

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

на правах рукописи
УДК 533.9...1

Трухачёв Фёдор Михайлович

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ АКУСТИЧЕСКОГО ТИПА С
ЗАРЯЖЕННЫМИ ЧАСТИЦАМИ В ПЛАЗМЕ**

1.3.9 – физика плазмы

Диссертация, на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук
Васильев Михаил Михайлович

Москва - 2023

Оглавление

Введение.....	5
Глава 1. Развитие теоретических методов анализа солитонов акустического типа в плазме.....	15
1.1 Ионно-звуковые солитоны. Основные уравнения.....	16
1.1.1 Линейная теория, дисперсионное уравнение, дрейф Стокса.....	17
1.1.2 Нелинейная теория, уравнение КДВ.....	21
1.1.3 Нелинейная теория, метод псевдопотенциала Сагдеева.....	25
1.1.4 Одночастичное приближение.....	35
1.2 Электронно-акустические солитоны.....	40
1.3 Пыле-акустические солитоны.....	43
1.3.1 Метод псевдопотенциала Сагдеева.....	44
1.3.2 Новый подход к анализу пыле-акустических солитонов с самосогласованным зарядом пылевых частиц.....	48
1.3.3 Ультамедленные пыле-акустические солитоны.....	58
1.3.4 Новая методика оценки радиуса Дебая в пылевой плазме.....	65
Выводы к главе 1.....	70
Глава 2. Классические (консервативные) солитоны.....	72
2.1 Односторонний перенос вещества как свойство солитонов акустического типа.....	74
2.1.1 Одночастичное приближение (несамосогласованная задача).....	78
2.1.2 Солитонные ионные токи (самосогласованная задача).....	79
2.1.3 Лагранжево описание движение.....	82
2.1.4 Альтернативные механизмы переноса, элетронно- и пыле-акустические солитоны.....	83
2.2 Плазменные токи, индуцированные ионно-звуковыми солитонами.....	85
2.2.1 Группа ионно-звуковых солитонов.....	90

2.2.2	Ионно-звуковые солитоны. Учёт захваченных электронов.....	93
2.3	Плазменные токи, индуцированные электронно-акустическими солитонами.....	99
2.4	Влияние солитонов на функции распределения фоновой плазмы.....	102
2.4.1	Функции распределения ионов по скоростям. Усреднение по ансамблю.....	103
2.4.2	Функции распределения ионов по скоростям. Усреднение по времени.....	112
2.4.3	Функции распределения ионов по скоростям. Усреднение по времени. Приближение малых амплитуд.....	117
2.4.4	Функции распределения по энергиям, возмущенные солитонами...	120
	Выводы к главе 2.....	124
	Глава 3. Диссипативные солитоны.....	127
3.1	Микродинамические и термодинамические свойства диссипативных пыле-акустических солитонов.....	129
3.1.1	Энергетический баланс диссипативных пыле-акустических солитонов в термодинамически открытой системе.....	138
3.2	Упругое и неупругое рассеяние заряженных частиц пыле-акустическими солитонами.....	141
3.2.1	Консервативный случай $\Omega=0$, упругое рассеяние частиц.....	150
3.2.2	Диссипативный случай $\Omega\neq 0$, неупругое рассеяние частиц.....	153
3.3	Новый колебательный процесс в плазме.....	154
3.3.1	Численное моделирование.....	154
3.3.2	Новый колебательный процесс в плазме, линейное приближение...	160
	Выводы к главе 3.....	163
	Глава 4. Интерпретация экспериментальных результатов.....	165
4.1	Ускорение заряженных частиц диссипативным пыле-акустическим солитоном.....	165

4.1.1 Экспериментальная установка и результаты наблюдений.....	165
4.1.2 Теоретическая интерпретация экспериментальных результатов.....	173
4.2 Пыле-акустические волны в ультрахолодной многокомпонентной пылевой плазме при $T \approx 2\text{K}$	178
4.2.1 Результаты наблюдений.....	180
4.2.2 Теоретическая интерпретация экспериментальных результатов.....	184
4.3 Нелинейные пыле-акустические волны в околоидеальной (газоподобной) криогенной пылевой плазме тлеющего разряда.....	191
4.3.1 Результаты наблюдений.....	193
4.3.2 Пыле-акустические волны.....	195
Выводы к главе 4.....	200
Заключение.....	204
Литература.....	211
Благодарности.....	240

ВВЕДЕНИЕ

Согласно современным представлениям, плазмой является частично или полностью ионизированное вещество в объеме с характерными размерами, значительно превышающими радиус Дебая. Плазма является четвертым агрегатным состоянием вещества, в котором находится 99.9% барионной материи Вселенной. Дальнодействующие кулоновские силы обуславливают межчастичное взаимодействие заряженных частиц плазмы. И хоть это взаимодействие, в основном, ограничивается масштабами порядка радиуса Дебая, тем не менее, оно является причиной разнообразных коллективных явлений, в том числе волн. Плазму характеризует большое количество волновых мод. При этом волновые процессы играют огромную роль в динамике плазмы [1]. В неравновесной плазме при наличии источников энергии волны быстро достигают нелинейного уровня, переводя плазму в турбулентное состояние. Одним из классов нелинейных волн являются солитоны, исследованию свойств которых посвящена настоящая работа.

Солитоном называют уединенную нелинейную волну, существование которой возможно благодаря балансу нелинейности и дисперсии [2]. Впервые, феномен был описан Джоном Скотом Расселом в 1834 году [3,4], который наблюдал уединенные волны на поверхности канала Эдинбург - Глазго. Изначально исследование солитонов имело исключительно прикладное значение, которое, в частности, заключалось в оптимизации формы корпуса судов. Теоретическая модель, адекватно интерпретирующая рассматриваемый феномен, была построена Кортевегом и де Вризом спустя полвека после наблюдений Рассела [5]. Главное уравнение построенной ими модели со временем получило название "*КдВ-уравнение*". Дальнейшее развитие теории солитонов связано с появлением уравнений синус-Гордона, Хироты, Захарова-Кузнецова, нелинейного уравнение Шредингера [2, 6-9] и др. В свою очередь термин "*солитон*" стал использоваться для описания широкого класса нелинейных волн в плазме, оптических волокнах, нелинейных электрических

линиях, биологических системах и др. В дальнейшем будем рассматривать только плазменные солитоны. Классическое уравнение КдВ является консервативным. Оно описывает трансформацию начального возмущения нелинейной среды в один или несколько солитонов. Энергия классического солитона является постоянной величиной.

В первых лабораторных экспериментах солитоны возбуждались искусственно [10-12]. В то же время, в термодинамически открытых системах наблюдались самовозбуждаемые уединенные волны или их каскады. Самовозбуждаемые солитоны принято называть автосолитонами [13]. С другой стороны, в рамках физики диссипативных структур активно развивается концепция *диссипативных солитонов*, которая является обобщением концепции классических солитонов для случая термодинамически открытых систем [14-25]. В рамках указанной концепции волны и солитоны являются результатом самоорганизации. Солитон принято называть слабо диссипативным в случае, когда выполняется условие $A_{dis} \ll W$, где A_{dis} – работа диссипативных сил на дистанции значительно превышающей характерные размеры солитоны, W – энергия солитона. В противоположной ситуации солитоны называют сильно диссипативными. Для математического описания свойств диссипативных солитонов используют, в частности, уравнение Гинзбурга–Ландау [26]. При этом, параметры слабо диссипативных солитонов можно оценить в рамках теории классических солитонов [15,16,27].

Актуальность темы исследования

Несмотря на огромное количество научных работ и многолетнюю историю исследований, теория плазменных волн и неустойчивостей еще далека до своего завершения.

Одной из актуальных проблем в этой области являются задача о влиянии волн на функции распределения фоновой плазмы. С одной стороны, эта тема развивает теорию плазменных волн, а с другой, она имеет множество приложений в астрофизике [28], физике термоядерного синтеза [29] и т.д.

Указанная задача решалась как для линейного случая (затухание Ландау [30]), так и для волн произвольной амплитуды (нелинейное затухание Ландау [31-35]; нагрев плазмы [36-46]; ускорение заряженных частиц [47,48]). В рамках представляемой диссертационной работы исследовалась проблема, связанная с анализом скоростей заряженных частиц фоновой плазмы, возмущенных солитонами акустического типа (ионно-звуковыми, электронно- и пыле-акустическими).

Ещё одной важной задачей является установление взаимосвязи между плазменными токами и уединенными волнами. Указанная задача актуальна для космической плазмы. Анализ широкополосного электростатического шума, зарегистрированного спутником Geotail в магнитосфере Земли, представлен в работе [49]. Было установлено, что регистрируемый шум связан с движением каскада уединенных волн (солитонов). В последующих экспериментах солитоны были обнаружены спутниками Cluster [50], Polar [51], FAST [52], S3 Trio [53], Viking [54] в авроральной зоне и других областях околоземной плазмы (см. обзор [55]). Зачастую каскады солитонов регистрировались в присутствии электронных и ионных пучков. В частности, известно, что авроральная магнитосфера Земли содержит области восходящих токов с большой населенностью солитонами различных типов [51]. Связь электрических полей солитонов с электрическими полями и токами в магнитосфере Земли отмечена в работе [56]. Однако роль солитонов в генерации плазменных токов ранее не изучалась. Основная причина этого – низкое временное разрешение приборов, используемых для измерения токов в космической плазме [50]. Кроме того, для интерпретации экспериментальных данных использовались теоретические модели, традиционно оперирующие электрическими полями, потенциалами и концентрациями заряженных частиц в качестве неизвестных величин. В предлагаемом исследовании развиты модели для анализа электрических токов, индуцируемых плазменными солитонами акустического типа.

Также актуальными являются исследования диссипативных структур [57,58]. В последнее время интерес к диссипативным солитонам возрос в связи с исследованиями в области нелинейной оптики, лазеров, биологии и т.д. [26, 59-63]. В то же время, физика плазменных диссипативных солитонов только начинает развиваться. Модели плазменных диссипативных солитонов представлены в работах [15-19] (для ионно-звуковой, электронно- и пыле-акустической мод) и [20,21] (для ленгмюровской моды). Несмотря на то, что упомянутые модели описывают солитоны разных типов, все они обладают общей особенностью: в случае слабой диссипации диссипативный солитон имеет профиль, близкий к классическому, а волновая эволюция соответствует медленному затуханию. Следует отметить, что ни одна из акустических моделей [15-19] не рассматривает концепцию диссипативных солитонов с точки зрения самоорганизации из-за отсутствия сил, компенсирующих диссипацию. В экспериментальных работах [22-23] изучались только диссипативные солитоны с внешним импульсным возбуждением. С другой стороны, при наличии свободной энергии и малой диссипации легко возбуждаются различные волны [64], в том числе уединенные [27,65,66]. Удобным инструментом для изучения свойств диссипативных солитонов является пыле-акустическая мода. Действительно, характерные частоты пыле-акустических волн лежат в доступном для измерений диапазоне 1–100 Гц [27,67]. Кроме того, плазму разряда можно с уверенностью считать термодинамически открытой системой, где диссипация определяется, в частности, столкновениями, процессами зарядки, а электрические поля и токи являются источниками энергии [13]. Токовая неустойчивость является эффективным механизмом возбуждения волн [68].

Цели настоящей работы заключались в теоретическом исследовании процесса взаимодействия заряженных частиц с солитонами акустического типа в плазме.

Для реализации данных целей были решены следующие **задачи**:

- Построены новые методы и модели для анализа плазменных волновых процессов следующих типов: ионно-звуковых, электронно-акустических, пыле-акустических;
- Исследованы закономерности движения и потоки заряженных частиц в окрестности *консервативных* (классических) солитонов акустического типа;
- Исследованы закономерности движения и потоки заряженных частиц в окрестности *диссипативных* солитонов акустического типа;
- На основе полученных теоретических результатов проведена интерпретация экспериментальных данных по исследованию волновых процессов.

Научная новизна

В результате проведенных исследований были получены следующие новые результаты: построена теоретическая модель для анализа пыле-акустических волн и солитонов, учитывающая самосогласованность заряда пылевых частиц, содержащая только элементарные функции; на основе гидродинамической модели пыле-акустических солитонов предложен бесконтактный метод оценки радиуса Дебая в пылевой плазме; исследованы электрические токи, индуцируемые солитонами акустического типа в плазме, определена их пространственно-временная структура; показано, что перенос (односторонний сдвиг) заряженных частиц и, соответственно, возбуждение электрических токов является неотъемлемыми свойствами солитонов акустического типа, которым нельзя пренебрегать при любых амплитудах нелинейной волны; разработана методика расчета возмущенных солитонами функций распределения заряженных частиц плазмы, получены соответствующие аналитические формулы для частных случаев; рассчитаны параметры движения заряженных частиц в окрестности диссипативного пыле-акустического солитона, также проанализированы процессы тепловыделения при движении указанной нелинейной волны; исследован процесс рассеяния заряженных частиц

солитонами, выявлены существенные отличия характера рассеяния для консервативного и диссипативного случаев; открыт новый тип колебательного процесса в плазме, индуцируемый диссипативными пыле-акустическими солитонами, в линейном приближении получено его аналитическое описание.

Научная и практическая значимость работы

Научная значимость работы заключается в развитии физики плазменных волн и диссипативных структур. Как известно, солитоны являются волнами. Принято считать, что материальные волны (механические и электромагнитные) переносят импульс, энергию и информацию, но не переносят вещество. Однако, это утверждение справедливо только для линейных волн бесконечно малой амплитуды. В то же время, для волн конечной амплитуды (даже гармонических) начинают проявляться нелинейные эффекты, приводящие к возникновению ненулевого дрейфа вещества среды, названного дрейфом Стокса [69]. Перенос вещества нелинейными волнами описан в [70,71]. Уменьшение амплитуды волн влекло линеаризацию волнового процесса и последующее быстрое (квадратичное) уменьшение дрейфовой составляющей. Таким образом, для периодических волн малых амплитуд нелинейностью и дрейфом можно пренебречь. В рамках представленной диссертационной работы детально исследовано свойство плазменных солитонов акустического типа, которое заключается в одностороннем переносе (смещении) заряженных частиц, причем этим свойством нельзя пренебрегать при малых амплитудах волны [72] (в отличие от описанных выше дрейфовых явлений). Раскрыт механизм указанного явления. Установленный факт одностороннего переноса вещества солитонами автоматически приводит к следующим выводам: во-первых, солитоны должны возмущать функции распределения заряженных частиц (которые становятся несимметричными в областях плазмы, населенных солитонами) и, во-вторых, солитоны должны возбуждать электрические токи в плазме с ненулевой постоянной составляющей (*солитонные токи*) [66,73-77].

Таким образом, полученные результаты расширяют существующие представления о волновых плазменных явлениях.

В термодинамически открытых системах плазменные волны и солитоны, в частности, можно рассматривать как продукт самоорганизации [14,24,25]. Диссипативный солитон отличается от классического (консервативного) дополнительными условиями существования, а именно, к требованию баланса дисперсии и нелинейности добавляется требование баланса диссипации и энергии накачки. В рамках диссертации представлены исследования, развивающие эту идею. В частности, приведены методики расчета величины тепловыделения, микродинамики заряженных частиц внутри профиля волны. Рассмотрен процесс рассеяния заряженных частиц диссипативным солитоном. Открыт новый тип колебательного процесса, индуцируемого диссипативными солитонами. Указанные результаты подтверждают научную значимость работы.

Практическая значимость работы, в общем, заключается в развитии плазменных диагностик и в интерпретации экспериментальных данных. В частности, в рамках представленных исследований был разработан новый подход для оценки радиуса Дебая в пылевой плазме, поведена интерпретация экспериментальных данных на основе созданных теоретических моделей. Кроме того, полученные результаты могут быть полезны при интерпретации экспериментальных данных, полученных с космических аппаратов из областей активной космической плазмы, в которой возбуждаются коллективные процессы за счет энергии внешних источников.

Положения, выносимые на защиту:

1. Теоретическая модель, описывающая односторонний перенос (на расстояние до 5 радиусов Дебая) заряженных частиц солитонами акустического типа в плазме и результаты интерпретации соответствующих экспериментальных данных.

2. Свойство солитонов акустического типа индуцировать пульсирующие электрические токи с постоянной составляющей в плазме.
3. Результаты моделирования и анализа распределения по скоростям заряженных частиц, возмущенных солитонами акустического типа.
4. Микродинамические (на уровне отдельных пылевых частиц) и термодинамические свойства диссипативных пыле-акустических солитонов.
5. Аналитический метод исследования нелинейных пыле-акустических волн в коллоидной плазме, учитывающий самосогласованный заряд пыли.
6. Теоретическая модель формирования ультрамедленных пыле-акустических солитонов в коллоидной плазме.
7. Новый колебательный процесс, индуцированный диссипативными солитонами в коллоидной плазме. Теоретическое описание взаимодействия заряженных макрочастиц с солитоном в коллоидной плазме в рамках концепции упругого и неупругого рассеяния.
8. Бесконтактный метод диагностики коллоидной плазмы с нелинейными волнами, в том числе таких параметров как радиус Дебая и температура ионов.

Достоверность результатов и апробация работы

Представленные в диссертации теоретические результаты получены с использованием проверенных аналитических методов и численных алгоритмов. Кроме того, результаты расчетов согласуются с известными экспериментальными результатами.

По материалам диссертации были сделаны доклады на следующих российских и международных конференциях: International Symposium "Interball" (Kyiv, Ukraine, 2000); International Conference on Problems of Geocosmos (St. Petersburg, Russia, 2000); International Conference "Acceleration and Heating in the Magnetosphere" (Warsaw, Poland, 2001); International Conference "Plasma Processes in the Near-Earth Space: Interball and Beyond" (Sofia, Bulgaria, 2002); International Conference "Auroral Phenomena and Solar-Terrestrial Relations" (Moscow, Russia, 2003); Международные конференции "Молодежь в науке",

(Минск, Беларусь, 2004, 2005, 2007); V Symposium of Belarus and Serbia and Montenegro on Physics and Diagnostics of Laboratory and Astrophysical Plasmas (Minsk, Belarus, 2004); 11th International Conference and School on Plasma Physics and Control Fusion (Alushta, Ukraine, 2006); V International Conference "Plasma Physics and Plasma Technology" (Minsk, Belarus, 2006); VII Symposium of Belarus and Serbia on Physics and Diagnostics of Laboratory and Astrophysical Plasmas (Minsk, Belarus, 2008); XXXII, XXXIV, XXXV Международные Звенигородские конференции по физике плазмы и УТС (Звенигород, Россия, 2005, 2007, 2008); XXIV EPS Conferences on Plasma Physics (Warsaw, Poland, 2007); Международная научно-практическая конференция, посвященная 100-летию МГУ имени А.А. Кулешова (Могилёв, Беларусь, 2013); IV Международная научно-практическая конференция " Оптика неоднородных структур" (Могилёв, Беларусь, 2015); VI, VII Конгресс физиков Беларуси (Минск, Беларусь, 2017, 2023); 12, 13, 14, 16, 18 ежегодная конференция "Физика плазмы в солнечной системе" ИКИ (Москва, Россия, 2017, 2018, 2019, 2021, 2023); 17, 18, 19 International Workshop on Complex Systems of Charged Particles and Their Interactions with Electromagnetic Radiation (Moscow, Russia, 2019, 2022, 2023); XXXIV, XXXV International Conference on Equations of State for Matter, (Elbrus, Kabardino-Balkaria, Russia, 2019, 2020); 62-я, 63-я Всероссийская научная конференция МФТИ, (Долгопрудный, Россия, 2019, 2020); 9-th international conference on the physics of dusty plasmas, (Moscow, Russia, 2022); X International Conference Plasma physics and plasma technology, PRPT-10 (Minsk, Belarus, 2022); 3-ая международная конференция "Газоразрядная плазма и синтез наноструктур", (Казань, Россия 2022).

Личный вклад автора

Диссертация обобщает результаты, представленные в научных публикациях автора. Все аналитические расчёты, представленные в диссертации, были выполнены автором лично или совместно при определяющей роли автора. Анализ экспериментальных данных выполнен

автором самостоятельно или под непосредственным научным руководством автора.

Автором совместно с соавторами опубликовано более 40 статей в российских и международных научных журналах, 25 из которых легли в основу настоящей диссертационной работы, в том числе 23 из перечня ВАК.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Текст диссертации составляет 240 страниц, включая 66 рисунков и 4 таблицы. Список цитируемой литературы содержит 311 наименований.

ГЛАВА 1. РАЗВИТИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА СОЛИТОНОВ АКУСТИЧЕСКОГО ТИПА В ПЛАЗМЕ

Большинство методов теоретического исследования плазменных волн можно разделить на две группы: приближение плазменной кинетики [1-3] и приближение магнитной гидродинамики (МГД теория) [2, 4]. Кинетическое описание плазменных волн выполняется в рамках известных уравнений Власова, содержащих функции распределения заряженных частиц плазмы. Плазменная кинетика является наиболее общим самосогласованным подходом анализа плазмы, однако, его использование сопряжено с рядом трудностей математического характера. Во многих случаях плазменные функции распределения оказывается невозможным выразить в элементарном виде. Поэтому практические расчеты в рамках кинетической теории проводятся либо численно, либо с многочисленными допущениями. Кинетический подход оказывается весьма продуктивным при описании таких процессов как: возбуждение и затухание плазменных волн [3,5], захват заряженных частиц электрическим полем волны [6-8]. В отличие от плазменной кинетики, гидродинамика оперирует макроскопическими параметрами плазмы, главными из которых являются скорость потоков заряженных частиц, их температура, концентрация, давление и т.д. Формально, гидродинамические уравнения являются следствием уравнений Власова. В физике плазменных волн гидродинамические методы получили большое распространение, что связано с относительно простым математическим аппаратом, лежащем в их основе. В представленной работе будут использованы в основном гидродинамические модели наряду с одночастичным приближением, которое, по сути, является Лагранжевым описанием движения.

Далее мы рассмотрим основные теоретические модели, которые были использованы в работе. Некоторые методы получили развитие в процессе работы, что легло в основу ряда положений, выносимых на защиту.

1.1 Ионно-звуковые солитоны. Основные уравнения.

В данной работе будут рассмотрены только плоские (одномерные) волны. Все рассмотренные результаты могут быть обобщены на двух-, трехмерные случаи, однако такое обобщение выходит за рамки работы.

Начать анализ стоит с подробного рассмотрения ионно-звуковой моды (иногда используется термин "ионно-акустическая" мода). В формальном смысле это самый тривиальный случай. Действительно, ионно-звуковые волны могут существовать в двухкомпонентной плазме, содержащей фракции электронов и ионов [9].

Будем использовать простую гидродинамическую (МГД) модель двухкомпонентной плазмы, содержащей горячие равновесные электроны и холодные однозарядные ионы [10]. Система МГД уравнений в таком случае будет состоять из уравнений движения и непрерывности для ионов, распределения Больцмана для электронов, а также уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{3T_i}{n_i m_i} \frac{\partial n_i}{\partial x}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial x} = 0, \quad (1.2)$$

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right), \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_i - n_e), \quad (1.4)$$

где v_i , n_i , m_i – скорость, концентрация и масса ионов соответственно, n_e , T_e – концентрация и температура электронов соответственно, $n_0 = n_{0i} = n_{0e}$ – невозмущенные концентрации ионов и электронов, e – абсолютный заряд электрона (элементарный заряд). Потенциал электростатического поля волны, φ , связан с полем известным соотношением $E = -\partial\varphi/\partial x$. В уравнении движения (1.1) учтены Кулоновская сила (первый член в правой части) и сила

ионного давления (второй член в правой части), сила трения (вязкости) полагается пренебрежимо малой.

