости. Так же получено, что для большинства промышленных и лабораторных задач, достаточно использовать БИ приближение, поскольку решение полной МГД задачи требуется при плотностях токах $J \sim 4 \times 10^7$ А/м², что примерно на порядок превышает типичные значения электрические токи в промышленных агрегатах ($J \sim 5 \times 10^6$ А/м²).

Исследована структура и характеристики ЭВТ в широком диапазоне внешних МП от 5×10^{-5} до 1 Тл ($S = 10^7 - 10^9$, $N = 4 \times 10^5 - 7.8 \times 10^{10}$, $St = 4 \times 10^{-5} - 10^5$). Выявлено, что при малых МП (до $\sim 10^{-4}$ Тл) имеет место одновихревая структура течения. При этом показано, что МП, при котором происходит переход от одновихервой структуры течения к двухвихревой, зависит от величины электрического тока, пропускаемого через жидкий металл. В диапазоне внешних МП от $\sim 10^{-4}$ Тл до $\sim 10^{-3}$ Тл течение имеет двухвихревую структуру, при этом может распадаться на несколько малых вихрей. Так же в этом диапазоне внешних МП наблюдается минимум полной кинетической энергии, а и следовательно слабая интенсивность течения. Затем интенсивность течения возрастает, в связи с увеличением азимутальной скорости течения. При этом восходящий вихрь оттесняет первичный на периферию контейнера с жидким металлом. Внешнее МП $\sim 10^{-2}$ Тл ($St =$

0.052, $N = 7.8 \times 10^7$) соответствует максимуму полной кинетической энергии течения. При дальнейшем возрастании МП начинается электромагнитное торможение течения, при этом восходящий вихрь сжимается в область малым электродом.

Публикации автора по теме диссертации

1. Ивочкин, Ю. П. Экспериментальное и численное исследование автоколебаний в электровихревом течении жидкого металла / Ю. П. Ивочкин, И. О. Тепляков, Д. А. Виноградов // Тепловые процессы в технике. — 2015. — Т. 11, №12. — С. 539–545.
2. Ивочкин, Ю. П. Численный расчёт магнитного поля с использованием технологии CUDA применительно к моделированию электровихревых течений / Ю. П. Ивочкин, Д. А. Виноградов, И. О. Тепляков // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. — 2015. — Т. 2. — С. 13–18.
3. Ivochkin, Yu. Investigation of self-oscillations in electrovortex flow of the liquid metal / Yu. Ivochkin, I. Teplyakov, D. Vinogradov // Magnetohydrodynamics. — 2016. — Vol. 52. — P. 277–286.
4. Vinogradov, D. Investigation of the Taylor vortices in electrovortex flow / D. Vinogradov, Yu. Ivochkin, I. Teplyakov // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — Vol. 891. — P. 012059.
5. Vinogradov, D. Influence of the external magnetic field on hydrodynamic structure of the electrovortex flow in hemispherical container / D. Vinogradov, I. Teplyakov, Yu. Ivochkin, I. Klementyeva // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — Vol. 899. — P. 082006.
6. Ивочкин, Ю. П. О различных магнитогидродинамических приближениях при моделировании электровихревых течений / Ю. П. Ивочкин, И. О. Тепляков, Д. А. Виноградов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. — 2018. — Т. 7. — С. 18–23.
7. Vinogradov, D. On the applicability of the electrodynamic approximation in the simulation of the electrovortex flow in the presence of an external magnetic field / D. Vinogradov, I. Teplyakov, Yu. Ivochkin, A. Kharicha // Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — Vol. 1128. — P. 012112.
8. Teplyakov, I. Experimental and numerical investigation of the instability of the electrovortex flow in hemispherical container / I. Teplyakov, D. Vinogradov, Yu. Ivochkin, I. Klementyeva // Fluid Dyn. Res. — 2018. — Vol. 50. — P. 051415.
9. Vinogradov, D. Numerical simulation of the electrovortex flow in the non-inductive approximation under the influence of an external magnetic field / D. Vinogradov, I. Teplyakov, Yu. Ivochkin // Journal of Physics: Conference Series. — 2019. — Vol. 1359. — P. 012021.

10. Teplyakov, I. Applicability of the different MHD-approximations in the simulation of the electrovortex flow / I. Teplyakov, D. Vinogradov, Yu. Ivochkin, A. Kharicha, P. Serbin // Magnetohydrodynamics. — 2018. — Vol. 4. — P. 403–416.
11. Vinogradov, D. Study of modes of electrovortex flow in a wide range of external magnetic field magnitudes / D. Vinogradov, I. Teplyakov, Yu. Ivochkin // Magnetohydrodynamics. — 2019. — Vol. 55. — P. 455–464.
12. Vinogradov, D. Numerical simulation of the electrovortex flow in the non-inductive approximation under the influence of an external magnetic field / D. Vinogradov, I. Teplyakov, Yu. Ivochkin // Journal of Physics: Conference Series. — 2019. — Vol. 1359. — P. 012021.
13. Teplyakov, I. Experimental Study of the Velocity of the Electrovortex Flow of In-Ga-Sn in Hemispherical Geometry / I. Teplyakov, D. Vinogradov, Yu. Ivochkin // Metals-Basel. — 2021. — Vol. 11. — P. 1806.
14. Teplyakov, I. Application of the video correlation method to measure the velocity on the surface of a liquid metal / I. Teplyakov, D. Vinogradov, I. Klementyeva, Yu. Ivochkin // Journal of Physics: Conference Series. — 2021. — Vol. 2057. — P. 012020.
15. Vinogradov, D. Calculation of the Magnetic Field of a Current-Carrying System / D. Vinogradov, I. Teplyakov, Yu. Ivochkin // Mathematics. — 2023. — Vol. 17. — P. 3523.