1.1.1 Линейная теория, дисперсионное уравнение, дрейф Стокса

В линейном приближении, система уравнений (1.1) – (1.4) описывает гармонические ионно-звуковые волны малой амплитуды (строго говоря – бесконечно малой). Принцип получения линейных решений представлен ниже.

Будем искать неизвестные величины v_i , n_e , n_i , φ в виде $\psi = \psi_0 + \psi_1$. Здесь ψ_0 – невозмущенное значение неизвестной величины, $\psi_1 = \hat{\psi}_1 \exp(-i\omega t + ikx)$ – гармоническая составляющая малой амплитуды, $\hat{\psi}_1$ – амплитуда возмущения. Причем $v_{0i} = 0$; $\varphi_0 = 0$, в то же время $n_{0i} = n_{0e} = n_0 \neq 0$. С учетом сделанных допущений и пренебрегая членами второго и более высоких порядков, систему уравнений (1.1) – (1.4) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \frac{3T_i}{n_{0i} m_i} \frac{\partial n_{1i}}{\partial x}, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial n_{1i}}{\partial t} + n_{0i} \frac{\partial v_{1i}}{\partial x} = 0, \quad (1.6)$$

$$n_{1e} = n_{0e} \frac{e\varphi_1}{T_e}, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_{1i} - n_{1e}), \quad (1.8)$$

Далее, продифференцировав уравнение (1.5) по x , а уравнение (1.6) по t и сложив полученные выражения можно записать :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 3V_{Ti}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) n_{1i} = \frac{n_{0i} e}{m_i} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2}. \quad (1.9)$$

Здесь $V_{Ti} = \sqrt{\frac{T_i}{m_i}}$ – ионная тепловая скорость. Далее скомбинируем уравнения (1.7), (1.8), (1.9). Будем учитывать тот факт, что фазовая ионно-звуковая скорость значительно превышает тепловую скорость ионов (т.е. $\omega/k \gg V_{Ti}$). Окончательно учитывая то, что для гармонических возмущений справедливы следующие преобразования: $\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$, $\frac{\partial}{\partial x} = ik$ получим дисперсионное уравнение для ионного звука в виде:

$$1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = 0. \quad (1.10)$$

Здесь $\lambda_{De} = \sqrt{\varepsilon_0 T_e / e^2 n_0}$, $\omega_{pi} = \sqrt{e^2 n_0 / m_i \varepsilon_0}$ – радиус Дебая и ионная плазменная частота, соответственно. Учитывая, что $C_i = \omega_{pi} \lambda_{De}$, где $C_i = \sqrt{\frac{T_i}{m_i}}$ – скорость ионного звука, запишем окончательно дисперсионное соотношение для ионного звука в виде:

$$\omega^2 = \frac{k^2 C_i^2}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \quad (1.11)$$

Или в нормированном виде

$$\omega^2 = \frac{k^2}{1 + k^2},$$

где k нормировано на λ_{De} , а ω на ω_{pi} .

Характерный вид дисперсионной кривой для ионно-звуковой моды в бесстолкновительной плазме представлен на рисунке 1.1.

Как видно из рисунка 1.1, фазовая скорость ионно-акустических волн уменьшается с ростом их частоты. Существование солитонов непосредственно

связано с этим их свойством. Отметим, что с точностью до масштабов аналогичная дисперсия свойственна электронно- и пыле-акустическим волнам.

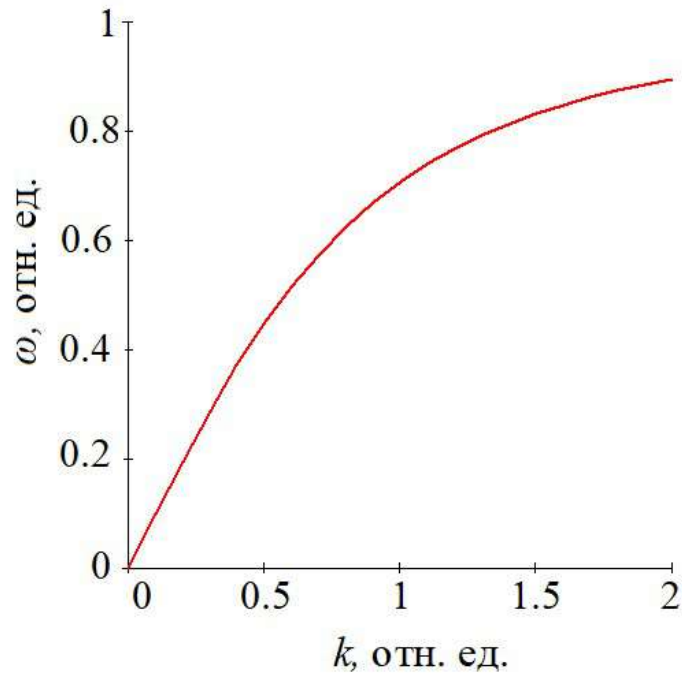


Рисунок 1.1 – Дисперсионное соотношение для ионно-звуковых плазменных волн.

Линейное приближение, строго говоря, справедливо для волн бесконечно-малой амплитуды. Как упоминалось выше, в его рамках, решения для всех введенных выше неизвестных величин можно записать в виде $\psi = \psi_0 + \hat{\psi}_1 \exp(-i\omega t + ikx)$. Для ионной скорости данное выражение с точностью до фазы можно переписать в виде:

$$v_i(x, t) = \hat{v}_{i1} \sin(kx - \omega t) \quad (1.12)$$

Очевидно, что средняя скорость движения ионов равна нулю. Однако, в случае если амплитуда ионно-звуковой волны, хоть и мала, но отлична от нуля возникает дрейф ионов в положительном направлении, который получил название дрейф Стокса [11]. Анализ дрейфа Стокса для волн акустического типа наглядно представлен в работе [12]. Рассмотрим монохроматическую волну с заданной частотой и волновым числом как эйлерово поле скорости

(1.12). Лагранжева координата произвольно выбранного иона $X(t)$ в таком случае удовлетворяет уравнению

$$\frac{dX}{dt} = v_i(X, t) = a \cdot \sin(kX - \omega t) \quad (1.13)$$

Здесь $a \approx \hat{v}_{i1}$ – амплитуда. Данное уравнение является обычным нелинейным дифференциальным уравнением, которое в общем случае требует численного интегрирования (например, с помощью стандартного метода Рунге-Кутты 4-го порядка). Для случая малых амплитуд, который математически можно выразить неравенством $v_i \ll \omega/k$, можно найти приближенное решение в виде:

$$X(t) = \frac{a}{\omega} \cos(kX_0 - \omega t) + \frac{ka^2}{2\omega^2} \sin[2(kX_0 - \omega t)] + \frac{ka^2}{2\omega} t \quad (1.14)$$

Последний член в правой части уравнения (1.14) описывает дрейф Стокса, а величина $v_{St} = \frac{ka^2}{2\omega}$ есть средняя скорость поступательного движения ионов в положительном направлении. Очевидно, что дрейф Стокса является нелинейным эффектом второго порядка. Его физическая природа заключается в следующем: под воздействием гармонической продольной волны ионы начинают совершать продольное колебательное движение. При этом, ион проводит больше времени в области переднего фронта волны по сравнению с задним фронтом. С уменьшением амплитуды волны величина v_{St} довольно быстро (квадратично) уменьшается и для ионно-звуковых волн малой амплитуды дрейф Стокса становится пренебрежимо малым. На рисунке 1.2 отображена зависимость среднего смещения ионов за период под действием гармонической ионно-звуковой волны конечной амплитуды, $\Delta X(a) = \frac{ka^2}{2\omega} \tau$, где τ – период волны. Полученная зависимость $\Delta X(a)$ понадобится нам в дальнейшем.

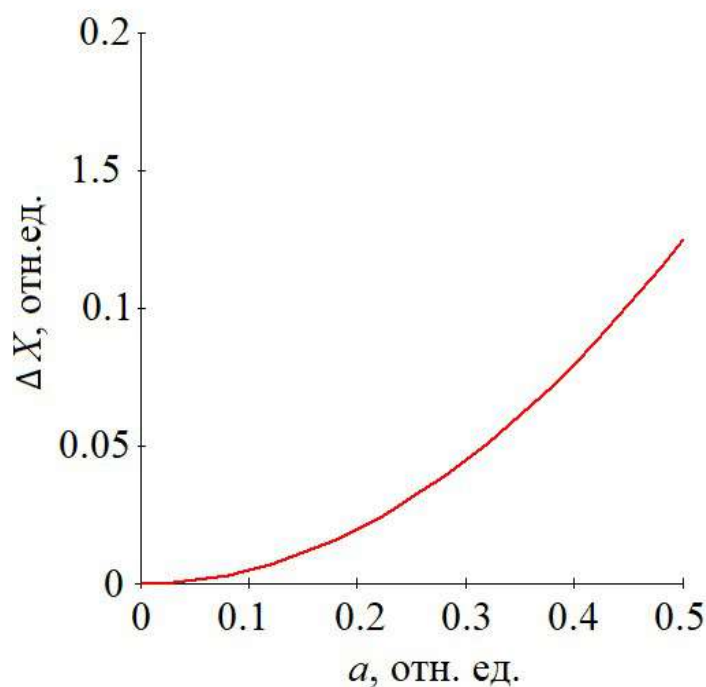


Рисунок 1.2 – Зависимость среднего смещения ионов от амплитуды гармонической ионно-звуковой волны за её период при $k=0.2$, $\omega=0.2$.

1.1.2 Нелинейная теория, уравнение КДВ

Как известно, стабильность солитонов является результатом баланса нелинейных и дисперсионных эффектов. Эволюция волнового возмущения в нелинейной среде схематично представлена на рисунке 1.3. Нелинейные эффекты среды приводят к появлению высших гармоник в процессе эволюции начального возмущения $(\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n)$, $(k_1, k_2 \dots k_n)$. Также, появляются биения гармоник $(\omega = \omega_1 + \omega_2)$, $(k = k_1 + k_2)$. Увеличение доли высокочастотных составляющих в спектре волны вызывает укрупнение ее переднего фронта (рисунок 1.3). Таким образом, нелинейность стремится «опрокинуть» волну. В свою очередь, дисперсия ионно-звуковой моды обязывает высокочастотные составляющие спектра «отставать» от переднего фронта волнового возмущения, перемещая их ближе к центру. Следовательно, укрупнение волны останавливается, а профиль волны стабилизируется.

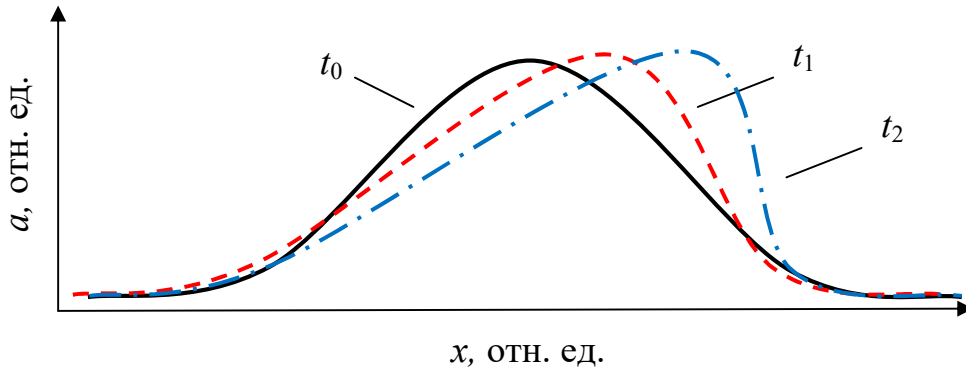


Рисунок 1.3 - Эволюция нелинейной волны при отсутствии дисперсии, $t_2 > t_1 > t_0$.

Как указывалось выше наиболее известным уравнением, описывающим свойства солитонов является уравнение КдВ [13]. Для ионно-звуковой моды его можно вывести из системы (1.1) – (1.4) методом конечных возмущений (reductive perturbation method) [14]. В общем случае, его можно получить из дисперсионного соотношения, выполнив обратное преобразование $-i\omega \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$, $ik \rightarrow \frac{\partial}{\partial x}$. Далее полагая $C_i=1$, $\lambda_{De} = a$, уравнение (1.11) можно переписать в следующем виде:

$$\omega = \left[\frac{k^2}{1 + ak^2} \right]^{1/2} \sim \left(k - \frac{a}{2} k^3 \right) \quad (1.15)$$

Если применить дифференциальные операторы к функции $\psi(x,t)$, то из (1.15) можно получить уравнение КдВ

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + c_1 \psi \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{a}{2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} = 0.$$

Здесь c_i и a коэффициенты, зависящие от нормировок. Как показано в работе [14] под функцией $\psi(x,t)$ понимают любую из неизвестных функций v_i, n_e, n_i, φ . Для случая ионно-звукового солитона уравнение КдВ можно записать в традиционном виде [14]:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (1.16)$$

где $\eta = \epsilon^{3/2} X$, $\zeta = \epsilon^{1/2} (X - t^*)$ – новые координаты (*stretched coordinates*). В свою очередь $\Phi = e\varphi/T_e$, $X = x/\lambda_{De}$, $t^* = t\omega_{pi}$ – нормированные потенциал, пространственная координата и время, соответственно. Также в дальнейшем будем использовать нормировку для концентраций заряженных частиц и для ионной скорости: $N_i = n_i/n_0$, $N_e = n_e/n_0$, $v_i = v_i/C_i$. Как было указано выше уравнение (1.16) можно записать в неизменном виде для всех неизвестных функций. Уравнение КдВ имеет решения различного вида. Нас будут интересовать решения, которые описывают уединенные волны (солитоны):

$$\Phi(x, t) = \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{X - M_i t}{\Delta} \right) \quad (1.17)$$

где $\Phi_0 = 3(M_i - 1)$, $\Delta = \sqrt{6/\Phi_0}$ – амплитуда и ширина ионно-звукового солитона, $M_i = V/C_i$ – число Маха, V – скорость солитона в неподвижной системе координат. Уравнение (1.17) описывает профиль потенциала ионно-звукового солитона для стационарного случая. Рассмотрим некоторые свойства солитонных решений уравнения КдВ, которые нам понадобятся в дальнейшем. Во-первых, выражение (1.17) может быть записано для всех неизвестных функций v_i, N_e, N_i, Φ [14]. Это означает, что в рамках уравнения КдВ, все профили солитона $v_i(X), N_e(X), N_i(X), \Phi(X)$ будут совпадать. Это обстоятельство позволяет значительно упростить многие аналитические выкладки. Во-вторых, уравнение КдВ является приближенным и хорошо

описывает волны малой амплитуды. И наконец, амплитуда солитонного решения уравнения КдВ пропорциональна скорости и обратно пропорциональна квадрату ширины его профиля. Основные методы решения КдВ уравнения, а также свойства его решений изложены в работе [15]. Аналитические решения КдВ уравнения для случая слабой диссипации описаны в работах [16, 17] в рамках метода с флуктуациями параметров (soliton perturbation analysis). Указанные результаты легли в основу теоретических моделей, предназначенных для описания слабодиссипативных плазменных солитонов акустического типа [18,19]. Эволюция профиля диссипативного солитона представлена на рисунке 1.4.

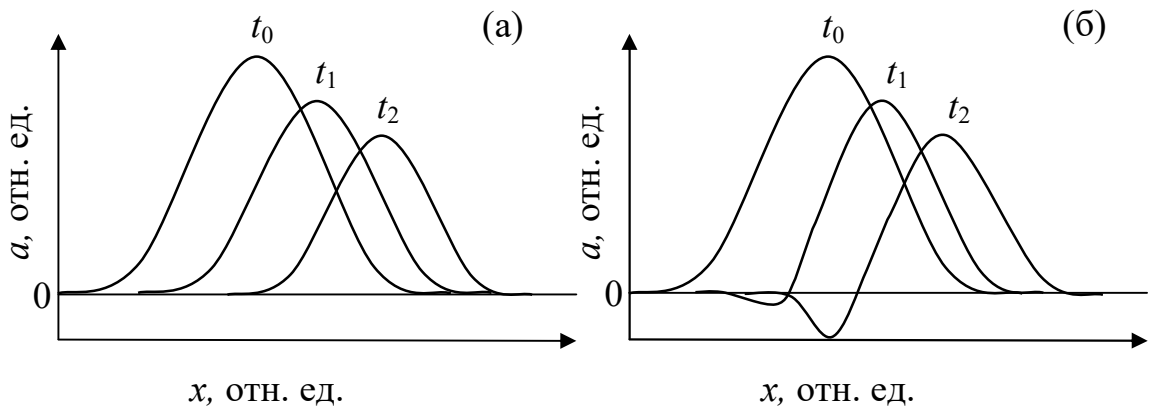


Рисунок 1.4 - Эволюция слабодиссипативного КдВ солитона: (а) аналитическое приближенное решение в рамках теории возмущений; (б) численное решение. Во всех случаях $t_2 > t_1 > t_0$.

Как видно, в рамках аналитических решений диссипация приводит к монотонному уменьшению амплитуды солитона и увеличению его ширины. Важно, что при затухании профиль солитона сохраняет характерную форму $\sim \text{sech}^2(X)$ как показано на рисунке 1.4 (а). Это свойство диссипативных солитонов понадобится нам в дальнейшем (в главе 3). Стоит отметить, что численное решение КдВ уравнения в слабодиссипативном случае все же приобретает некоторую асимметричность (рисунок 1.4 (б)), которой зачастую пренебрегают.

В заключение отметим, что уравнение КдВ является универсальным механизмом описания нелинейных волн в различных системах [20-23]. Важно отметить, что в рамках КдВ можно исследовать как эволюцию солитонов, так и стационарные солитонные решения $\sim \text{sech}^2(X)$ [15]. Для многомерного случая уравнение КдВ может быть преобразовано в известное уравнение Захарова-Кузнецова [24]. В следующем пункте будет рассмотрен альтернативный, но не менее фундаментальный метод анализа солитонов.

1.1.3 Нелинейная теория, метод псевдопотенциала Сагдеева

Отметим, что впервые аналитические решения для ионно-звуковых солитонов впервые были опубликованы Сагдеевым в 1964 году [10]. Соответствующий метод получил название - метод псевдопотенциала Сагдеева. Данная методика заключается в преобразование системы гидродинамических уравнений (1.1) – (1.4) к единственному уравнению, связывающему концентрации заряженных частиц с потенциалом волны - уравнению Пуассона. Уравнение Пуассона является автономным нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка. Однократное его интегрирование дает выражение, которое сходно с уравнением потенциальной энергии механической системы, это выражение получило название псевдопотенциал Сагдеева. Псевдопотенциальный метод требует значительно меньше допущений по сравнению с КдВ формализмом. Главным его ограничением является, то что он позволяет анализировать только стационарный случай, при котором анализируются волны, которые прошли все стадии эволюции и движутся с постоянной скоростью, фазой и формой. Вместе с тем, он не имеет ограничений по амплитуде волн. Кратко рассмотрим основные свойства этого метода, которые понадобятся нам в дальнейшем.

Ионно-звуковые волны могут существовать только при выполнении условия $T_e \gg T_i$. Самым простым и наглядным случаем является случай "холодных" ионов при котором полагается $T_i=0$. При этом ионы являются

неподвижными в невозмущенном состоянии. Для описания их распределения по скоростям можно использовать Дельта-функцию Дирака (частный случай распределения Максвелла при нулевой температуре). В такой ситуации в правой части уравнения движения (1.1) остаётся только первый член, соответствующий кулоновской силе, которая действует на ионы со стороны волны. Силу давления для ионов $p_i = n_i T_i$ можно считать равной нулю. Далее приведены ключевые преобразования исходной МГД системы.

Будем искать только стационарные решения системы (1.1) - (1.4). Для этого перейдём в систему координат, движущуюся вместе с ионно-звуковым солитоном. Сделаем замену переменных $S = (x - Vt) / \lambda_D$, здесь V – установившаяся скорость волны, а $\lambda_D = \lambda_{De} = \sqrt{\varepsilon_0 T_e / e^2 n_0}$ – радиус Дебая. В таком случае $\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial}{\partial S}$ and $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -V \frac{\partial}{\partial S}$. Будем использовать стандартную нормировку, введенную выше для электрического потенциала и концентраций заряженных частиц Φ , N_i , N_e . Уравнение (1.2) после подстановки новых переменных и последующего однократного интегрирования примет вид:

$$N_i(v_i - V) = -V$$

или

$$v_i - V = -\frac{V}{N_i} \quad (1.18)$$

Если теперь провести однократное интегрирование (1.1) с учетом новых переменных, после подставить в полученный результат уравнения (1.18) то можно получить уравнение для ионной концентрации $M_i^2(1 - N_i^2) + 2\Phi N_i^2 = 0$, корень имеет известный вид:

$$N_i = \frac{M_i}{\sqrt{M_i^2 - 2\Phi}}, \quad (1.19)$$

Здесь $M_i=V/C_i$ – число Маха. Очевидно, что действительная область определения уравнения (1.19) описывается неравенством $\Phi < M_i^2/2$, которое накладывает ограничение на максимальную амплитуду ионно-звуковых солитонов. Отметим, метод псевдопотенциала Сагдеева хорошо описывает случай "теплых" ионов при $T_i \neq 0$. Для этой ситуации к системе гидродинамических уравнений (1.1) – (1.4) необходимо добавить уравнение для описания ионного давления, которое в рамках принятых нормировок для одномерного адиабатического случая примет вид [25]:

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial p_i}{\partial x} + \gamma p_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = 0$$

Где $\gamma=3$ – показатель адиабаты для одномерной волны. Для описания ионной температуры вводят безразмерный параметр $\sigma_i = T_i/T_e$. Далее следуя [25] можно получить явные уравнения для ионной концентрации N_i .

$$N_i = \left(\frac{M_i^2}{3\sigma_i} \right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(\frac{y_i}{2} \right), \quad \text{при } M_i < \sqrt{3\sigma_i} \quad (1.20)$$

$$N_i = \left(\frac{M_i^2}{3\sigma_i} \right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{y_i}{2} \right), \quad \text{при } M_i > \sqrt{3\sigma_i}$$

здесь $y_i = \text{Arch} \left(M_i^2 + 3\sigma_i - 2\Phi \right) / \sqrt{12\sigma_i M_i^2}$.

Уравнение для электронной концентрации (1.3) можно переписать в нормированном виде $N_e = \exp(\Phi)$. С учетом принятых нормировок уравнение Пуассона (1.4) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} = \exp(\Phi) - \frac{M}{\sqrt{M^2 - 2\Phi}} \quad (1.21)$$

Очевидно, что уравнение (1.21) является обычным нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка, более того оно является автономным и во многих случаях допускает понижение порядка до первого. Профиль солитона $\Phi(S)$ является одним из его решений. Стоит отметить, что уравнение (1.21) имеет довольно широкий класс решений. Например, уравнение (1.21) допускает линеаризацию, и в этом случае оно может быть использовано для поиска дисперсионных соотношений линейных ионно-звуковых волн. Нас, главным образом, будут интересовать нелинейные решения. Однократное интегрирование уравнения (1.21) по Φ , с учетом начальных условий $d\Phi/dS=0$, $d^2\Phi/dS^2=0$ при $\Phi=0$ дает выражение для псевдопотенциала Сагдеева $U(\Phi)$:

$$\left(\frac{d\Phi}{dS}\right)^2 = -2U(\Phi), \quad (1.22)$$

Для случая холодных ионов ($T_i=0$) псевдопотенциал Сагдеева можно записать в явном виде:

$$U(\Phi) = (1 - e^\Phi) - \left(M_i \cdot \sqrt{M_i^2 - 2\Phi} - M_i^2\right) \quad (1.23)$$

Отметим, что случая теплых ионов ($T_i \neq 0$) псевдопотенциал также может иметь явный вид [25]. Волновые решения уравнения (1.22), существуют при выполнении следующих условий:

$$U(0) = \frac{\partial U(0)}{\partial \Phi} = 0, \quad \frac{\partial^2 U(0)}{\partial \Phi^2} < 0, \quad (1.24)$$

$U(\Phi_0) = 0$, где $|\Phi_0|$ – амплитуда солитона

$$U(\Phi) < 0 \text{ при } 0 < |\Phi| < |\Phi_0|.$$

График псевдопотенциала Сагдеева представлен на рисунке 1.5.

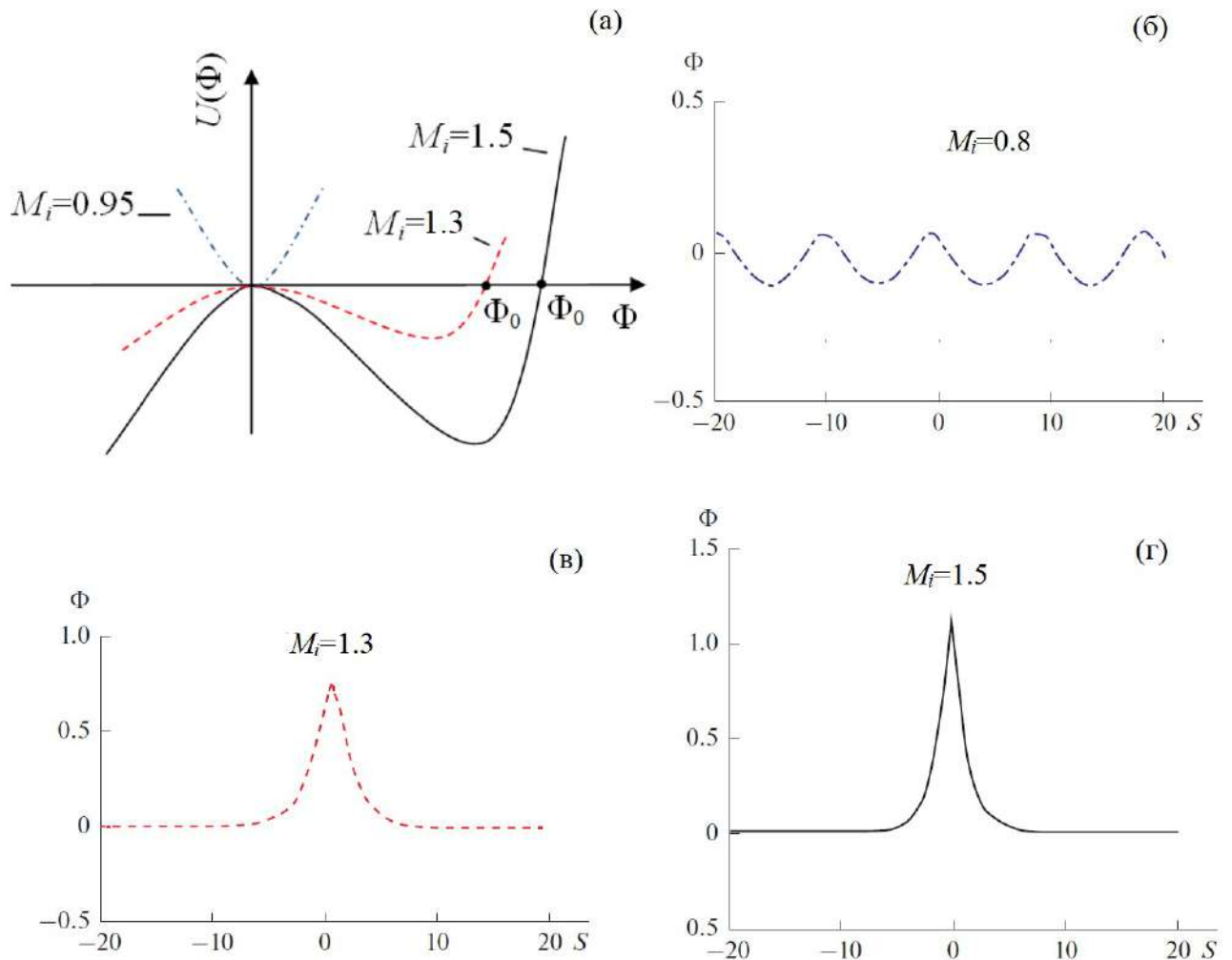


Рисунок 1.5 – (а) графики функции псевдопотенциала Сагдеева в соответствии с формулой (1.23) при разных значениях числа Маха M_i ; (б) дозвуковое периодическое решение при $M_i < 1$; (в), (г) сверхзвуковые солитонные решения при $M_i > 1$.

Характерный вид графика псевдопотенциала $U(\Phi)$ для сверхзвуковых волн ($M_i > 1$) описывает ионно-звуковые солитонов с положительной полярностью потенциала Φ . Ненулевой корень уравнения $U(\Phi) = 0$ характеризует амплитуду солитона Φ_0 . Как видно, амплитуда солитонов увеличивается при увеличении числа Маха. Важно отметить, что при $M_i < 1$

(дозвуковой режим) псевдопотенциал описывает периодическую волну, которая вырождается в гармоническую волну для случая малых амплитуд. Следовательно (как указано выше) псевдопотенциальный метод описывает как линейный, так и нелинейный режим. Уравнение для профиля солитона $\Phi(S)$ можно получить, если объединить (1.22), (1.23):

$$\frac{d\Phi}{dS} = \pm \sqrt{-2 \left[(1 - e^\Phi) - (M_i \cdot \sqrt{M_i^2 - 2\Phi - M_i^2}) \right]} \quad (1.25)$$

К сожалению, уравнение (1.25) содержит в себе неберущийся интеграл, поэтому профиль потенциала $\Phi(S)$ в явном виде получить не удастся. Для этого можно использовать численное интегрирование (например, метод Рунге-Кутты 4 порядка). Численные решения уравнения (1.25), соответствующие графикам псевдопотенциала представлены на рисунках 1.5(б)-(г). Дифференциальное уравнение (1.25) имеет приближенное аналитическое решение для солитонов малых амплитуд ($\Phi_0 \ll 1$). В этом случае можно разложить в ряд Тейлора правую часть уравнения (1.23) по степеням Φ :

$$U(\Phi) \approx (A_2 \Phi^2 + A_3 \Phi^3), \quad (1.26)$$

здесь A – коэффициенты разложения. В силу вышеуказанных граничных условий $U(0) = \partial U(0) / \partial \Phi = 0$, $A_0 = 0$ и $A_1 = 0$. Для рассматриваемой модели плазмы с холодными ионами имеем: $A_2 = \frac{1}{2M_i^2} - \frac{1}{2}$, $A_3 = \frac{1}{2M_i^4} - \frac{1}{6}$. Явным решением уравнения (1.25) с учетом (1.26) является функция:

$$\Phi(S) = \Phi_0 \cdot \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{-\frac{A_1}{2}} S \right), \quad (1.27)$$

где амплитуда солитона выражается соотношением $\Phi_0 = -A_2/A_3$. Как видно, аналитические солитонные решения, полученные в рамках уравнения КдВ (1.17) и в рамках псевдопотенциального метода (1.27) имеют одинаковую асимптотику. На рисунке 1.6 представлены профили ионно-звуковых солитонов, которые получены в соответствии с формулами (1.17), (1.27), а также с помощью численного решения (1.21). Отметим, что численное решение, справедливое для волн произвольной амплитуды можно считать эталоном точности.

Как видно из рисунка 1.6 (см. также [26]), при малых амплитудах, Φ_0 результаты всех трех методов практически полностью совпадают (см. рисунок 1.6 (а)). В то же время с увеличением Φ_0 формулы (1.17), (1.27) начинают давать профили с завышением амплитуды солитонов. Тем не менее, КдВ уравнение значительно точнее описывает профиль ионно-звукового солитона при средних амплитудах $\Phi_0 \approx 0.5$ (см. рисунок 1.6(б)-(г)). В работах [27,28] показано, что метод разложения псевдопотенциала Сагдеева справедлив только для амплитуд $\Phi_0 < 0.2$.

В рамках рассматриваемой теоретической модели с холодными ионами, ионно-звуковые солитоны существуют только в диапазоне чисел Маха от 1 до 1.6 [10]. На рисунке 1.7 представлены зависимости амплитуды и ширины ионно-солитонов солитонов от параметра M_i .

Ширина ионно-звуковых солитонов по уровню Φ_0/e может быть определена как по приближенным формулам, полученным выражений (1.17), (1.27):

$$\Delta = \frac{\text{acosh}(\sqrt{e})}{\sqrt{-A_2/8}} \quad \text{или} \quad \Delta = \sqrt{\frac{2}{M_i - 1}}$$

Так и с любой заранее заданной точностью по формуле:

$$\Delta = 2 \cdot \int_{\Phi_0/e}^{\Phi_0} \frac{2}{\sqrt{-2 \cdot U(\Phi)}} d\Phi.$$

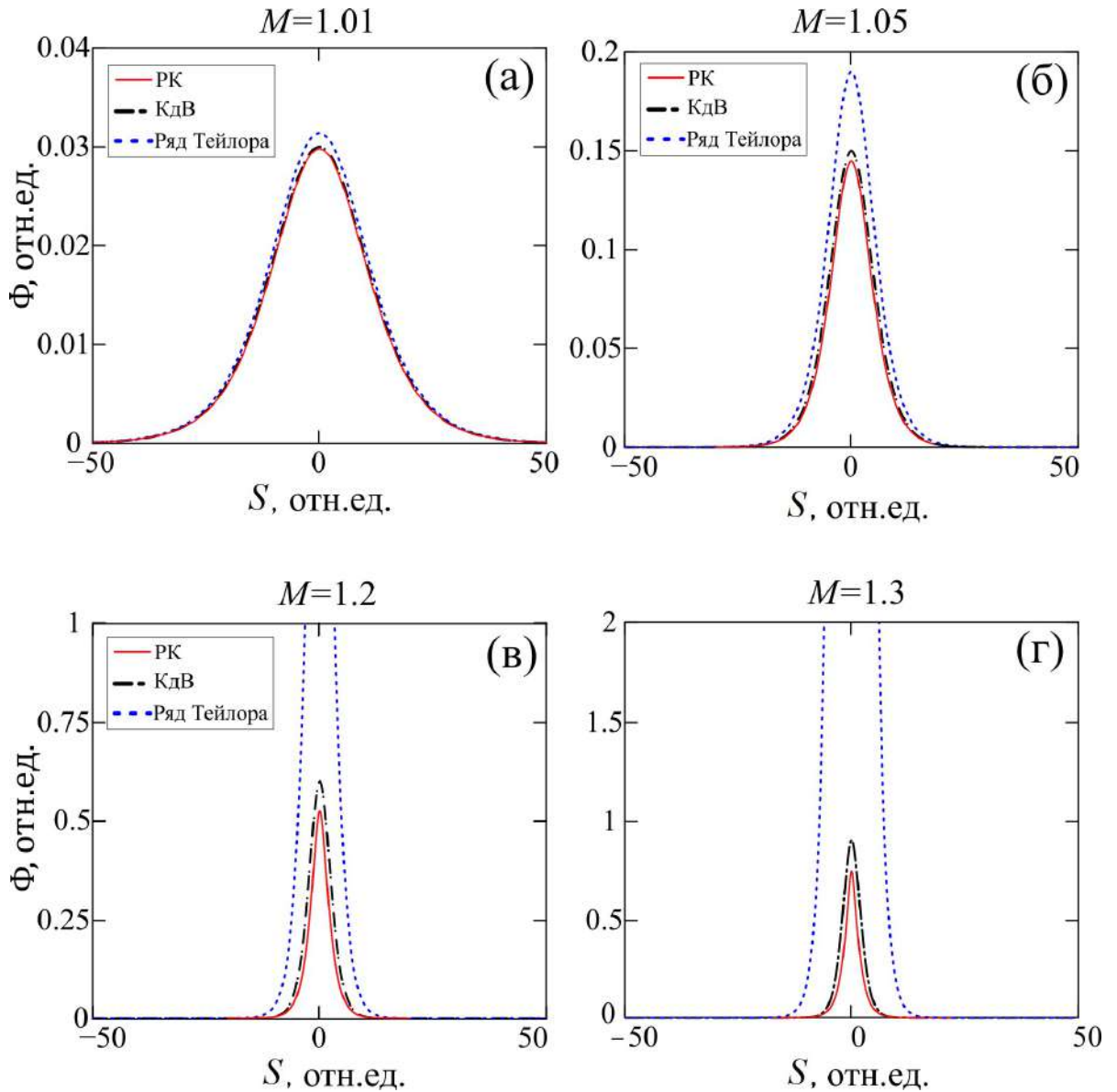


Рисунок 1.6 – Профили ионно-звуковых солитонов $\Phi(S)$, полученные в рамках различных методов для разных значений числа Маха M_i : сплошными кривыми отображены результаты численного интегрирования методом Рунге-Кутты 4-го порядка; штрихпунктирными кривыми – расчёт по формуле (1.17) с использованием уравнения КдВ; пунктирными кривыми – расчёт по формуле (1.27) с использованием разложения в ряд Тейлора псевдопотенциала Сагдеева.

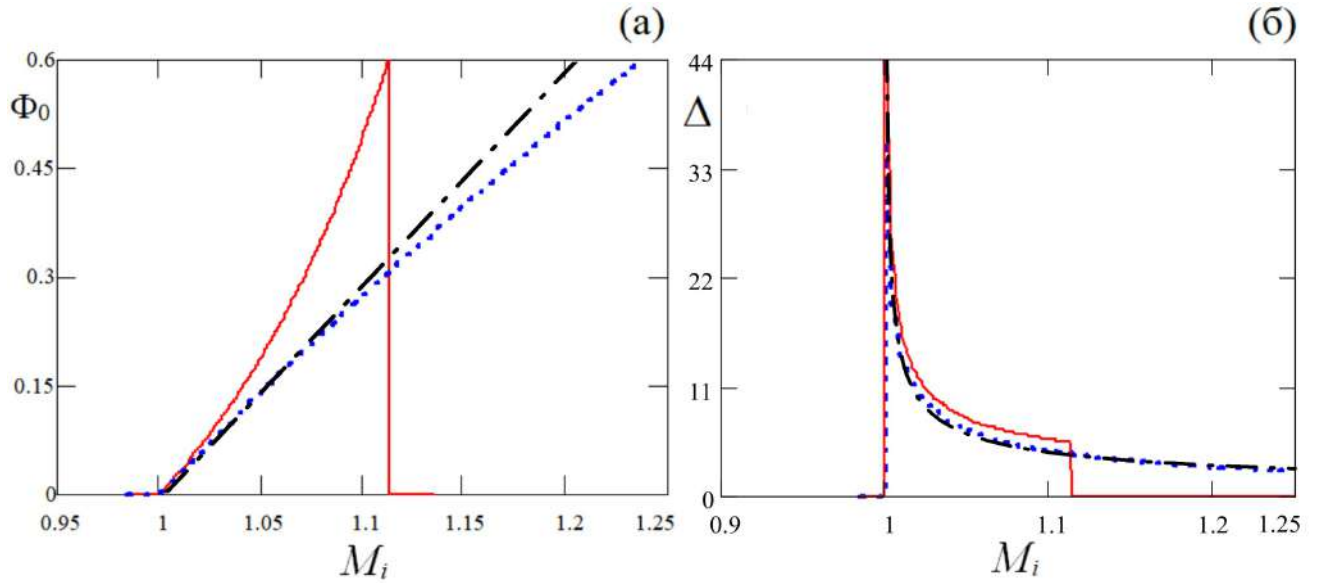


Рисунок 1.7 - (а) зависимость амплитуды солитонов от числа Маха M_i ; (б) зависимость ширины солитонов от числа Маха M_i . Результаты получены численно (пунктирная кривая); из уравнения КдВ (штрихпунктирная кривая); из разложения в ряд псевдопотенциала (сплошная линия).

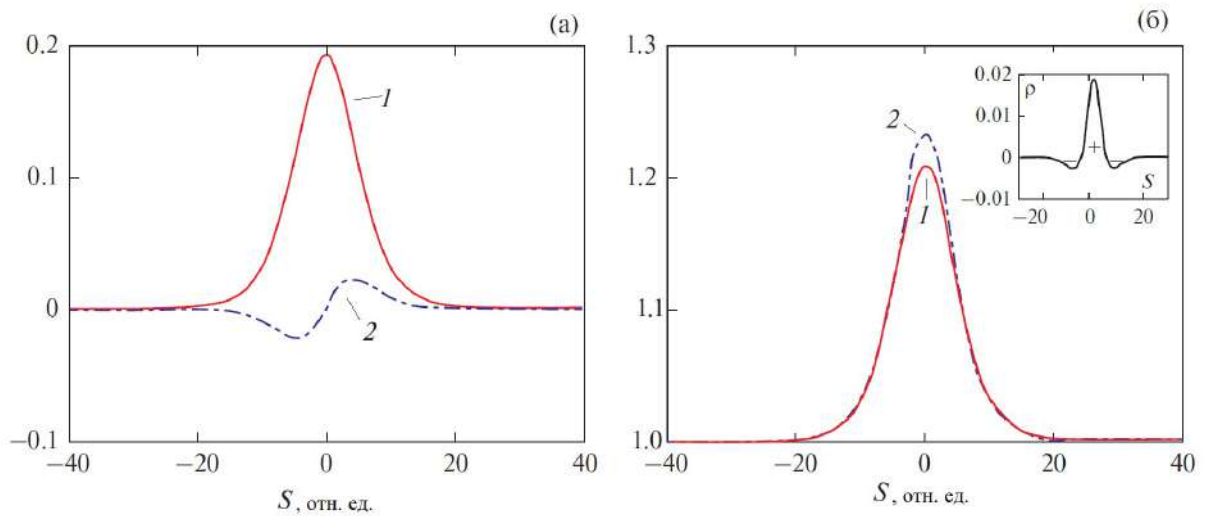


Рисунок 1.8 - Профили ионно-звукового солитона при $M_i=1.05$ [27,29]: (а) нормированный потенциал Φ согласно (1.27) (сплошная кривая) и электрическое поле $E = -d\Phi/dS$ (штрихпунктирная кривая); (б) возмущение концентраций электронов (сплошная кривая) и ионов (штрихпунктирная кривая), согласно (1.3), (1.19) соответственно; на вкладке отображен профиль нормированной объемной плотности заряда внутри солитона $\rho(S) = N_i - N_e$.

Из рисунков 1.6, 1.7 видно, что все методы согласуются в области малых амплитуд. Для больших амплитуд необходимо пользоваться численными методами решения уравнения Пуассона. Различные профили ионно-звуковых солитонов представлены на рисунке 1.8.

Как видно из рисунка 1.8, форма профиля $\Phi(S)$ свидетельствует о наличии нетривиальной зарядовой структуре электрического поля внутри солитона. Потенциал ионно-звукового солитона отличен от нуля только в локальной области пространства. В то же время, его величина быстро уменьшается до нуля при удалении от центральной части профиля солитона. Согласно теореме Гаусса, суммарный (полный) поток напряженности электрического поля через поверхность, содержащую некоторый электрический заряд q , пропорциональна этому заряду. Как видно, из рисунка 1.8(а), электрическое поле, E , так же как его поток довольно быстро устремляются к нулю вне окрестности солитона. Это влечет за собой равенство нулю суммарного электрического заряда, сосредоточенного внутри солитона. Пространственное распределение этого заряда представляет интерес. Профили концентраций заряженных частиц $N_e(S)$, $N_i(S)$ представлены на рисунке 1.8(б). Очевидно, что внутри солитона наблюдается отклонение от квазинейтральности. Теперь можно рассчитать нормированную плотность электрического заряда, воспользовавшись формулой: $\rho = N_i - N_e$. Зависимость $\rho(S)$ представлена на вкладке к рисунку 1.8(б). В некотором смысле ионно-звуковой солитон является движущейся квазичастицей с нетривиальной внутренней электрической структурой. В связи с этим, возникает вопрос: будет ли ионно-звуковой солитон генерировать электрические токи в плазме и какими свойствами обладают эти токи. Ответ на этот вопрос впервые был получен в работе [29] в рамках МГД теории. Подробному его изложению посвящена следующая глава настоящей работы.

1.1.4 Одночастичное приближение

Уравнение движения (momentum equation) является одним из главнейших уравнений в гидродинамике. Оно описывает движение малого объема вещества и имеет Эйлерову форму. Применение уравнений гидродинамики позволяет создавать самосогласованные модели нелинейных плазменных волн и солитонов. Однако, динамику отдельных заряженных частиц уравнение движения напрямую не описывает. В простейшем случае, это можно сделать путем перехода от Эйлера описания движения к Лагранжеву. Такой подход мы уже использовали при анализе дрейфа Стокса для гармонических волн конечной амплитуды (см. уравнение (1.13)). Естественным ограничением такого подхода является необходимость знания эйлеровой скорости. Более общим подходом анализа траекторий отдельных заряженных частиц в электрическом поле солитонов является одночастичное приближение [27,29]. Данный подход заключается в использовании уравнения движения в Лагранжевой форме (второго закона Ньютона) относительно отдельной заряженной частицы в электрическом поле волны. Этот метод нам понадобится в дальнейшем, поэтому подробно рассмотрим его суть.

Для случая ионно-звуковых солитонов в рассматриваемой модели можно ограничиться анализом ионной динамики, полагая электроны равновесными. Положим, что на ионы действует только кулоновская сила, источником которой является электрического поля солитона. Сила давления (при $T_i=0$) и другие силы в нашей модели равны нулю. Рассматриваемая ситуация наглядно отображена на рисунке 1.9.

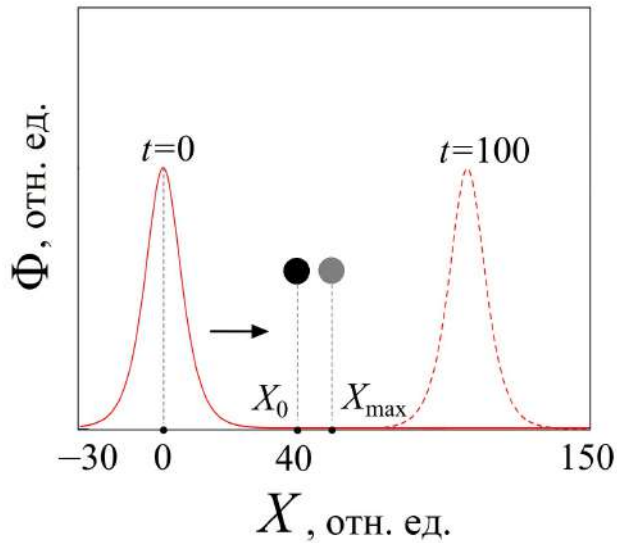


Рисунок 1.9 – Принцип анализа динамики отдельных заряженных частиц (ионов) в рамках одночастичного приближения. Начальное положение заряженной частицы обозначено символом X_0 . Конечное положение частицы после взаимодействия с солитоном обозначено символом X_{\max} . Начальное положение солитона обозначено сплошной кривой, конечно положение – пунктирной кривой.

В случае, представленном на рисунке 1.9, одномерное уравнение движения для отдельного иона можно записать в следующем виде [29]:

$$m_i \frac{d^2 x}{dt^2} = e \cdot E(x, t). \quad (1.28)$$

Здесь $E(x, t) = -d\varphi/dx$ – электрическое поле волны. В безразмерном виде уравнение (1.28) можно переписать следующим образом:

$$\ddot{X} = -\frac{\partial \Phi(X, t)}{\partial X}. \quad (1.29)$$

Профиль потенциала ионно-звукового солитона $\Phi(X,t)$ можно легко получить в явном виде подставив выражение $S=X-M_i t$ в уравнение (1.27) или использовать выражение (1.17). В обоих указанных случаях следует ожидать приближенных результатов, справедливых для волн малых амплитуд. Для солитонов произвольной амплитуды необходимо использовать численно рассчитанную функцию $\Phi(X,t)$ (из уравнения (1.21)).

Применение методики одночастичного приближения позволяет определить траектории, фазовые траектории, скорости, ускорения отдельных заряженных частиц. В рассматриваемой модели однородной плазмы с холодными ионами все характеристики частиц, кроме начального положения можно считать одинаковыми. В таком случае анализ характеристики ансамбля ионов получается наиболее простым. Обозначим траекторию i -го иона функцией $X_i(t)$, тогда можно показать, что траекторию j -го иона с начальным положением отличным на величину ΔX , можно записать в виде $X_j(t)=f_i(t-M_i/\Delta X)+\Delta X$, или в общем случае

$$X_{i+k}(t)=f_i\left(t-\frac{M_i}{\Delta X \cdot k}\right)+\Delta X \cdot k \quad (1.30)$$

Действительно, параметры всех ионов совпадают в нашей модели, одинаково также воздействие на них со стороны стационарного солитона. Единственное отличие состоит в том, что взаимодействие происходит в разные моменты времени и в разных точках пространства, что и отражает формула (1.30).

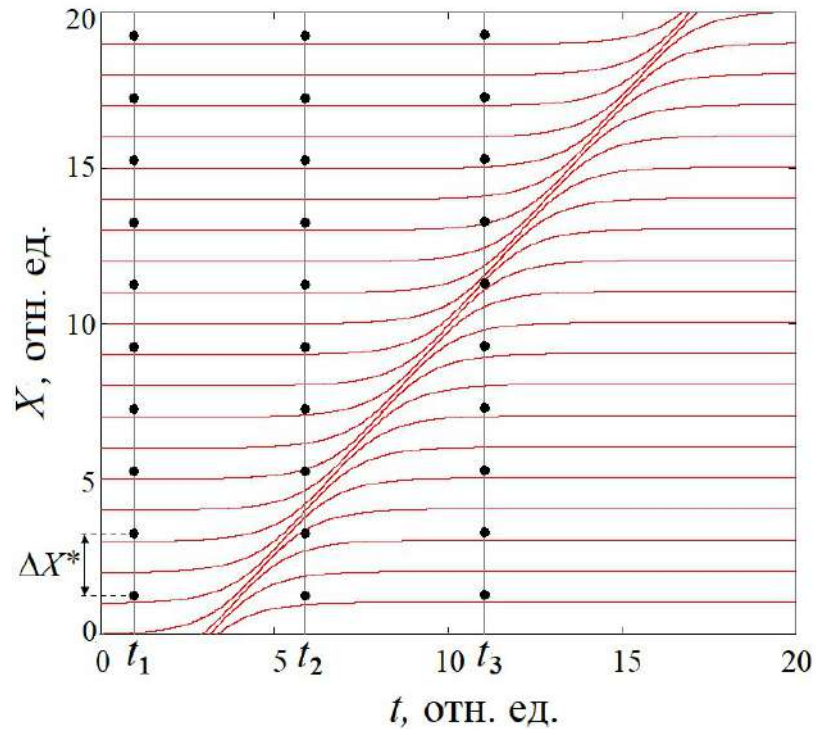


Рисунок 1.10 – Траектории ионов $X(t)$ в электрическом поле ионно-звукового солитона [27].

Траектории ансамбля ионов, взаимодействующих с ионно-звуковым солитоном показаны на рисунке 1.10. Начальное положение ионов отличается на величину $\Delta X=1$: $X_1=0, X_2=1, \dots, X_{20}=20$. Очевидно, что траектории всех ионов подобны друг другу. Их отличает сдвиг в пространстве. Отметим, что траектории ионов не пересекаются для случая докритических солитонов [10]. Знание траекторий ионов, можно с использованием методов гидродинамики и статистической физики рассчитать важные плазменные макропараметры, например, такие как концентрации заряженных частиц. В некотором смысле одночастичный подход является упрощенным вариантом кинетического приближения. В рассматриваемой модели плазмы с холодными ионами анализ упрощается. Действительно, начальная скорость всех ионов равна нулю, таким образом, исчезает необходимость интегрирования по функциям распределения. В качестве примера использования данной методики рассмотрим расчет профиля ионной концентрации для ионно-звукового солитона $N_i(S)$. Для этого зададим несколько моментов времени t_1, t_2, t_3 , как показано на рисунке 1.10, для

которых рассчитаем $N_i(S)$. Теперь разделим ось абсцисс на равные отрезки ΔX^* . Очевидно, что число ионных "траекторий" попадающих внутрь каждого отрезка ΔX^* , лежащего на вертикальных прямых t_1, t_2, t_3 будет равно числу N^* ионов в этих отрезках. Для ионной концентрация можно записать $N_i \sim N^*$. Полученный профиль $N^*(S)$ удобно нормировать на невозмущенное значение $N^*(\infty)$. В таком случае, он будет асимптотически стремиться к профилю $N_i(S)$, полученному по формуле (1.19). Профили ионной концентрации $N_i(X)$ для зафиксированных моментов времени $t_1 - t_3$ представлены на рисунках 1.11(а)-(в).

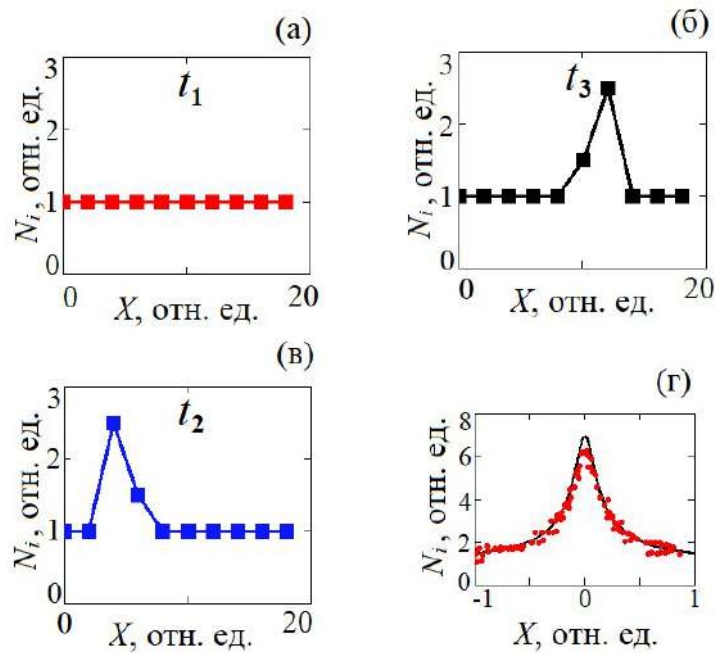


Рисунок 1.11 – (а), (б), (в) профили ионной концентрации $N_i(S)$ в моменты времени $t_1 - t_3$; (г) профили ионной концентрации $N_i(S)$ по формуле (1.19) (сплошная кривая) и из анализа траекторий (кружочки), концентрация ионов в симуляции $N_{sim} = 10^3$ на безразмерную единицу длины [27].

Профиль ионной концентрации для ионно-звукового солитона $N_i(S)$, рассчитанный в рамках указанной методики при $M_i = 1.45$ отображен на рисунке 1.11 (г) для относительно большого числа ионов в симуляции ($N_{sim} > 10^3$). Для сравнения на рисунке отображен этот же профиль, полученный

из аналитической формулы (1.19), полученной в рамках самосогласованной гидродинамической модели. Как видно, результаты хорошо согласуются, что подтверждает справедливость одночастичного приближения. Рассмотренная одночастичная методика определения плазменных макропараметров может оказаться весьма плодотворной при анализе солитонов и нелинейных волн в сложных моделях, не имеющих точных самосогласованных решений [18,19]. В следующем параграфе рассмотрим модели для описания электронно-акустических волн.

1.2 Электронно-акустические солитоны

Электронно-акустическая плазменная мода во многих аспектах подобна ионно-акустической моде. Главным отличием являются более высокие характерные частоты и фазовые скорости, которые определяются малой инертностью электронов. Существование электронно-акустических солитонов требует наличия в плазме как минимум двух электронных популяций с существенно разными температурами [30]-[33]. При этом одну популяцию принято называть "горячими" электронами, а другую – "холодными" или "теплыми".

Рассмотрим подробно модель трехкомпонентной плазмы, которая содержит горячий электронный фон, фракцию холодных электронов и фракцию неподвижных однозарядных ионов [27,29,30]. Холодную электронную фракцию будем описывать уравнениями движения и непрерывности. В то время как для описания горячей электронной популяции воспользуемся распределением Больцмана. Все популяции заряженных частиц свяжем уравнением Пуассона, полагая ионную концентрацию постоянной (т.е. $n_i = n_0 = \text{const}$). Итоговая система гидродинамических уравнений примет вид:

$$\frac{\partial v_{ec}}{\partial t} + v_{ec} \frac{\partial v_{ec}}{\partial x} = -\frac{e}{m_e} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (1.31)$$

$$\frac{\partial n_{ec}}{\partial t} + \frac{\partial n_{ec} v_{ec}}{\partial x} = 0, \quad (1.32)$$

$$n_{eh} = n_{eh,0} \exp\left(\frac{e\varphi}{T_{eh}}\right), \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_0 - n_{eh} - n_{ec}). \quad (1.34)$$

Здесь индексы ec , eh описывают холодную и горячую электронную фракции соответственно, m_e – масса электрона, T_{eh} – температура горячих электронов, $T_{ec}=0$ – температура холодных электронов. Невозмущенные электронные концентрации обозначены символами n_{0eh} , n_{0ec} . Из принципа квазинейтральности следует $n_0 - n_{0eh} - n_{0ec} = 0$. Повторяя выкладки, изложенные в пункте 1.1, систему (1.31) – (1.34) можно привести к уравнению Пуассона в следующем виде:

$$\frac{d^2 \Phi}{dS^2} = \delta \exp(\Phi) + (1 - \delta) N_{ec} - 1, \quad (1.35)$$

где

$$N_{ec} = \frac{M_e}{\sqrt{M_e^2 + 2\Phi \frac{\delta}{1-\delta}}}. \quad (1.36)$$

Здесь $\Phi = e\varphi/T_{eh}$, $\delta = n_{0eh}/n_0$, $M_e = V/C_e$, $C_e = \sqrt{T_{eh} n_{0ec}/m_e n_{0eh}}$ – электронно-акустическая скорость. Пространственные и временные переменные нормированы на $\lambda_D = \sqrt{\varepsilon_0 T_{eh}/e^2 n_0}$ и ω_{ec}^{-1} , соответственно, где $\omega_{ec} = \sqrt{e^2 n_{0ec}/m_e \varepsilon_0}$ – электронная плазменная частота для холодной электронов.

По аналогии с ионно-звуковой модой солитонные решения уравнение (1.36) можно получить в рамках КдВ формализма [32,33], а также численно или

в рамках разложением псевдопотенциала Сагдеева [27, 29, 31]. В последнем случае можно использовать уравнение (1.27) $\Phi(S) = \Phi_0 \cdot \text{sech}^2\left(\sqrt{-\frac{A_1}{2}}S\right)$, где

$$A_1 = \frac{\delta}{2} \left(\frac{1}{M_e^2} - 1 \right),$$

$$A_2 = -\frac{\delta}{2} \left(\frac{\delta}{M_e^4(1-\delta)} + \frac{1}{3} \right).$$

Профили потенциала, электрического поля и концентраций заряженных частиц для электронно-акустического солитона отображены на рисунке 1.12.

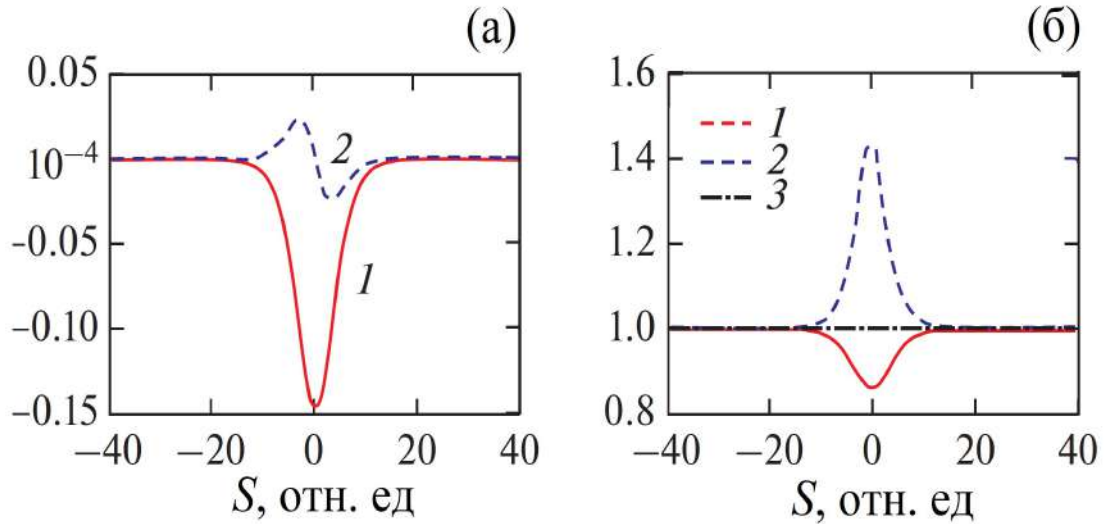


Рисунок 1.12 - Профили электронно-акустического солитона при $M_{ec}=1.15$, $\delta=0.7$ [27,29]: (а) нормированный потенциал Φ согласно (1.27) (сплошная кривая) и электрическое поле $E = -d\Phi/dS$ (штриховая кривая); (б) возмущение концентраций горячих электронов (сплошная кривая) согласно (1.33), холодных электронов (штриховая кривая) согласно (1.36) и ионов (штрихпунктирная кривая) согласно формуле $N_i=1$.

Как видно из рисунка 1.12, электронно-акустический солитон имеет противоположную полярность потенциала. Это связано с отрицательным зарядом электронов. Рассмотренные ионно-звуковые и электронно-акустические солитоны называют солитонами сжатия, поскольку они приводят к увеличению концентраций холодных популяций заряженных частиц (ионов и холодных электронов, соответственно). В рамках более сложных плазменных моделей возможно существование солитонов разрежения, анализ их свойств выходит за рамки настоящей работы.

1.3 Пыле-акустические солитоны

Пылевой (коллоидной) плазмой принято называть ионизированный газ, который наряду с ионной и электронной фракциями содержит фракцию заряженных маркочастиц с характерными размерами от десятков нанометров до сотен микрон. Описанию свойств пылевой плазмы посвящено множество научных работ (см. например, [34-39]). Относительно тяжелая пылевая фракция значительно обогащает общие свойства плазмы и, в частности, разнообразие волновых явлений. Действительно, появляется новая пыле-акустическая мода, свойства которой определяются массой (инерцией) пылевой фракции. Характерные частоты пыле-акустической моды находятся в удобном для наблюдений и измерений диапазоне от единиц до сотен Герц. Таким образом, для изучения пыле-акустических процессов можно использовать относительно доступное видео оборудование. Это обстоятельство делает пылевую плазму весьма привлекательным объектом фундаментальных исследований в области плазменных волн и других коллективных явлений. Теоретически пыле-акустические солитоны были впервые описаны в 1998 году в работе [37], и впоследствии уточнялась большим числом авторов (см., например, [36]).

1.3.1 Метод псевдопотенциала Сагдеева

В большинстве работ для анализа нелинейных пыле-акустических волн использовались гидродинамические модели. В настоящей работе мы поступим таким же образом. Снизу представлена простая одномерная система гидродинамических уравнений, в которой пылевая фракция описана уравнениями движения, баланса давления и непрерывности. Фракции относительно легких частиц, в роли которых выступают электроны и ионы, описаны равновесным уравнением Больцмана:

$$N_e(\Phi) = \exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) \equiv \exp(\sigma_i \Phi), \quad (1.37)$$

$$N_i(\Phi) = \exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right) \equiv \exp(-\Phi), \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} - \frac{\sigma_d}{N_d} \frac{\partial P_d}{\partial X}, \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial P_d}{\partial X} + 3P_d \frac{\partial v_d}{\partial X} = 0, \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial N_d}{\partial t} + \frac{\partial N_d v_d}{\partial X} = 0, \quad (1.41)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = \delta_e N_e - \delta_i N_i + N_d \quad (1.42)$$

Здесь концентрации, начальные концентрации и нормированные концентрации заряженных частиц обозначены следующими символами: n_j , n_{0j} , $N_j = n_j/n_{0j}$, где $j=e, i, d, n$ соответствует электронам, ионам, пылевым частицам и нейтральным атомам; φ и $\Phi = e\varphi Z/T_i$ – потенциал и нормированный потенциал соответственно, где Z – безразмерный заряд пыли, $C_d = \sqrt{ZT_i/m_d}$ – пыле-акустическая

скорость; $\delta_j = n_{0j}/(Zn_{0d})$. Условие квазинейтральности требует $\delta_e - \delta_i + 1 = 0$; P_d – давление пылевой фракции, нормированное на $p_0 = n_{0d}T_d$; $\sigma_i = T_i/T_e$ и $\sigma_d = T_d/(Z \cdot T_i)$; v_d – скорость пыли, нормированная на пыле-акустическую скорость C_d , пространственная и временная координаты нормированы на радиус Дебая и период плазменной частоты пылевой фракции $X = x/\lambda_D$, $t = t\omega_d$ где $\lambda_D = \sqrt{T_i/4\pi Zn_{0d}e^2}$, $\omega_d = \sqrt{4\pi n_{0d}Z^2e^2/m_d}$. Все нормировки соответствуют работе [40]. В общем случае, в уравнения (1.38) – (1.42) необходимо включить слагаемые, которые описывают диссипацию а также силу F_{amp} , которая компенсирует затухание волн (см., например, [41] для линейной задачи). Такой случай соответствует ситуации квазистационарного распространения пыле-акустической волны. Источником силы F_{amp} являются внешние источники энергии, такие как ионные и электронные потоки, внешние электрические поля, сила нейтрального увлечения и т.д. К сожалению, полностью самосогласованных гидродинамических моделей для описания сильно нелинейных пыле-акустических волн, содержащих как диссипацию, так и усилительные механизмы, к настоящему времени не существует. Поэтому мы используем следующее приближение. В стационарном случае мы считаем диссипативную и усиливающую силы малыми и компенсирующими друг друга. Подобный подход использовался в работах [18,19, 40].

Сначала рассмотрим простейший случай консервативного солитона, который будет нам полезен в дальнейшем. Введем граничные условия: $\Phi \rightarrow 0, v_d \rightarrow 0$, а также $N_j, P_d \rightarrow 1$ при $X \rightarrow \pm\infty$. Применим следующую замену переменных: $\xi = X - M\tau$, где $M = V_{sol}/C_d$ – число Маха. Такая замена аналогична с точностью до постоянных замене переменных использованной в разделе 1.1.2. Как и ранее, она позволяет перейти в систему координат движущуюся вместе с солитоном. Указанная замена сводит систему (1.37) – (1.42) к единственному уравнению Пуассона:

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = -\frac{dE}{d\xi} = \delta_e \exp(\sigma_i\Phi) - \delta_i \exp(-\Phi) + N_d(\Phi), \quad (1.43)$$

Как и ранее нормированное электрическое поле описано выражением $E = -\partial\Phi/\partial\xi$. Повторяя действия пункта 1.1.3 систему из уравнений (1.39) – (1.41) можно получить уравнение, описывающее возмущенную концентрацию пылевой фракции:

$$N_d(\Phi) = \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}\sigma_0} \sqrt{1 + \frac{2\Phi}{M^2\sigma_1^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{2\Phi}{M^2\sigma_1^2}\right)^2 - 4\frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^4}}}, \quad (1.44)$$

где $\sigma_0 = \sqrt{3\sigma_d/M^2}$, $\sigma_1 = \sqrt{1 + \sigma_0^2}$. Подробный вывод формул (1.43), (1.44) представлен в работах [36], [42]. Выражение для псевдопотенциала Сагдеева $U(\Phi)$ можно записать в виде $\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + U(\Phi) = 0$, где:

$$U(\Phi) = \frac{\delta_e}{\sigma_i} [1 - \exp(\sigma_i\Phi)] + \delta_i [1 - \exp(-\Phi)] - M^2\sqrt{\sigma_0} \left(\exp\left[\frac{\theta(\Phi)}{2}\right] + \frac{1}{3} \exp\left[-\frac{3\theta(\Phi)}{2}\right] - Y \right). \quad (1.45)$$

$$\text{Здесь } \theta(\Phi) = \cosh\left[\frac{\sigma_1^2}{2\sigma_0}\left(1 + \frac{2\Phi}{M^2\sigma_1^2}\right)\right]^{-1}, \quad Y = \exp\left[\frac{\theta(0)}{2}\right] + \frac{1}{3} \exp\left[-\frac{3\theta(0)}{2}\right].$$

Константа Y подбирается так, чтобы выполнилось условие интегрирования $U(0)=0$. Зная функцию псевдопотенциала Сагдеева можно выразить нормированное электрическое поле солитона в виде, в котором оно понадобится нам в дальнейшем:

$$E(\Phi) = \pm\sqrt{-2U(\Phi)} \quad (1.46)$$

Профили пыле-акустического солитона представлены на рисунке 1.13 при $M=1.5$, $\delta_e=1$, $\delta_i=2$, $\sigma_i=0.012$. Профили потенциала $\Phi(X)$ и электрического $E(X)$ поля получены путем численного интегрирования уравнения 1.43 методом Рунгге-Кутты 4-го порядка. Профили нормированной концентрации

заряженных частиц $N_e(X)$, $N_i(X)$, $N_d(X)$ получены в соответствии с формулами (1.37), (1.38), (1.44) соответственно.

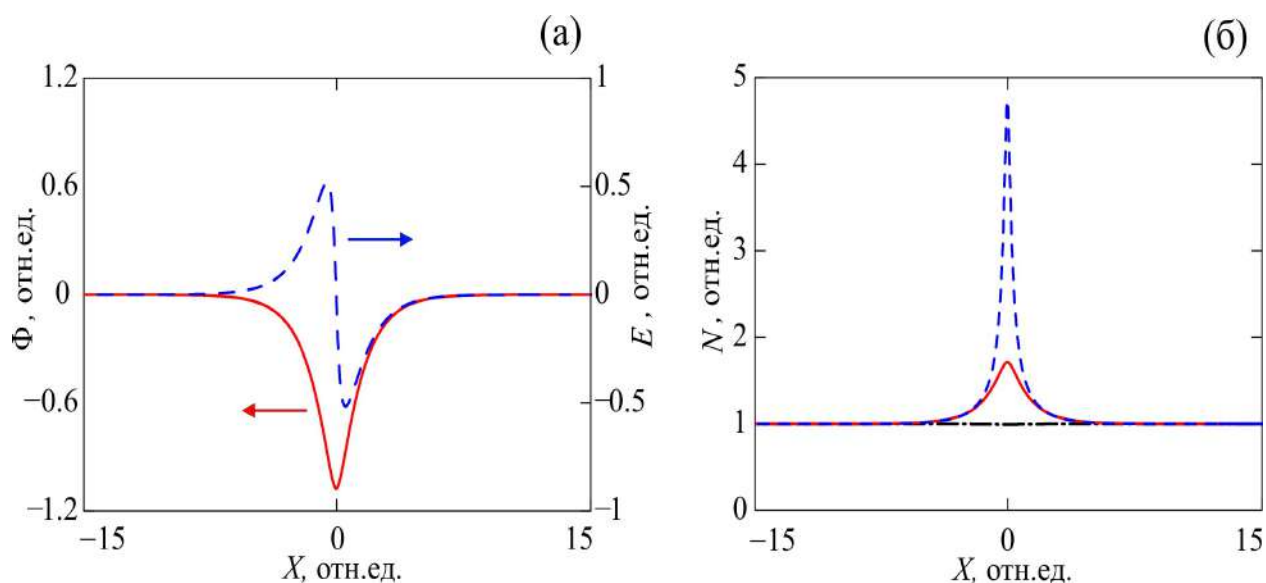


Рисунок 1.13 - Профили пыле-акустического солитона при $M=1.5$, $\delta_e=1$, $\delta_i=2$, $\sigma_i=0.012$: (а) нормированный потенциал Φ , полученный численным интегрированием уравнения (1.43) (сплошная кривая) и электрическое поле $E = -d\Phi/dX$ (штриховая кривая); (б) возмущение концентраций электронов (штрихпунктирная кривая) согласно (1.37), ионов (сплошная кривая) согласно (1.38) и пылевых частиц (штриховая кривая) согласно (1.44).

Как видно, пыле-акустический солитон сжатия имеет отрицательную полярность потенциала. А концентрация пылевой фракции внутри солитона повышена. Как и в случаях, рассмотренных ранее, пыле-акустическая мода может быть успешно проанализирована в рамках КдВ формализма [36].

Стоит отметить, что пыле-акустическая мода имеет ряд особенностей помимо относительно низкой характерной частоты. Одой из них является переменный заряд пылевых частиц, что связано с относительно большими их размерами (до одного миллиметра). Эффект непостоянного заряда пыли будет подробно рассмотрен в следующих разделах.

1.3.2 Новый подход к анализу пыле-акустических солитонов с самосогласованным зарядом пылевых частиц

Заряд пылевых частиц, участвующих в волновом процессе, может флуктуировать вместе с другими параметрами плазмы, среди которых в первую очередь можно выделить концентрации заряженных частиц. В большинстве теоретических моделей (в том числе в рассмотренных выше) заряд пыли Z считают постоянным, однако, для более точного описания волновых процессов необходимы модели с самосогласованным зарядом. Линейные модели пыле-акустических волн, учитывающие самосогласованный заряд Z были представлены в [43-45]. Что касается нелинейных моделей, то следует отметить работу [46], где были получены уравнения Буссинеска и КдВ в приближении малых возмущений, и [36, 47], где был применен более точный метод псевдопотенциала Сагдеева. Оба подхода имеют определенные ограничения: первый применим для малых амплитуд солитонов, второй требует применения неэлементарных функций. Данный раздел диссертации посвящен описанию нового подхода к анализу пыле-акустических солитонов и нелинейных волн с учетом самосогласованного пылевого заряда, в котором уравнение для Z получается с использованием только элементарных функций. С помощью разработанного метода исследованы свойства солитонов в широком диапазоне параметров плазмы. Найдена область существования "стоячих" солитонов.

За основу возьмем теоретическую модель, описанную в разделе 1.3.1. Будем считать, что плазма содержит электроны, ионы и пылевые сферические частицы постоянного радиуса r_d . Согласно [48], заряд пылевой фракции Z определяется плазменными (электронными и ионными) токами на поверхность пылевых частиц. Для простоты будем считать, что электроны и ионы имеют равновесное (Максвелловское) распределение, а магнитное поле и дрейф частиц отсутствуют. В первом приближении, концентрации электронов и ионов

можно описать распределением Больцмана (1.37), (1.38). Вместо уравнения движения (1.39) будем использовать следующее уравнение:

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = Z \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (1.47)$$

Поскольку параметр Z теперь не является постоянным, то нам понадобится уточнить некоторые нормировки, принятые ранее. Скорость пылевой фракции v_d нормирована на пыле-акустическую скорость, которая сейчас определяется выражением $C_d = \sqrt{z_0 T_i / m_d}$, где z_0 – невозмущенный заряд пыли, Z — заряд пыли, нормированный на его равновесное значение z_0 . Пространственная и временная координаты x и t , как и ранее, нормированы на радиус Дебая и период пылевой пламенной частоты, которые теперь определяются формулами $\lambda_D = \sqrt{T_i / 4\pi z_0 n_{0d} e^2}$, $\omega_d = \sqrt{4\pi n_{0d} z_0^2 e^2 / m_d}$. Далее в соответствии с [36] можно записать уравнения для электронного и ионного токов на поверхность частицы:

$$I_e = -r_d^2 n_e e \sqrt{\frac{8\pi T_e}{m_e}} \exp\left(\frac{e\varphi_d}{T_e}\right) \quad (1.48)$$

$$I_i = r_d^2 n_i e \sqrt{\frac{8\pi T_i}{m_i}} \left(1 - \frac{e\varphi_d}{T_i}\right)$$

где $\varphi_d = q_d / r_d$ – поверхностный потенциал, r_d и $q_d = eZz_0$ – размерный заряд и радиус пылевой частицы соответственно. Стоит отметить, что выражения (1.48) получены в рамках приближения ограниченных орбит. Далее перепишем уравнения (1.48) в виде:

$$I_e = -r_d^2 n_e e \sqrt{\frac{8\pi T_e}{m_e}} \exp(-\sigma_i SZ) \quad (1.49)$$

$$I_i = r_d^2 n_i e \sqrt{\frac{8\pi T_i}{m_i}} (1 + SZ)$$

где $S = z_0 e^2 / r_d T_i$. Уравнения (1.48), (1.49) справедливы для отрицательно заряженных частиц, а также для равновесных электронной и ионной фракций. В простейшем случае будем считать T_e , T_i постоянными. Тогда используя уравнения (1.37), (1.38), а также учитывая, что в стационарном случае выполняется равенство $I_e + I_i = 0$, мы можем связать Z и Φ следующим выражением [36]:

$$\Phi = \frac{\sigma_i SZ + A + \ln(1 + SZ)}{1 + \sigma_i}, \quad (1.50)$$

где $A = \ln[\delta(\sigma_i m_e / m_i)^{1/2}]$, $\delta = n_{i0} / n_{e0}$. Чтобы привести уравнения (1.41), (1.47) к одному уравнению для N_d , введем следующую безразмерную функцию [36, 47]:

$$\Psi(\Phi) = -\int_0^\Phi Z d\Phi \quad (1.51)$$

Тогда, повторяя действия предыдущего раздела, вводя новую переменную $\xi = x - Mt$, где M – число Маха (скорость солитона, нормированную на C_d), можно свести систему (1.41), (1.47), (1.51) к одному уравнению для N_d [36, 47]:

$$N_d(\Phi) = M / \sqrt{M^2 - 2\Psi(\Phi)} \quad (1.52)$$

Умножив дифференциалы обеих частей уравнения (1.50) на Z и проинтегрировав их в соответствующих пределах, функцию $\Psi(\Phi)$ можно выразить явно [49]:

$$\Psi(\Phi) = \frac{\Phi}{S} - (Z - 1) - \frac{\sigma_i S}{2(1 + \sigma_i)} (Z^2 - 1). \quad (1.53)$$

Выражение (1.53) уточняет формулу (7.2.55), полученную в [36] в части знака перед первым членом справа. Чтобы проверить выражение (1.53), достаточно рассмотреть случай $Z \rightarrow 1$, соответствующий модели с постоянным зарядом. Как следует из уравнения (1.51), $\Psi(\Phi) = -\Phi$ при $Z = 1$. Для уравнения (1.53) ту же процедуру проделать нельзя, поскольку уравнения (1.51) и (1.53) не тождественны. Действительно, уравнение (1.51) является общим, а уравнение (1.53) получено с использованием конкретной зависимости $Z(\Phi)$ (см. уравнение (1.50)). В явном виде зависимость $Z(\Phi)$ будет найдена ниже. В линейном приближении, используя ряд Тейлора, из уравнения (1.50) можно записать:

$$Z(\Phi) = a + b\Phi, \quad (1.54)$$

Где $a = 1 - bd$, $b = \frac{(S+1)(\sigma_i+1)}{S(\sigma_i(S+1)+1)}$, $d = \frac{1}{\sigma_i+1} [\sigma_i S + A + \ln(S+1)]$. Далее учтем условие $Z = 1$ при $\Phi = 0$. Отсюда следует $a = 1$, $d = 0$ (поскольку $b > 0$) при $\Phi = 0$. Подставив выражение (1.54) в (1.53) и сократив квадратичные члены, можно получить линейное приближение функции $\Psi(\Phi)$. Тогда после простого преобразования можно получить $\Psi(\Phi) = -\Phi$, что подтверждает корректность формулы (1.53).

После проделанных преобразований, систему (1.37), (1.38), (1.52) можно свести к единственному уравнению Пуассона [36, 47, 49]:

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} \equiv f(\Phi) = \mu_e N_e(\Phi) - \mu_i N_i(\Phi) + Z N_d(\Phi), \quad (1.55)$$

где $\mu_e = n_{e0} / z_0 n_{d0} = 1 / (\delta - 1)$, $\mu_i = n_{i0} / z_0 n_{d0} = \delta / (\delta - 1)$. Однократное интегрирование выражения (1.55) с учетом уравнения (1.51) позволяет получить псевдопотенциал Сагдеева в виде:

$$V(\Phi) = \frac{\mu_e}{\sigma_i} (1 - \exp(\sigma_i \Phi)) + \mu_i (1 - \exp(-\Phi)) + M^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\Psi(\Phi)}{M^2}} \right), \quad (1.56)$$

Выражения (1.55) и (1.56) являются наглядными с формальной точки зрения. Однако, их практическое применение связано с рядом математических трудностей, поскольку $\Psi(\Phi)$ не может быть выражено через элементарные функции. Действительно, как следует из уравнения (1.53), $\Psi(\Phi)$ также содержит зависимость от Z . В свою очередь, зависимость $Z(\Phi)$ содержится в выражении (1.50). Нам удалось найти $Z(\Phi)$ с помощью неэлементарной функции Ламберта:

$$Z(\Phi) = \frac{1}{S} \left(\frac{W_0(\sigma_i \exp[g(\Phi)])}{\sigma_i} - 1 \right), \quad (1.57)$$

здесь $g(\Phi) = (\sigma_i + 1)\Phi - A + \sigma_i$, W_0 – функция Ламберта (главная вещественная ветвь). Для численных расчетов можно использовать алгоритм аппроксимации функции Ламберта W_0 представленный в [50] (основанный на методе Ньютона). Далее будет представлен новый метод анализа пыли-акустических солитонов с учетом самосогласованного заряда пыли, привлекающий только элементарных функций.

Новая теоретическая методика основана на том, чтобы в качестве главной переменной был выбран параметр Z . Как оказалось в таком случае проблему

можно свести к единственному обычному дифференциальному уравнению в элементарных функциях. После подстановки (1.50) в (1.55) мы имеем:

$$\frac{d^2 Z}{d\xi^2} = \frac{(\sigma_i + 1)}{S\sigma_i + S/(SZ + 1)} \left[f(Z) + \frac{S^2 (dZ/d\xi)^2}{(\sigma_i + 1)(SZ + 1)^2} \right] \quad (1.58)$$

Здесь функция $f(Z)$ получается после подстановки уравнения (1.50) в правую часть уравнения (1.55). Выражение (1.58) представляет собой нелинейное обычное дифференциальное уравнение второго порядка. Численное его решение легко получить в рамках метода Рунге-Кутты. Начальные условия могут быть определены из следующих простых соображений:

- а) в невозмущенном состоянии $Z \rightarrow 1$ при $\xi \rightarrow \infty$;
- б) в рассматриваемой модели пыле-акустические солитоны имеют отрицательную полярность $\Phi < 0$ [36, 47, 49]. При этом согласно уравнениям (1.37), (1.38) концентрация ионов внутри солитона увеличивается, а концентрация электронов уменьшается. Поэтому заряд пылевой частицы внутри солитона меньше, чем на бесконечности. Таким образом, мы можем положить $Z|_{\xi=0} = 1 - \Delta Z$, где $\Delta Z \sim 10^{-3} - 10^{-7}$, $dZ/d\xi|_{\xi=0} = -(10^{-3} - 10^{-7})$. Заметим, что параметр S не является независимым, а определяется из уравнения (1.50) или (1.57), если положить $\Phi = 0$, $Z = 1$:

$$S = \frac{1}{\sigma_i} W_0 [\sigma_i \exp(\sigma_i - A)] - 1, \quad (1.59)$$

Параметр S можно найти также численно из уравнения (1.50) при $\Phi = 0$, $Z=1$ или графически. Например, мы можем построить график $\Phi(Z)$ и выбрать параметр S так, чтобы кривая проходила через точки $\Phi=0$, $Z=1$. Теперь, зная S , мы можем вычислить z_0 по формуле $z_0 = ST_i r_d / e^2$.

Численные решения уравнения (1.58) показаны на рисунке 1.14 при $\sigma_i = 0.01$, $\delta = 1.5$, $m_e/m_i = 1.36 \times 10^{-4}$ (гелий), $S = 139,935$. Интервал интегрирования $\xi \in$

[0,15], начальные условия при $\xi=0$ следующие: $Z=0,9999999$, $dZ/d\xi=-10^{-7}$. Отметим, что выражение для C_d , использованное в модели [36] (взятое за основу), несколько меньше реального значения. В соответствии с результатами [51] пыле-акустическая скорость может быть выражена уравнением

$$C_d^* = \left(\frac{Z_0^2 n_{0d} T_e T_i}{m_d (n_{0e} T_i + n_{0i} T_e)} \right)^{1/2}. \text{ Таким образом, реальное число Маха определяется}$$

$$\text{по формуле } M^* = \sqrt{\frac{\delta + \sigma_i}{\delta - 1}} M.$$

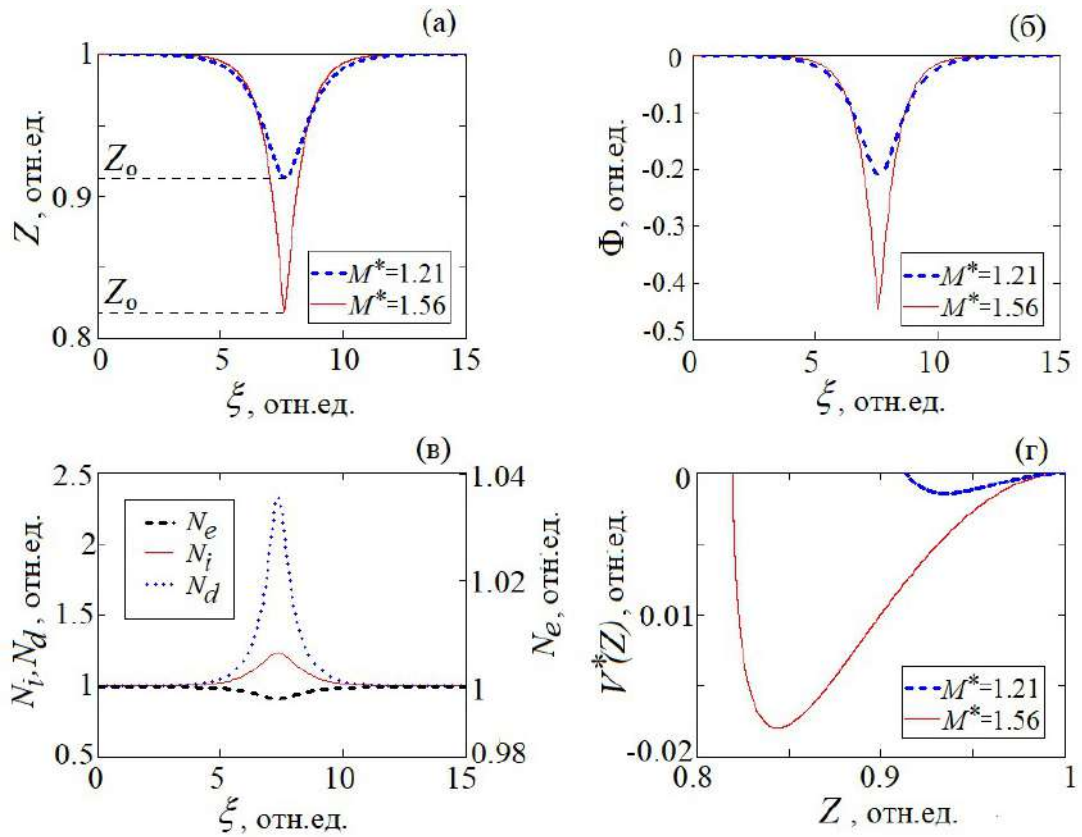


Рисунок 1.14 – Солитонные решения уравнения (1.58) при $\sigma_i=0.01$, $\delta=1.5$, $m_e/m_i=1.36 \times 10^{-4}$, $S=139.935$ полученные для разных значений числа Маха

$M^* = \sqrt{\frac{\delta + \sigma_i}{\delta - 1}} M$. (а) профиль $Z(\xi)$; (б) профиль $\Phi(\xi)$; (в) профили концентраций заряженных частиц (электроны – штриховая кривая, ионы – сплошная кривая, пылевые частицы – пунктирная кривая) при $M=0.7$ ($M^*=1.21$); (г) зависимость $V^*(Z)$.

Как следует из рисунка 1.14, внутри солитона величина заряда пылевых частиц существенно уменьшается. Этот факт может быть важен при анализе нелинейных волн и исследованиях активных частиц. Используя зависимость $Z(\xi)$ (рисунок 1.14(а).) совместно с уравнением (1.50), легко получить зависимость $\Phi(\xi)$ (рисунок 1.14(б).). Далее, используя формулы (1.37), (1.38), (1.52) и (1.53), можно получить профили концентраций заряженных частиц в солитоне, которые представлены на рисунке 1.14(в) при $M = 0.7$ ($M^*=1.21$). График функции, $V^*(Z) = -(dZ/d\xi)^2/2$, полученной численным путем, показан на рисунке 1.14(г). Функция $V^*(Z)$ является аналогом псевдопотенциала Сагдеева, ее можно использовать для сравнения с возможными аналитическими решениями уравнения (1.58). Результаты численного интегрирования уравнения (1.58) полностью согласуются с результатами, полученными при непосредственном интегрировании уравнений (1.55) или (1.56) совместно с [50].

В приближении малых амплитуд анализ исследуемой проблемы может быть упрощен [52]. Как указывалось ранее, решением уравнения (1.55) является зависимость $\Phi(\xi)$. Для малых амплитуд эта задача может быть решена непосредственно, без привлечения уравнения (1.58). В самом простом случае профиль $\Phi(\xi)$ можно найти решив уравнение (1.55), аналитически или численно, например, методом Рунге-Кутты. Для этого необходимо знать зависимость $Z(\Phi)$. Неявно эта зависимость содержится в (1.50). И хоть представить её в элементарных функциях не представляется возможным, но ее легко получить графически, поскольку ее обратная функция $\Phi(Z)$ нам известна, соответствующий график отображен на рисунке 1.15. При этом значения S определены в соответствии с [49] (так чтобы кривые проходили через точку $\Phi=0, Z=1$).

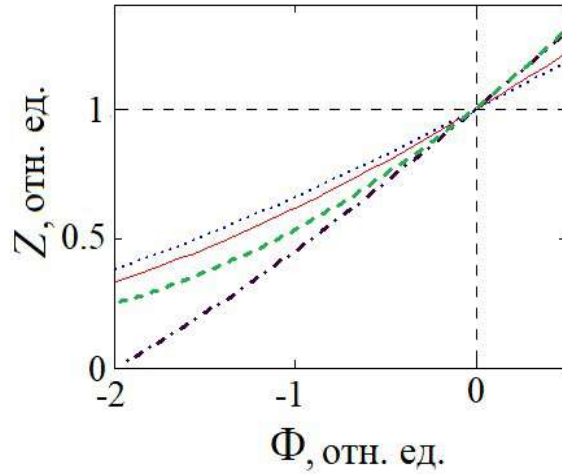


Рисунок 1.15 – Зависимость заряда пылевых частиц от потенциала при $\delta=1.5, m_e/m_i=1.36 \times 10^{-4}$; $\sigma_i=0.001, S=802$ - зелёная штриховая кривая; $\sigma_i=0.01, S=140$ - красная сплошная кривая; $\sigma_i=0.1, S=21$ - синяя пунктирная кривая; $\sigma_i=1, S=2.72$ - черная штрихпунктирная кривая.

Из рисунка 1.15 видно, что в области существования пыле-акустических солитонов $\Phi \in (-1, 0)$ искомая зависимость $Z(\Phi)$ может быть аппроксимирована линейной или квадратичной функцией путем ее разложения в ряд Тейлора в окрестности точки $Z=1$. Технически это можно выполнить, если разложить в ряд функцию $\Phi(Z)$ (уравнение (1.50)) и потом выразить оттуда Z . Окончательно уравнения, описывающие зависимость $Z(\Phi)$ с линейной и квадратичной точностью, можно записать в виде [52]:

$$Z(\Phi) = 1 + \frac{G}{B} (\Phi(\sigma_i + 1) - D), \quad (1.60)$$

$$Z(\Phi) = 1 + G \left(B - \sqrt{2} \sqrt{\frac{B^2}{2} + D - \Phi(\sigma_i + 1)} \right), \quad (1.61)$$

Здесь $B = 1 + \sigma_i(S + 1)$, $D = \sigma_i S + \ln\left(\delta \sqrt{\sigma_i \frac{m_e}{m_i}}(S + 1)\right)$, $G = \frac{S + 1}{S}$. На рисунке 1.16(а)

отображены графики зависимости $Z(\Phi)$, полученные в соответствии с (1.50), (1.60), (1.61). Подставляя полученные выражения (1.60), (1.61) в уравнения (1.51) или (1.53) функцию $\Psi(\Phi)$ оказывается возможным выразить в элементарном виде. Указанные графики отображены на рисунке 1.16(б). Там же представлен график функции $\Psi(\Phi)$, полученный при параметрическом описании $\Psi(\Phi)$ в соответствии с формулами (1.50), (1.53).

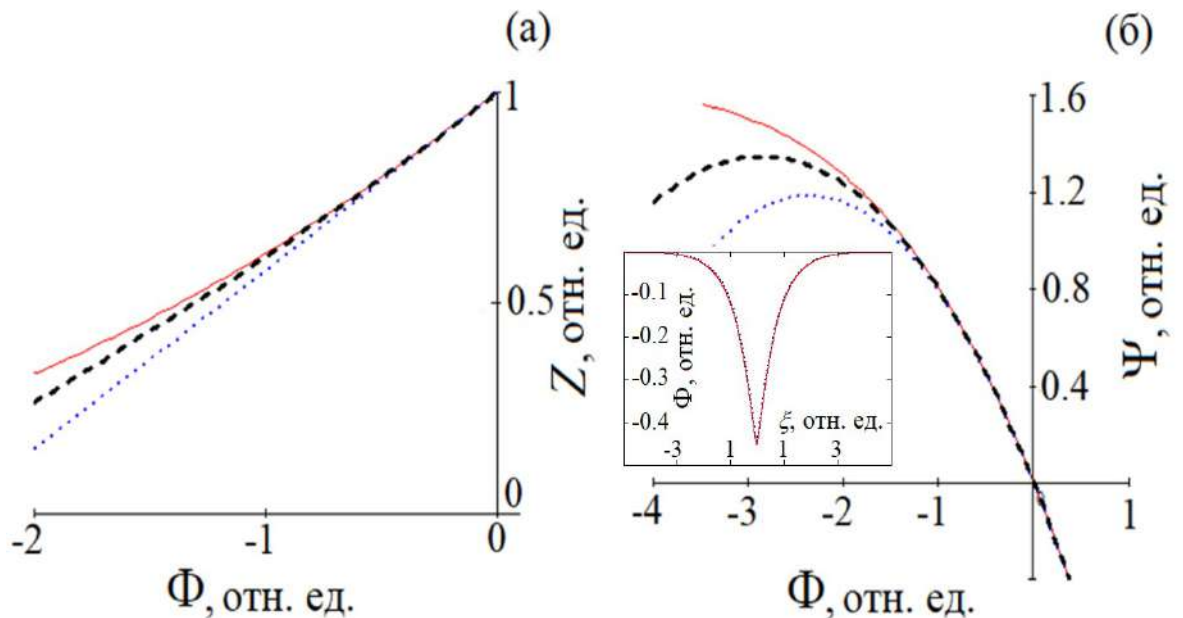


Рисунок 1.16 – (а) зависимость $Z(\Phi)$; (б) зависимость $\Psi(\Phi)$. Сплошные кривые – точные зависимости; пунктирные кривые – линейное приближение; штриховые кривые – квадратичное приближение [52]. На вкладке представлены профили солитона $\Phi(\xi)$, полученные с использованием уравнения (1.57) (сплошная кривая) и линейного разложения (1.60) (пунктирная кривая).

Имея явное выражение функции $\Psi(\Phi)$, исходную задачу поиска солитонных решений с учетом самосогласованного заряда пыли Z можно свести к единственному уравнению Пуассона (1.55). На вкладке к рисунку

1.16(б) представлены солитонные решения (1.15), полученные в рамках метода Рунге-Кутты.

Из рисунка 1.16 видно, что линейное приближение очень хорошо описывает исследуемую проблему (точные результаты получены в рамках методики, описанной в предыдущем разделе). В прикладных задачах проще пользоваться приближенными выражениями, в то время как, для аналитических расчетов можно использовать формализм, содержащий функции Ламберта, интегралы и производные которой известны.

1.3.3 Ультамедленные пыле-акустические солитоны

Применим описанную в предыдущем разделе методику для анализа свойств пыле-акустических солитонов с самосогласованным зарядом Z . Одним из преимуществ новой методики является высокая скорость вычислений. Действительно, решения уравнения (1.58) (представленные на рисунке 1.14(а)), полученные в рамках численного интегрирования методом Рунге – Кутты четвертого порядка, требуют примерно на порядок меньше времени, чем такое же решение с использованием функции Ламберта (с точностью 10^{-5} , в соответствии с [50]). Эта разница может быть существенной при изучении больших параметрических пространств. Также сравним полученные результаты с результатами простой модели при $Z=\text{const}$ (см. [36], раздел 7.2).

Простая модель содержит два независимых параметра, таких как σ_i и δ . Модель с самосогласованным зарядом дополнительно содержит параметр m_e/m_i . Фактический диапазон этих параметров определяется из следующих соображений:

а) согласно [38, 45, 46, 53] в большинстве лабораторных экспериментов выполняется условие $T_e > T_i$. В некоторых работах [37, 47, 54] рассматривается также случай $T_e \approx T_i$. Поэтому мы установим $\sigma_i \in [0.01, 1]$;

б) в пылевой плазме с отрицательно заряженными пылевыми частицами из условия квазинейтральности следует $n_i > n_e$, или $\delta \geq 1$ [46]. В некоторых

случаях, может выполняться условие $\delta \gg 1$ [47, 51], поэтому положим $\delta \in [1.1, 100]$.

в) параметр m_e/m_i зависит от ионного состава плазмы. Проведем расчеты для распространенного в космосе водорода, а также гелия и аргона, которые часто используются в экспериментах. Во всех случаях будут рассматриваться только одноатомные ионы.

Основными параметрами солитонов, которые можно измерить, а также использовать для диагностики плазмы, являются: скорость, амплитуда и ширина. Обозначим через M^*_{min} , M^*_{max} минимальное и максимальное значения скорости солитона. Величину M^*_{min} можно найти аналитически в пределе малых амплитуд (см., например, [36], уравнение 7.2.16 и [47], уравнение (12)). Легко показать, что $0 < M^*_{min} < 1$. Аналитическое выражение для M^*_{max} можно найти лишь приближенно, поскольку в этом случае амплитуды солитонов нельзя считать малыми. На рисунке 1.17 представлены графики $Z_0(M^*)$ (Z_0 – амплитуда солитона, как показано на рисунке 1.14(а)), полученные путем численного интегрирования уравнения (1.58) для гелиевой плазмы с $\sigma_i = 0.1$ и для различных значений δ . Также на этом рисунке показаны соответствующие зависимости $\Phi_0(M^*)$, полученные из уравнения (1.50).

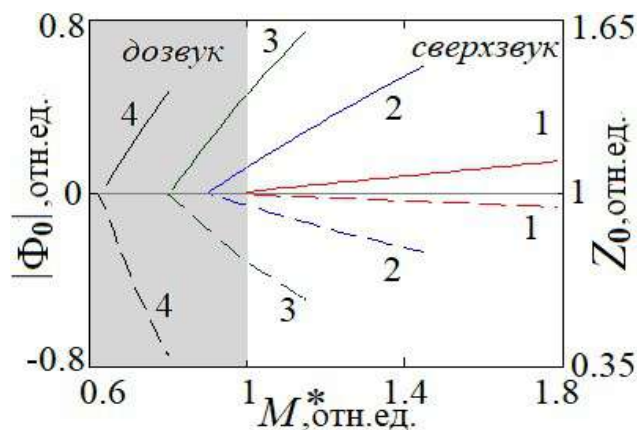


Рисунок 1.17 - Зависимости $Z_0(M^*)$ (штриховые кривые) и $|\Phi_0(M^*)|$ (сплошные кривые) при $\sigma_i = 0.1$ и $\delta = 1.1$ (кривые 1), $\delta = 2$ (кривые 2), $\delta = 10$ (кривые 3), $\delta = 100$ (кривые 4). Заштрихованная область соответствует дозвуковым солитонам.

Очевидно, что амплитуда солитонов возрастает с ростом M^* . При этом $M^*_{min} \leq 1$ для всех кривых, в то же время, M^*_{max} может быть как больше единицы при $\delta \sim 1-10$ (кривые 1-3), так и меньше единицы при больших значениях δ (кривая 4). Далее мы будем рассматривать только солитоны максимальной амплитуды (им соответствует $M=M^*_{max}$), которые легко обнаружить экспериментально благодаря значительному возмущению плотности пыли $\Delta N_d \gg 1$.

Для определения влияния параметра δ на максимальную скорость солитона были получены зависимости $M^*_{max}(\delta)$, которые показаны на рисунке 1.18 для обеих моделей и разных ионов.

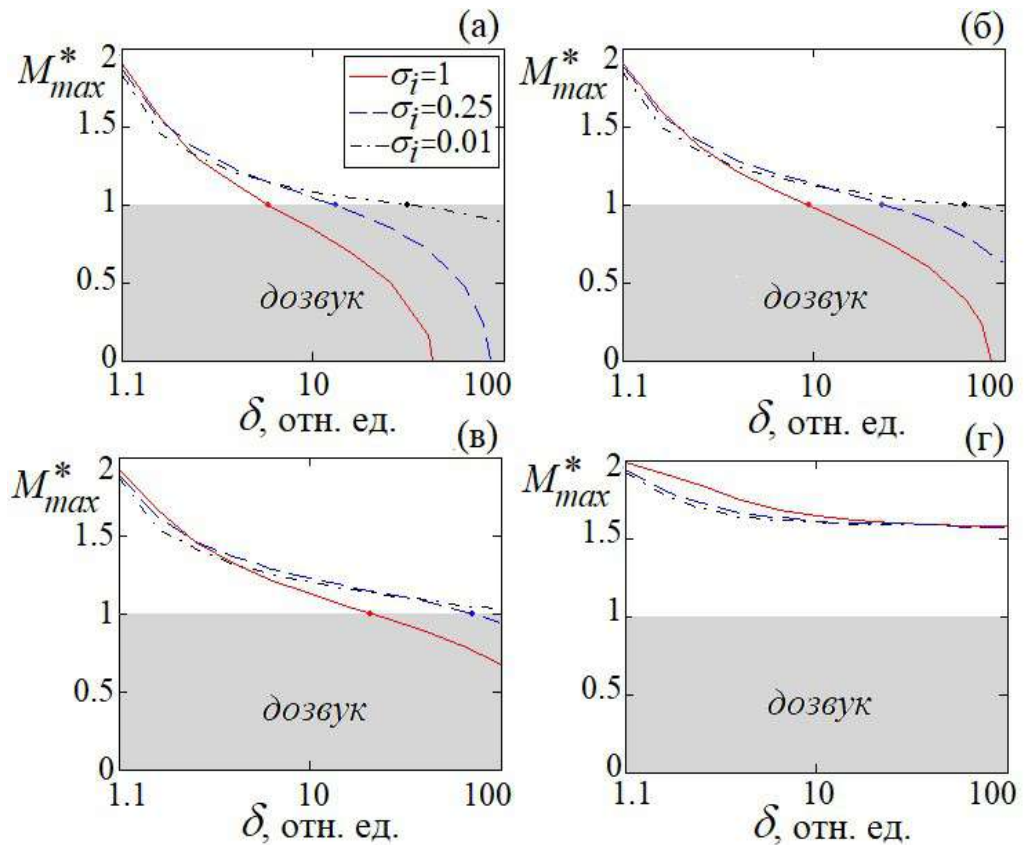


Рисунок 1.18 – Зависимости $M^*_{max}(\delta)$ для модели с самосогласованным зарядом пыли (а) – в водородной плазме; (б) – гелиевая плазма; (в) – аргонная плазма (все ионы считались одноатомными); (г) – для модели с постоянным зарядом пыли.

Из рисунка 1.18 видно, что M^*_{max} уменьшается с увеличением δ , а также с уменьшением молярной массы исходного газа. При $\delta \gg 1$ и $\sigma_i \sim 1$ солитоны становятся существенно дозвуковыми. Более того, для фиксированных значений σ_i существует критическое значение δ_{crit} , при котором $M^*_{max} \rightarrow 0$. При $\delta > \delta_{crit}$ солитонных решений не существует. Из уравнения (1.59) следует, что при $\delta = \delta_{crit}$ параметр S обращается в нуль, при $\delta > \delta_{crit}$ параметр S становится отрицательным, что должно приводить к инверсии заряда пылевых частиц. Таким образом, можно сформулировать новое необходимое условие существования солитонов в модели с самосогласованным отрицательным зарядом пыли: $S > 0$ (или $\delta < \delta_{crit}$). Из уравнения (1.50), полагая $S = 0$, а также $\Phi = 0$, $Z = 1$, можем получить $\delta_{crit} = \left(\sigma_i \frac{m_e}{m_i} \right)^{-1/2}$. На рисунке 1.19(a) отображены кривые δ_{crit} в параметрической области (σ_i, δ) для водорода и гелия. При прочих равных условиях δ_{crit} увеличивается с уменьшением параметра m_e/m_i . Для аргона и других газов значение δ_{crit} находится за пределами исследуемой параметрической области ($\delta_{crit} > 100$ при $0.01 < \sigma_i < 1$). Для сравнения, в рамках простой модели с постоянным зарядом пыли солитоны остаются сверхзвуковыми для всех параметров δ и σ_i (рисунок 1.18(г)).

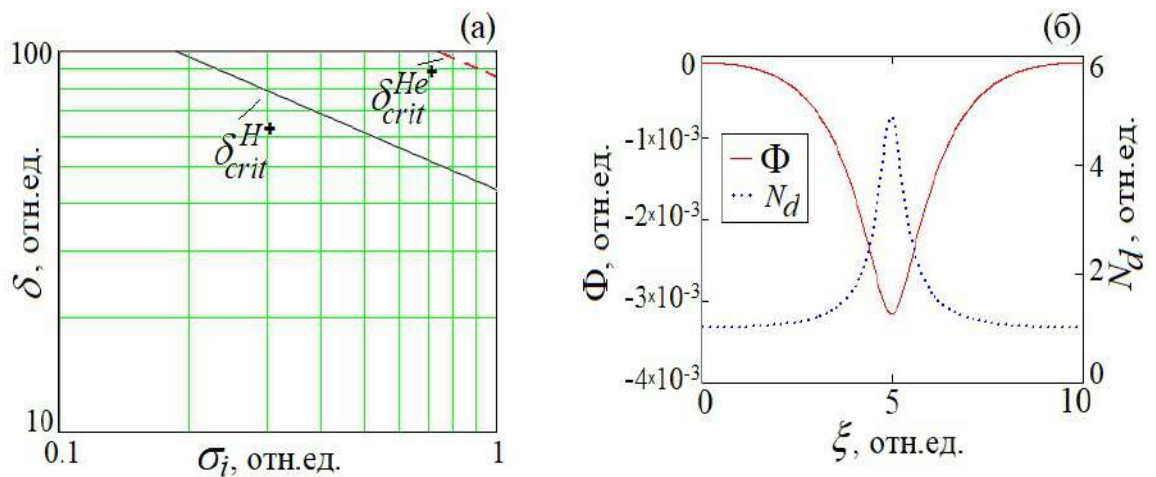


Рисунок 1.19 – (а) зависимости $\delta_{crit}(\sigma_i)$ для водородной и гелиевой плазмы; (б) профили солитона согласно (1.58) при $\sigma_i = 1$, $\delta = 42.5$ (вблизи δ_{crit}), сплошная кривая – профиль $\Phi(\xi)$, пунктирная кривая – профиль $N_d(\xi)$.

Амплитуда солитонов Z_{0max} , Φ_{0max} в зависимости от параметров σ_i , δ для водородной плазмы показана на рисунках 1.20(а, б). В невозмущенном состоянии $Z = 1$, поэтому на рисунке 1.20(а) в качестве амплитуды отображена величина $|Z_{0max}-1|$. Значение $|Z_{0max}-1|$ монотонно возрастает с увеличением δ . Амплитуда возмущения заряда стремится к абсолютному максимуму $|Z_{0max}-1| \rightarrow 1$, при $\delta \rightarrow \delta_{crit}$. Заметим, что уравнения (1.48), (1.49) остаются справедливыми только при $Z_{0max} > 0$ или $|Z_{0max}-1| < 1$, поскольку заряд пылевых частиц становится положительным при $Z_{0max} < 0$. Амплитуда потенциала, наоборот, стремится к нулю $\Phi_{0max} \rightarrow 0$, при $\delta \rightarrow \delta_{crit}$ (рисунок 1.20(б)). Физически это означает, что при $\delta \rightarrow \delta_{crit}$ небольшое изменение потенциала плазмы приводит к существенному изменению заряда пылевых частиц.

Возмущение концентрации в солитонах в окрестности δ_{crit} может достигать больших значений, как показано на рисунке 1.19(б). Стоит напомнить, что в данной параметрической области, величины Φ_0 и M^* близки к нулю. Таким образом, солитоны могут практически полностью останавливаться и при этом возмущения плотности пыли остаются достаточно большими для надежной экспериментальной регистрации таких структур. Явление "стоячего солитона" ранее изучалось в гидродинамике [55]. Такая структура была сформирована на поверхности воды в специальном резонаторе с параметрическим возбуждением. Сейчас можно утверждать, что это понятие имеет более широкое значение [56].

Здесь следует отметить, что на практике скорость солитона не может обратиться в нуль, поскольку уравнение (1.52) справедливо, если скорость солитона превышает тепловую скорость пыли $V_{dTh} = (T_d/m_d)^{1/2}$, которая в реальных экспериментах мала (из-за большой массы частиц), но, все-таки, отлична от нуля. В случае $M^* = 0$ для описания концентрации пылевых частиц следует использовать распределение Больцмана.

Амплитуда солитонов в модели с $Z = \text{const}$ обозначим символом Φ_{0max}^{const} . Как видно из рисунка 1.20(в), амплитуда Φ_{0max}^{const} пыле-акустических солитонов

при $Z=const$ монотонно увеличивается с ростом δ . В то же время, при $Z \neq const$ значение $|\Phi_{0max}|$ имеет локальный максимум при $\delta \sim 10$. Различия между моделями увеличиваются вместе с δ (рисунок 1.20(г)). Следовательно, увеличение отношения $\delta=n_i/n_e$ существенно влияет на процессы зарядки пылевых частиц внутри солитона.

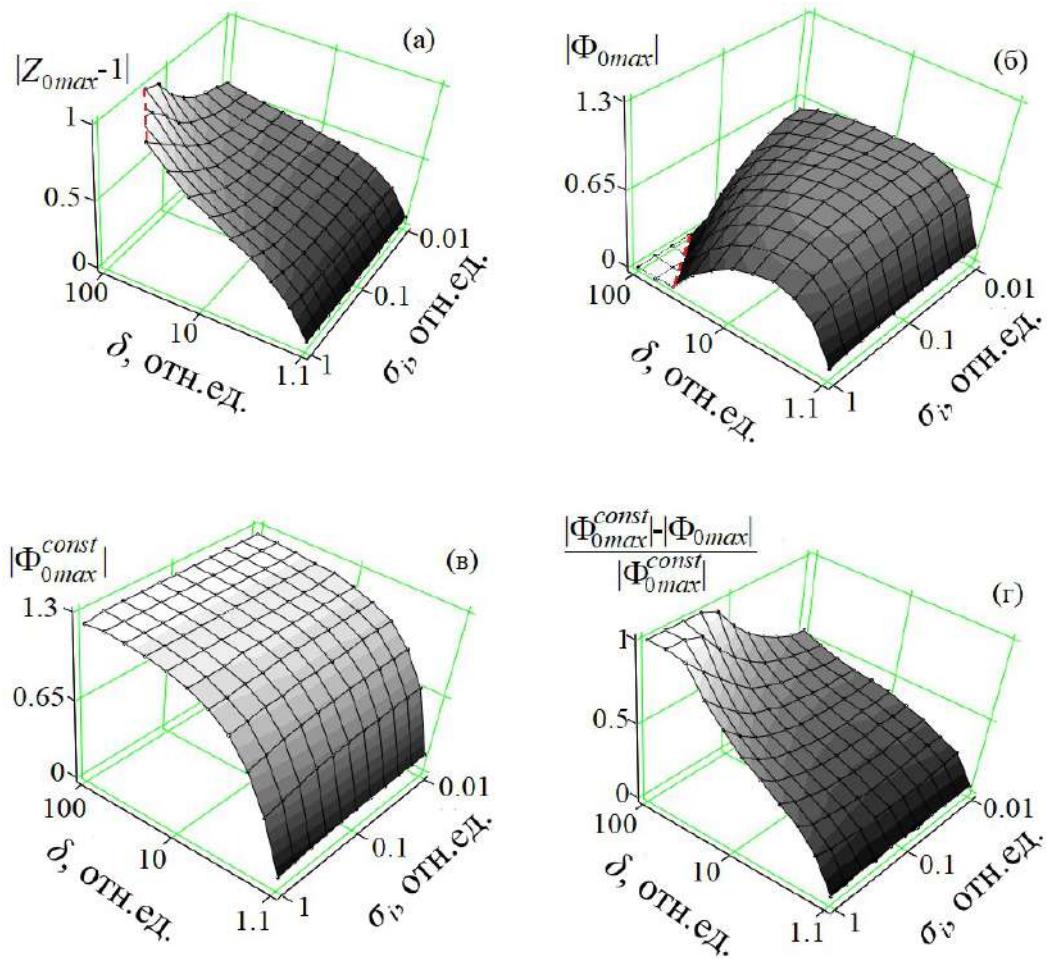


Рисунок 1.20 – Зависимости максимальной амплитуды солитонов от параметров σ_b , δ для водородной плазмы; (а), (б) - при $Z \neq const$; (в) - при $Z = const$; (г) - относительная разница амплитуд для обеих моделей.

Максимальная амплитуда солитонов для гелиевой и аргонной плазмы представлена на рисунке 1.21. Сравнивая рисунки 1.20(б, г) и рисунок 1.21, можно сделать вывод, что различия между двумя моделями уменьшаются с

увеличением атомной массы ионов. Тот же вывод можно сделать из анализа скорости M^* (см. рисунок 1.18).

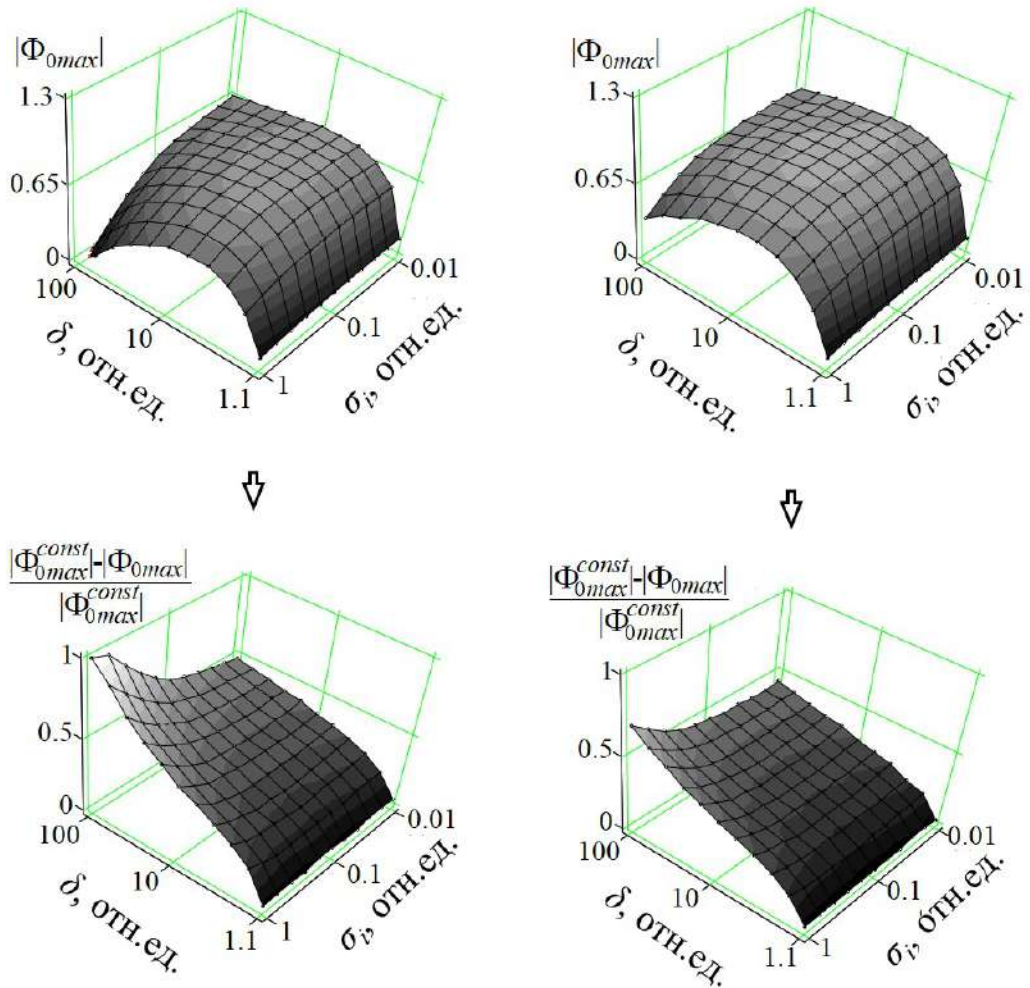


Рисунок 1.21 – Зависимость максимальной амплитуды солитонов от параметров σ_i , δ при $Z \neq \text{const}$; (а) - для гелиевой плазмы; (б) - для аргонной плазмы; (в), (г) - относительная разница амплитуд для моделей с $Z \neq \text{const}$ и $Z = \text{const}$.

На рисунке 1.22 показаны зависимости ширины солитонов Λ от их амплитуд $|\Phi_0|$ для случаев $Z = \text{const}$ и $Z \neq \text{const}$. Как видно, зависимости $\Lambda(|\Phi_0|)$ для обеих моделей можно описать выражением $\Lambda \sim |\Phi_0|^{-2}$. Количественные различия между двумя моделями увеличиваются с увеличением δ .

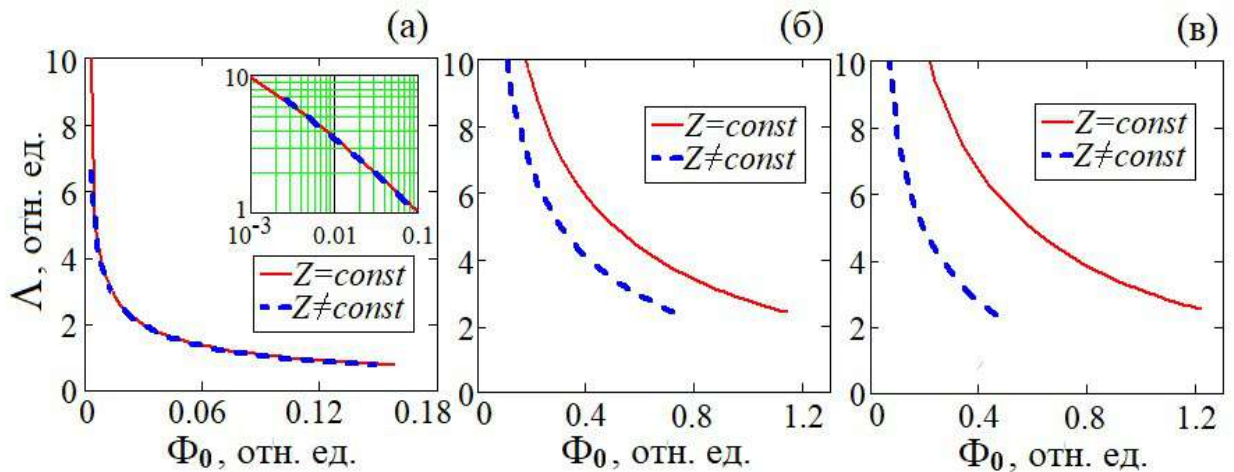


Рисунок 1.22 – Зависимость ширины солитонов Λ от их амплитуды для гелиевой плазмы при $\sigma_i = 0.1$ для обеих моделей. (а) - $\delta = 1,1$; (б) - $\delta = 10$; (в) - $\delta=100$. На вставке к рисунку (а) отображен график $\Lambda(\Phi_0)$ в логарифмическом масштабе.

Разработанная методика может быть обобщена на более сложные плазменные системы. Например, многоионные системы, системы с нетепловыми ионами и т. д. Для этого необходимо явно указать функцию $\Psi(\Phi)$. При этом функция $\Phi(Z)$ может быть неявной, но она должна иметь первую и вторую производные. Как показано в предыдущем разделе для приближенных расчетов можно использовать выражение (1.54), а затем найти функцию $\Psi(\Phi)$ из уравнения (1.51).

1.3.4 Новая методика оценки радиуса Дебая в пылевой плазме

Несмотря на большое количество работ по теме исследования пылевой плазмы, вопрос точного определения ее параметров остается открытым. Он становится особенно актуальным в экспериментах по криогенному разряду, проводимых в громоздких термостатах, в условиях дефицита измерительных приборов и доступных методик измерений. В этих и других случаях

необходимы новые методы плазменной диагностики. В настоящей работе развиты методы диагностики пылевой плазмы, основанные на анализе свойств пыле-акустических солитонов. Разработанная методика предназначена для определения дебаевского радиуса без необходимости использования зондов, внешних электромагнитных полей и других возмущающих факторов.

Волновую плазменную диагностику в плазме можно разделить на две основные части: линейный анализ и нелинейный. Линейный анализ основан на получении дисперсионного уравнения в предположении, что все основные параметры можно представить в виде $A=A_0+A_1$ и $A_I=a_0\exp(i\omega t\pm ikx)$, где ω и k — частота и волновое число соответственно (см. раздел 1.1.1). Как сообщалось выше, важной особенностью пыле-акустической моды является ее сверхнизкая характерная частота ~ 100 Гц, обусловленная относительно большой массой заряженных пылевых частиц. При этом, основным пространственным масштабом является дебаевский ионный радиус (это справедливо для дозвуковых ионных потоков в разрядной плазме). Дисперсионное соотношение позволяет получить связь между частотой, длиной волны и такими параметрами плазмы, как дебаевский радиус и плазменная частота. Линейный анализ также позволяет найти инкремент (декремент) плазменных неустойчивостей [5]. Подробный линейный анализ пылеакустических неустойчивостей можно найти в обзорах [35, 36]. Важно отметить, что линейное приближение справедливо при условии $n_1 \ll n_0$, где n_0 — невозмущенная концентрация пыли, а n_1 — отклонение от невозмущенной концентрации, индуцированное волной. Однако, в большинстве экспериментов возмущение концентрации, вызванное волной, весьма существенно [57,58]. Это хорошо видно по рассеянию лазерного луча на возмущении концентрации. Такие волны, вообще говоря, являются нелинейными. Во многих случаях [38,39,57,58] возмущение концентрации пыли имеет солитонный профиль. Такие волны можно описать только в рамках полностью нелинейной волновой теории. Рассмотрим свойства пыле-акустических солитонов, которые можно использовать для диагностики пылевой плазмы. Все вычисления проведем в

рамках гидродинамической системы уравнений (1.37), (1.38), (1.41), (1.42). Уравнение движения (1.39) перепишем в упрощенном виде:

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (1.62)$$

В данном случае мы пренебрежем давлением пылевой фракции, полагая кинетическую температуру пыли равной нулю (в отличие от случая описанного ранее, см. уравнение (1.39)). Повторяя действия раздела 1.1.3 можно получить уравнение, описывающее возмущенную концентрацию пылевой фракции в следующем виде:

$$N_d(\Phi) = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Phi}} \quad (1.63)$$

Полученная формула совпадает с формулой (1.44) при $\sigma_d \rightarrow 0$ (для случая холодной плазмы). Окончательно уравнение Пуассона приобретет вид [59]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \delta_e \exp\left(\frac{\Phi}{\beta \delta_i}\right) - \delta_i \exp\left(-\frac{\Phi}{\delta_i}\right) + \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Phi}}. \quad (1.64)$$

Применим метод Рунгге-Кутты 4-го порядка для поиска солитонных решений уравнения (1.64). Численное интегрирование используется, поскольку нас интересуют свойства солитонов большой амплитуды. Для расчета были выбраны следующие значения параметров модели: $T_e=6$ эВ, $T_i=0.03$ эВ, $Z=1000$, $n_{0e}=5 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$, $n_{0i}=5,4 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$, $n_{0d}=3,7 \times 10^4 \text{ см}^{-3}$, $m_d=8,3 \times 10^{-13}$ г. Тогда $\beta=200 \gg 1$, $\delta_e=13,5$, $\delta_i=14,5$, $\lambda_D=5,2 \times 10^{-3}$ см, $\omega_d=358 \text{ с}^{-1}$, $C_{sd}=1,9$ см/с. Численные решения уравнения (1.64) для указанных параметров и различных значений M представлены на рисунке 1.23 [59].

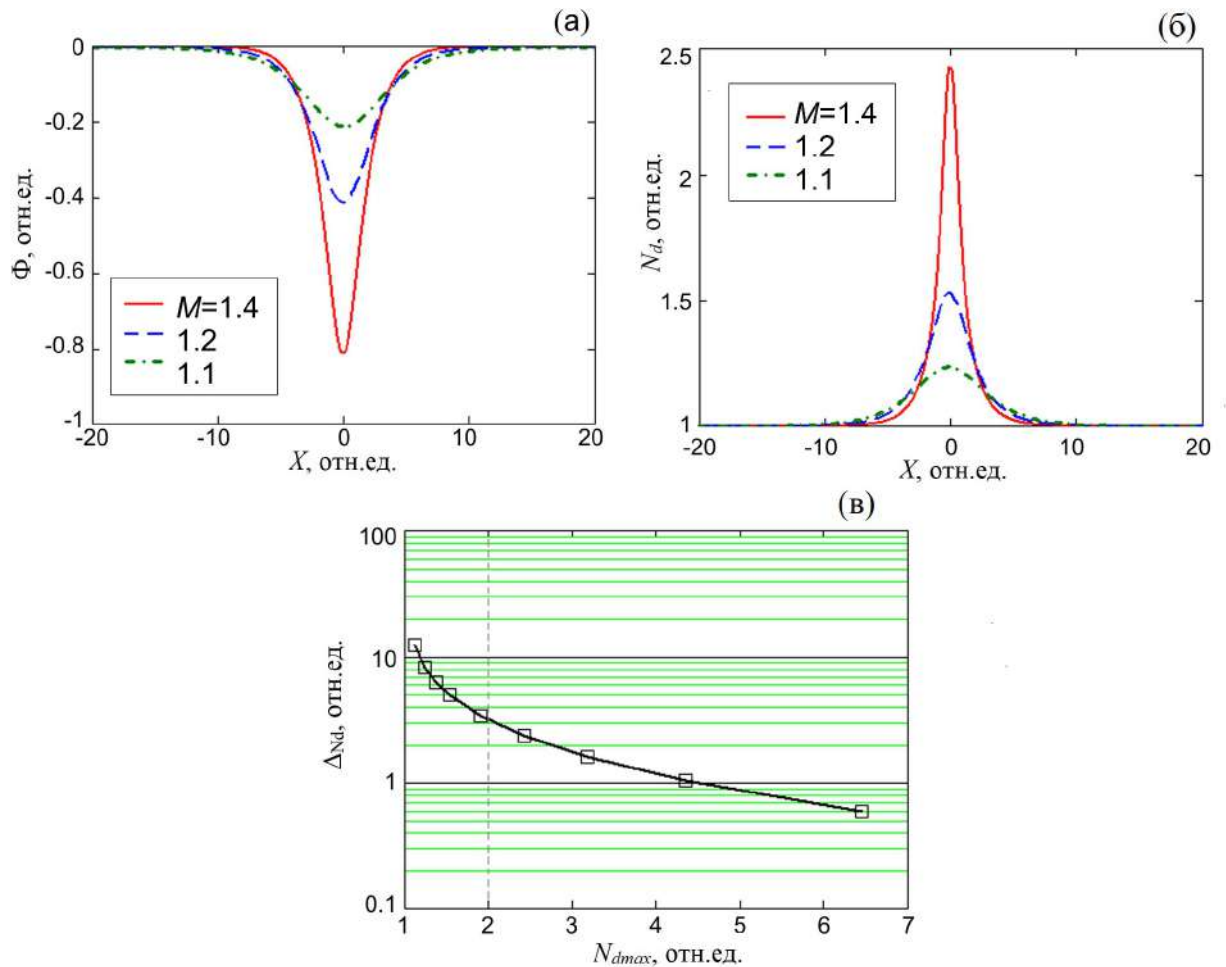


Рисунок 1.23 – Основные параметры пыле-акустического солитона. (а) – профили потенциала при разных значениях числа Маха. (б) – профили концентрации пылевой фракции при разных значениях числа Маха. (в) - зависимость ширины профиля концентрации пыли от его амплитуды.

Очевидно, что солитонные решения имеют сверхзвуковую скорость. С увеличением скорости амплитуда солитона увеличивается, а его ширина уменьшается, рис. 1(а, б). При больших амплитудах ширина солитона составляет несколько дебаевских радиусов. В большинстве экспериментов по изучению пыле-акустической неустойчивости отчетливо наблюдается волновое возмущение концентрации пыли. Более того, возмущение пылевой концентрации является одним из важнейших предметов исследования поскольку его легко регистрировать с помощью видеокамер и при этом,

избегать внешнего воздействия на плазму (за исключением слабого лазерного излучения, предназначенного для подсветки плазменно-пылевых структур). Итак, предположим, что концентрация пыли в центре солитона увеличится хотя бы в 2 раза по сравнению с невозмущенной концентрацией N_{0d} . При этом расстояние между частицами уменьшается примерно в $2^{1/3}$ раза. Как видно, из рисунка 1.23(в), ширина профиля плотности пыли меньше 3 при $N_{dmax} > 2$ (справа от вертикальной пунктирной линии), где N_{dmax} – максимум профиля концентрации $N_d(X)$. Это означает, что, измеряя ширину пылевого акустического солитона, мы можем получить следующую оценку дебаевского радиуса:

$$3 \cdot \lambda_D > \Delta_{Nd} > 1 \cdot \lambda_D, \quad (1.65)$$

или

$$\Delta_{Nd} > \lambda_D > \frac{1}{3} \Delta_{Nd}, \quad (1.66)$$

где Δ_{Nd} – ширина профиля плотности пыли. Нижний предел для Δ_{Nd} составляет $1 \cdot \lambda_D$, при дальнейшем сжатии ожидается возникновение сильных электростатические силы отталкивания одноименно заряженных пылевых частиц. Дебаевский радиус является основным параметром плазмы, связывающим температуру и плотность заряженных частиц.

Следует помнить, что дебаевский радиус определяется электронной фракцией в областях разряда со сверхзвуковым потоком ионов [60]. Легко показать, что и в этом случае предложенная методика будет применима. Близкие результаты получаются при анализе моделей с самосогласованным зарядом пылевых частиц [36, 47, 49]. В [49] было показано, что при $n_{0e} \approx n_{0i}$ учет самосогласования пылевого заряда слабо влияет на солитонные решения.

В отличие от многих других работ, профили концентрации пыли в настоящей работе были детально изучены. Установлена связь между шириной профиля концентрации и дебаевским радиусом. Для дебаевского радиуса был

разработан простой метод оценки, основанный только на анализе изображений пылевых облаков. Преимущество нового метода состоит в отсутствии необходимости использования зондов, спектрометрии и др. Более того, показано, что солитоны и сильно нелинейные волны в некотором смысле можно рассматривать как «универсальные свечи» для оценки дебаевского радиуса.

Выводы к главе 1

Рассмотрены основные методы теоретического анализа волн акустического типа в однородной плазме без магнитного поля. Основное внимание уделено методам нелинейной магнитной гидродинамики. Рассмотрены самосогласованные гидродинамические модели ионно-, электронно- и пыле-акустических волн, которые легли в основу математического аппарата настоящей работы. Рассмотрены случаи холодной, теплой плазмы. Для пыле-акустической моды детально исследована ситуация с флуктуирующим зарядом пылевых частиц, а также рассмотрен случай с ненулевой диссипацией. Поиск солитонных решений системы гидродинамических уравнений проводился в рамках уравнения КдВ (справедливо для малых амплитуд) и метода псевдопотенциала Сагдеева (требует привлечения численных методов). Проведено сравнение результатов, полученных с помощью указанных методов. Также рассмотрен метод одночастичного приближения, который позволяет проводить математическое моделирование в рамках несамосогласованных моделей. Для обоснования его применимости было проведено сравнение результатов полученных разными методами. Рассмотрен нелинейный механизм переноса заряженных частиц гармоническими волнами в плазме, который получил название дрейф Стокса. Как известно, скорость дрейфа Стокса быстро (квадратично) уменьшается с уменьшением амплитуды волны. Следовательно, для гармонических волн малой амплитуды переносом вещества можно пренебречь. Рассмотренная

методика пригодится нам в дальнейшем исследования явления переноса вещества солитонами в плазме.

В первой главе изложены следующие новые результаты, которые будут включены в перечень защищаемых положений:

- Разработан аналитический метод исследования нелинейных пыле-акустических волн в коллоидной плазме, учитывающий самосогласованный заряд пыли. Главное его преимущество заключается в использовании только аналитических функций. Относительно простой математический аппарат нового метода (особенно для случая малых амплитуд) позволяет ускорить расчеты, а также упростить теоретический анализ ряда задач, связанных с исследованием свойств пыле-акустических волн.
- Построена теоретическая модель формирования ультрамедленных пыле-акустических солитонов в коллоидной плазме. Определены области плазменных параметров при которых могут существовать пыле-акустические солитоны с существенно дозвуковыми скоростями (близкими к нулю). Такие солитоны способны вызывать сильное возмущение пылевой концентрации и представлять интерес с прикладной точки зрения (в частности, в новых методах плазменной диагностики).
- Разработан простой (бесконтактный) метод оценки радиуса Дебая в коллоидной плазме, населенной нелинейными пыле-акустическими волнами и солитонами, основанный только на анализе изображений пылевых облаков. Для этого установлена взаимосвязь между шириной профиля пылевой концентрации и радиусом Дебая. Преимущество нового метода состоит в отсутствии необходимости использования зондов, спектрометрии и др. Это особенно актуально в криогенных экспериментах, испытывающих дефицит диагностических методов. Показано, что солитоны и сильно нелинейные волны в некотором смысле можно рассматривать как «универсальные свечи» для оценки дебаевского радиуса.

ГЛАВА 2. КЛАССИЧЕСКИЕ (КОНСЕРВАТИВНЫЕ) СОЛИТОНЫ

Классическим или консервативным солитоном принято называть нелинейную уединенную волну, которая движется в пространстве с постоянной скоростью, амплитудой и формой за счет баланса нелинейных эффектов и дисперсии. Феномен впервые наблюдался Скотом Расселом на поверхности водного канала в Глазго в 1884 г. [1,2]. Математическая теория солитонов появилась спустя почти полвека [3] и вызвала заметный резонанс в волновом сообществе. В частности, солитоны разрушили монополию линейных волн на пространство малых амплитуд. Действительно, из анализа уравнения КдВ следует, что его солитонные решения $f(x) \sim A \operatorname{sech}^2(x)$ остаются нелинейными при любых амплитудах, в частности, при сколь угодно малых амплитудах. Другими словами $A \operatorname{sech}^2(x-Vt) \neq A \exp(ikx-i\omega t)$ при $A \rightarrow 0$. Исследования показали, что солитоны являются универсальным феноменом природы, который описывает свойства нелинейного ионного звука [4-6], магнитного звука [4,9], электрических токов в нелинейных линиях передач [7,8] и других нелинейных волновых явлений (см. [10,11]). Исследованию свойств солитонов посвящено огромное количество научных работ, тем не менее, физика нелинейных волн и солитонов еще далека от своего завершения.

В данной главе рассматривается свойство классических солитонов акустического типа переносить заряженные частицы, возбуждать плазменные электрические токи и возмущать функции распределения фоновой плазмы. С одной стороны солитон является волной. Принято считать, что материальные волны (механические и электромагнитные) переносят импульс, энергию и информацию, но не переносят вещество. Однако, представители волнового сообщества знают, что это утверждение справедливо только линейных волн бесконечно малой амплитуды. В то же время, как показано в первой главе для волн конечной амплитуды (даже гармонических) начинают проявляться нелинейные эффекты, приводящие к возникновению ненулевого дрейфа вещества, получившего название "дрейф Стокса" [12-14]. Скорость дрейфа для

гармонической волны малой, но конечной амплитуды, a пропорциональна ее квадрату $u_s \sim \frac{ka^2}{\omega}$, где k , ω – волновое число и частота волны (1.14). Результаты исследования явления переноса вещества нелинейными периодическими волнами можно найти в [15-17] для волн на поверхности жидкости, а также для ионно-звуковых волн. Во всех указанных случаях указывается на наличие ненулевого потока вещества, индуцируемого волнами. В рассмотренных ситуациях движение частиц представляло суперпозицию дрейфового и колебательного движений. Уменьшение амплитуды волн влекло линеаризацию волнового процесса и последующее быстрое (квадратичное) уменьшение дрейфовой составляющей. Таким образом, для периодических волн нелинейностью и дрейфом можно пренебречь для малых амплитуд.

Для солитонов нелинейностью пренебрегать нельзя. Исследований по переносу вещества солитонами к настоящему времени не много. Рассмотрим основные работы, посвященные анализу плазменных солитонов акустического типа. В работе [18] с использованием уравнений Власова рассчитывались параметры нелинейных ионно-звуковых волн, в частности, найдена формула для плотности ионных токов j_i , индуцированных ионно-звуковыми волнами и солитонами (в пределе малых амплитуд). В работе [20] (см. также обзор [21]), в рамках гидродинамической модели получена формула для j_i для солитонов произвольной амплитуды. Кроме того, проведен анализ свойств ионных токов, индуцированных солитонами. В частности, показано, что ионно-звуковой солитон формирует импульс ионного тока положительной полярности, что соответствует одностороннему переносу ионов. Модель с учетом захваченных электронов [22] позволила рассчитать электронные токи, индуцированные ионно-звуковыми солитонами. В работе [23] для описания токов индуцированных солитонами в плазме был введен термин «Солитонные токи» (в работе [24] этот термин использован для описания потоков в многослойной жидкости). Свойство солитонов переносить вещество использовалось в работе [25] для объяснения разделение вещества и антивещества в ранней вселенной.

Наконец, в работах [26-28] было исследовано влияние ионно-звуковых солитонов на функции распределения фоновой плазмы. Показано, что равновесная ионная функция распределения по скоростям приобретает несимметричную "beam-like" форму в областях плазмы, занятых ионно-звуковыми солитонами, а после их прохождения снова возвращается к равновесному состоянию. Поток ионов (и ионный ток), найденный путем интегрирования полученной функции распределения [26] полностью совпадал с током, найденным методами, описанными в [18,20].

В данном разделе работы представлено детальное исследование массопереноса, связанного с движением ионно-звуковых солитонов в плазме без магнитного поля. Под массопереносом мы будем понимать перемещение ионов фона на конечно расстояние после прохождения солитона (так же, как и для дрейфа Стокса). Наглядно процесс переноса показан в видео симуляции, содержащейся в работе [27]. В ситуации с группой солитонов полный перенос ионов может иметь существенную величину. Кратко рассмотрены солитоны других типов (электронно- и пыле-акустические). Показано, что односторонний перенос вещества является важнейшим свойством солитонов. В частности, продемонстрировано, что дистанция переноса ионов одним солитоном пропорциональна корню квадратному из его амплитуды (т.е. $\Delta X \sim a^{1/2}$), и следовательно, переносом нельзя пренебрегать для солитонов любой амплитуды. Показано, что солитоны являются эффективным механизмом распределения избыточного вещества попадающего в систему. Солитоны огибающей в нашей работе не рассматриваются.

2.1 Односторонний перенос вещества как свойство солитонов акустического типа

Вернемся рассмотрению физического механизма дрейфа Стокса, он нам понадобится для проведения сравнительного анализа. Как упоминалось выше, совершая периодическое продольное движение под воздействием гармонической акустической волны конечной амплитуды, частицы среды

проводят больше времени в области переднего фронта и меньше – в области заднего фронта [14]. За счет этого частица чуть дольше движется вперед, чем назад. В результате движение частицы среды начинает представлять суперпозицию периодического и направленного (дрейфового) движения. При этом направленная составляющая является дрейфом Стокса. Механизм солитонного переноса заряженных частиц аналогичен, он был детально рассмотрен в [21] и представлен схематично на рисунке 2.1. Очевидно, что ион сначала ускоряется передним фронтом (область положительного электрического поля) солитона, а затем тормозится задним его фронтом (область отрицательного электрического поля). Таким образом, ион совершает сдвиговое движение на конечное расстояние в положительном направлении (это справедливо для солитонов сжатия). Главный вопрос для нас – можно ли пренебрегать этим сдвигом при уменьшении амплитуды солитона, как это происходит в случае с дрейфом Стокса.

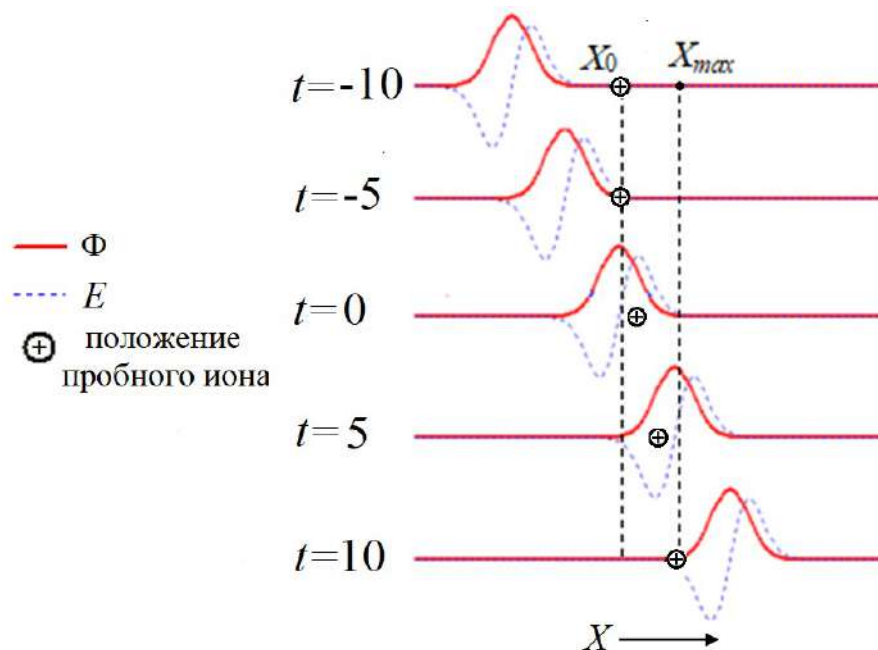


Рисунок 2.1 – Механизм переноса ионов электрическим полем ионно-звуковым солитоном. Сплошной кривой обозначен профиль нормированного потенциала, пунктирной – профиль электрического поля. Начальное положение пробного иона обозначено символом X_0 , конечное положение иона, после прохождения солитона обозначено символом X_{max} .

Для дальнейшего анализа выбрана одномерная модель бесстолкновительной плазмы без магнитного поля с холодными ионами $T_i=0$ и горячими равновесными электронами. Классическая теоретическая модель была выбрана для того, чтобы упростить расчеты. Здесь и далее будем использовать систему нормированных гидродинамических уравнений, которые можно получить из уравнений (1.1) – (1.4) [26, 27]:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = - \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \frac{\partial N_i v_i}{\partial x} = 0, \quad (2.2)$$

$$N_e = \exp(\Phi), \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = N_e - N_i \quad (2.4)$$

Здесь нормировки соответствуют принятым в разделе 1.1.2. Для поиска солитонных решений системы (2.1) - (2.4) будем использовать уравнение КдВ и метод псевдопотенциала Сагдеева. Указанные методы анализа подробно рассмотрены в первой главе. Типичные профили ионно-звуковых солитонов отображены на рисунках 1.6, 1.8.

Сравним параметры солитонного переноса вещества с дрейфом Стокса. Как упоминалось в разделе 1.1.1, величина переноса вещества гармоническими волнами конечной амплитуды (называемого Стоксовым дрейфом [12]), квадратично уменьшается с уменьшением амплитуды. Это означает, что для волн малой амплитуды переносом вещества можно пренебречь. Стоит отметить, что строго говоря, форма волны конечной амплитуды будет отличной от гармонической благодаря нелинейным эффектам. Однако, мы пренебрежем этим аспектом, чтобы использовать упрощенную формулу (2.20) из [14] для дрейфа Стокса. На рисунке 2.2 (квадратики) отображена зависимость смещения ионов от амплитуды гармонической ионно-звуковой волны $\Delta X(\Phi_0)$ за период

волны. Эта зависимость была ранее получена в разделе 1.1.1 и отображена на рисунке 1.2. Далее сравним ее с аналогичными зависимостями полученными для ионно-звуковых солитонов.

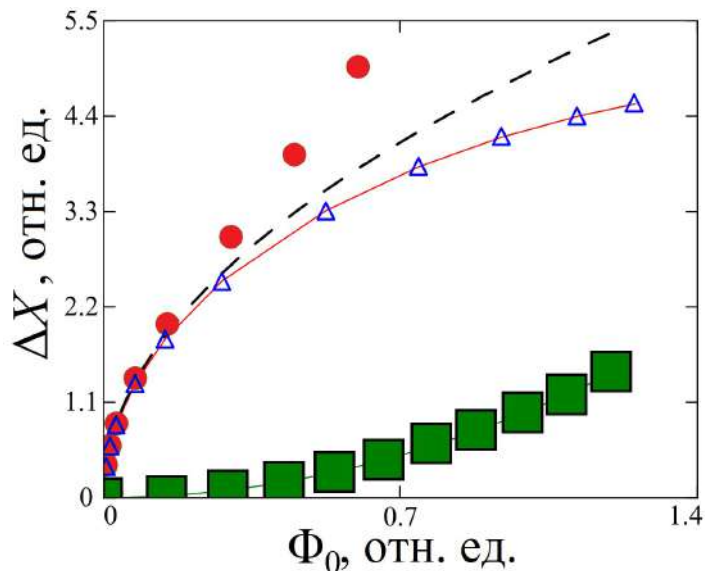


Рисунок 2.2 – Зависимость дистанции переноса фоновых ионов ионно-звуковым солитоном от амплитуды солитонов, полученная разными методами: из анализа динамики пробного иона (треугольники); из численного анализа ионных токов, индуцированных солитоном (сплошная кривая); формула (2.16) (штриховая кривая); из связи Эйлера и Лагранжева описания движения (кружочки). Классический дрейф Стокса показан квадратами для сравнения.

Покажем, что для ионно-звукового солитона переносом вещества пренебрегать нельзя. Под переносом вещества в данном случае будем понимать перенос ионов, поскольку электроны в рассматриваемой модели считаются горячим фоном. Для решения указанной задачи была найдена зависимость смещения ионов электрическим полем ионно-звукового солитона от амплитуды солитона $\Delta X(\Phi_0)$. Если она окажется линейной (или меньшего порядка) при $\Phi_0 \rightarrow 0$, то перенос вещества нельзя исключать из рассмотрения при малых амплитудах солитона. Величина переноса ионов одним солитоном была найдена несколькими независимыми способами, рассмотренными ниже.

2.1.1 Одночастичное приближение (несамосогласованная задача)

Сначала рассмотрим метод, описанный в работе [20], в которой исследовалось движение ионов фона в электрическом поле солитона в предположении, что ионы не взаимодействуют друг с другом. Такая модель полностью соответствует рассматриваемой гидродинамической модели, в которой на частицу вещества действует только электрическое поле волны (см. уравнение (2.1)). Решаемая задача показана наглядно на рисунке 1.9. Для определения параметров движения иона в электрическом поле ионно-звукового солитона был использован второй закон Ньютона (1.28). В нормированном виде его можно записать следующим образом:

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \frac{d\Phi(X,t)}{dX} \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) представляет собой описание движение в Лагранжевых координатах. Начальные условия выбраны следующим образом: $dX/dt|_{t=0}=0$; $X_0=X|_{t=0}=100$ при $t=0$. Зависимость $X(t)$ представлена на рисунке 2.3 для разных значений M . Величину смещения одного иона ионов можно найти по формуле $\Delta X=X_{max}-X_0$, где X_{max} - финальное положение иона. Функцию $\Phi(X,t)$ можно получить либо из уравнения (1.17) либо из численного решения уравнения (1.21). Для второго случая, зависимость $\Delta X(\Phi_0)$ представлена на рисунке 2.2 (треугольники). В рассматриваемой модели начальная скорость всех ионов равна нулю, отличаются лишь начальные координаты ионов. Поэтому все ионы фона переместятся на одинаковое расстояние ΔX после прохождения солитона. Как видно из рисунка 2.2, аппроксимация зависимости $\Delta X(\Phi_0)$ для малых амплитуд имеет порядок менее 1 (как будет показано ниже $\Delta X(\Phi_0)\sim\Phi_0^{1/2}$). Другими словами, она менее крутая, чем линейная. Следовательно, переносом ионов нельзя пренебрегать для солитонов любой, даже сколь угодно малой амплитуды. Более того, для малых амплитуд, массоперенос будет доминировать и проявляться раньше, чем возмущения среды $\Delta\Phi$, ΔN_i .

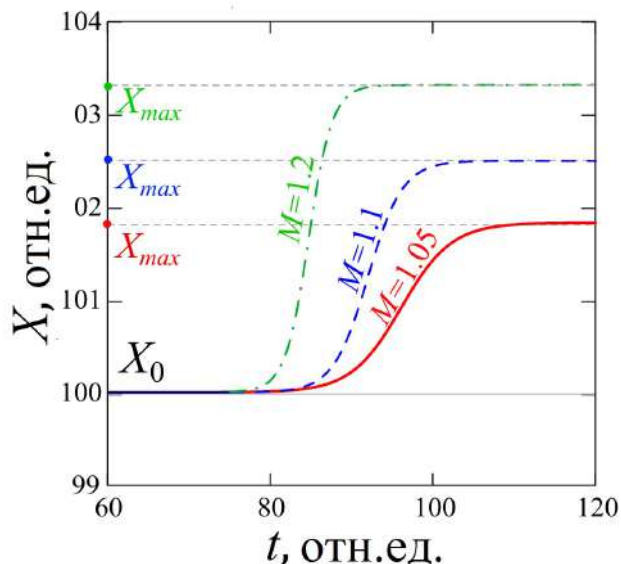


Рисунок 2.3 – Траектории пробных ионов при взаимодействии с ионно-звуковым солитоном для разных значений M .

В следующем параграфе будет представлена методика поиска аналитической зависимости $\Delta X(\Phi_0)$.

2.1.2 Солитонные ионные токи (самосогласованная задача)

Свойства ионного тока, индуцируемого ионно-звуковыми солитонами обсуждались в работах [18-23]. Во всех указанных работах было показано, что солитоны сжатия ($\Delta N > 1$) переносят ионную популяцию в направлении своего движения. При движении группы солитонов возникает ионный ток с постоянной составляющей, что соответствует дрейфу ионной фракции. Плотность ионного тока, индуцируемого солитоном можно найти по известной формуле $j_i = en_i v_i^*$, где v_i^* – размерная скорость ионов. Свойства ионного тока будут подробно рассмотрены ниже. Сейчас воспользуемся готовой формулой для нормированной плотности ионных токов J_i , индуцированных ионно-звуковыми солитонами [20,21]:

$$J_i = M(N_i - 1) \quad (2.6)$$

В данном случае плотность тока нормирована на величину en_0C_s .
 Формулу (2.6) с учетом (1.19):

$$J_i(X, t) = \frac{M^2}{\sqrt{M^2 - 2\Phi(X, t)}} - M \quad (2.7)$$

Графики профиля плотности ионного тока $J_i(X, t)$ для рассматриваемого случая представлены на рисунке 2.4.

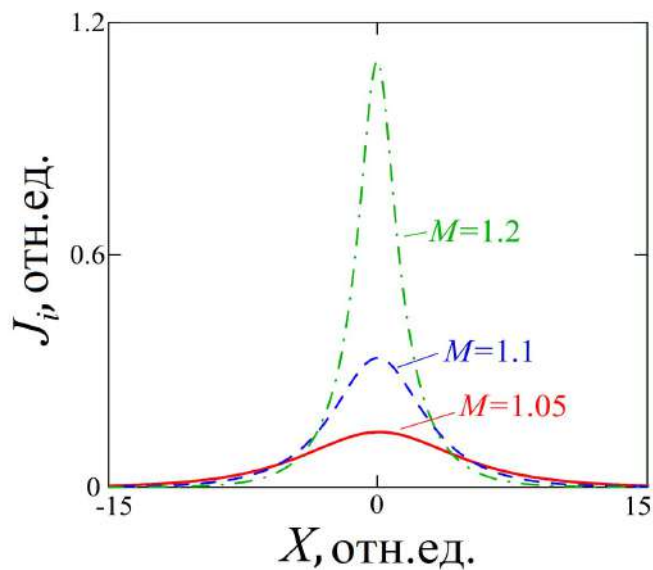


Рисунок 2.4 – Профиль плотности ионного тока, индуцированного солитоном.

Как видно, ионный ток имеет форму импульсов [20,21]. Полный заряд, перемещенный солитоном через единичное сечение в начале координат можно найти по простой формуле:

$$q_i = \int_{-\infty}^{\infty} j_i dt^* = \int_{-\infty}^{\infty} en_i v_i^* dt^* \quad (2.8)$$

где t^* - размерное время. Заряд q_i после прохождения солитона равномерно распределяется в пространстве с первоначальной плотностью и его можно выразить в альтернативном виде:

$$q_i = en_0 \Delta x s \quad (2.9)$$

где $s=1$ единичное сечение. Приравнявая (2.8) и (2.9) и применяя принятые нормировки можно получить:

$$Q_i = \Delta X \quad (2.10)$$

где $Q_i = \int_{-\infty}^{\infty} J_i(0, t) dt$ - нормированный заряд переносимый солитоном через единичное сечение. Теперь расстояние, на которое солитон переносит ионы можно выразить в явном виде [29]:

$$\Delta X = \int_{-\infty}^{\infty} J_i(0, t) dt \quad (2.11)$$

или, используя (2.7):

$$\Delta X = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{M^2}{\sqrt{M^2 - 2\Phi(0, t)}} - M \right) dt \quad (2.12)$$

В формуле (2.12) для профиля солитона $\Phi(X, t)$ можно использовать либо аналитическое решение (1.17), либо численное решение уравнения (1.21). Для второго случая зависимость $\Delta X(\Phi_{\max})$ представлена на рисунке 2.2 сплошной кривой. Как видно, она полностью совпала с полученными ранее результатами.

Для случая малых амплитуд зависимость $\Delta X(\Phi_{\max})$ может быть найдена аналитически. Действительно, подставив уравнение (2.6) в формулу (2.11) можно получить:

$$\Delta X = \int_{-\infty}^{\infty} M(N_i - 1) dt \quad (2.13)$$

Как указывалось выше (см. п. 1.1.2), профиль ионно-звукового солитона $N_i(X, t) - 1$ совпадает с профилем $\Phi(X, t)$ для малых амплитуд. В таком случае уравнение (2.13) можно переписать в виде:

$$\Delta X = M \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(0, t) dt \quad (2.14)$$

Или используя уравнение (1.16):

$$\Delta X = \Phi_0 M \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}^2\left(\frac{-Mt}{D}\right) dt \quad (2.15)$$

Интегрирование дает:

$$\Delta X(\Phi_0) = 2\sqrt{6\Phi_0} \quad (2.16)$$

Соответствующий график $\Delta X(\Phi_0)$ представлен на рисунке 2.2 штриховой кривой. Как видно, аналитические результаты хорошо согласуются с численными, а в области малых амплитуд полностью совпадают. Из формулы (2.16) в явном виде следует аппроксимация $\Delta X(\Phi_0) \sim \sqrt{\Phi_0}$. Таким образом, перенос вещества является неотъемлемым свойством ионно-звуковых солитонов сжатия, и им нельзя пренебрегать при любых амплитудах (в отличие от гармонических волн).

2.1.3 Лагранжево описание движение

Зная эйлерову ионную скорость $v_i(X, t)$ можно найти Лагранжеву координату иона (или частицы среды) $X(t)$ по формуле $dX/dt = v_i(X, t)$. Это можно сделать по аналогии с формулой (2.19) из [14] или в соответствии с формулой (1.13). В силу идентичности профилей солитона $v_i(X, t)$ и $\Phi(X, t)$ в рамках уравнения КдВ можем записать:

$$dX/dt = \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{X-Mt}{D} \right) \equiv \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{X-Mt}{\sqrt{6/\Phi_0}} \right) \quad (2.17)$$

Выбирая начальные условия в следующем виде $X(t)=X_0=100$ при $t=0$ и последующего решая уравнение (2.17) численно (методом Рунге Кутты 4-го порядка) можно найти искомую зависимость $\Delta X(\Phi_0)$, график которой представлен на рисунке 2.2 кружочками. Как видно, все кривые имеют одинаковую асимптотику $\Delta X(\Phi_0) \sim \sqrt{\Phi_0}$ при $\Phi_0 \rightarrow 0$. Анализ переноса в рамках преобразования Эйлера-Лагранжа является наиболее универсальным для большинства КдВ систем. Он указывает на универсальность полученных результатов и возможную их применимость далеко за пределами исследуемой задачи. Указанные исследования, выходят за рамки диссертационной работы, однако, являются перспективой дальнейших работ в этом направлении.

2.1.4 Альтернативные механизмы переноса, элетронно- и пыле-акустические солитоны

Известно несколько механизмов переноса вещества ионно-звуковыми солитонами:

- перемещение ионов на конечное расстояние [18-22,25,27];
- перемещение электронов захваченных потенциальной ямой солитона из бесконечности на бесконечность [18,22,30,31];
- перемещение ионов передним фронтом диссипативного солитона из бесконечности на бесконечность [32,33] (в указанных работах исследовался перенос пыли пыле-акустическими солитонами, однако результаты легко обобщить на ионно-звуковую моду).

Отметим, что второй и третий механизм не реализуются в рассмотренной простой модели. В нашей работе анализируется первый механизм, который реализуется практически во всех моделях, описывающих ионно-звуковые

солитоны сжатия. Более того, перенос (сдвиг) всех ионов в направлении движения волны является единственной причиной формирования профиля ионной концентрации $N_i(\Phi)$. Действительно, как показано на рисунке 1.11(г) профиль $N_i(\Phi)$ рассчитанный в рамках одночастичного приближения, учитывающего только ионный сдвиг, совпадает с профилем $N_i(\Phi)$ полученный из самосогласованной гидродинамической теории. Таким образом, ионная фракция сжимается за счет набегания ионов расположенных левее на те, что расположены по ходу движения солитона (этот процесс наглядно отображен в видео симуляции, содержащейся в "supplementary materials #1" в работе [27]). Может показаться, что величина одностороннего переноса ионов одним солитоном не велика $\Delta X < 5\lambda_D$ (рисунок 2.2), и не заслуживает внимания. Однако, в случае большой группы солитонов (такая ситуация распространена в космосе [34-36]) величина полного переноса ионной фракции может оказаться весьма значительной. Как показано в работах [19-22], группа солитонов формирует в плазме пульсирующие ионные токи с существенной постоянной составляющей, названные *солитонными токами* [21]. Солитонные токи могут регистрироваться посредством измерения возмущенной солитонами ионной функции распределения, которая, согласно [26,27] должна иметь несимметричную «beam-like» форму (этот вопрос будет детально рассмотрен ниже). Также рассматриваемый солитонный механизм переноса предложен в качестве причины разделения вещества и антивещества в ранней вселенной [25].

Полученные результаты, по-видимому, являются общими для широкого класса солитонов. Рассмотрим данное положение. Результаты легко обобщаются на случай классических электронно-акустических [37] и пыле-акустических [38] солитонов в силу подобия соответствующих теоретических моделей (см. также [21]). Действительно, в обоих случаях проблема может быть описана в рамках КдВ уравнения. Причем солитонные решения для электронно- и пыле- акустических мод с точностью до постоянных совпадают с уравнением (1.17) [37], [38]. Тогда следуя логике описанной в разделе 2.1.2.

можно показать, что электронно- и пыле-акустические солитоны сжатия переносят заряженные частицы в направлении своего движения, причем дистанцию переноса также можно описать полученным ранее соотношением $\Delta X(\Phi_0) \sim \sqrt{\Phi_0}$. Роль ионов в ситуации с электронно- и пыле-акустическими солитонами играют холодные электроны и пылевые частицы соответственно. Перенос пыли пыле-акустическими солитонами рассматривался ранее в работах [39,40] однако зависимость $\Delta X(\Phi_0)$ не анализировалась.

В рассмотренной бесконечной модели солитон передвигает весь ионный фон слева направо. Существование солитонов в ограниченной системе может быть связано с возникновением избытка вещества около одной из границ. Этот избыток и превращается в один или несколько солитонов. Такая ситуация реализуется для случая классических плоских солитонов на поверхности воды. Так в одной из пионерских работ Рассела [2] для возбуждения солитонов использовались тяжелые плиты, которые быстро погружались в воду. В результате соответствующий объем вещества вытеснялся и начинал распространяться по каналу в виде солитона (см. рис.3 на панели 47 в работе [2]). Также Рассел использовал бак с водой, уровень которой был выше уровня воды в канале. После резкого открытия шлюза вода из танка устремлялась в канал и формировала солитон [2]. В таком случае, вынос избытка вещества солитонами становится очевидной. Ионно-звуковые и электронно-акустические солитоны, обнаруженные в космосе, также часто ассоциируются с потоками заряженных частиц [35], построенная нами теория солитонного переноса может быть полезной для интерпретации соответствующих экспериментов. Далее будут рассмотрены свойства электрических токов, индуцированных солитонами акустического типа в плазме.

2.2 Плазменные токи, индуцированные ионно-звуковыми солитонами

Профиль потенциала (рисунок 1.18(б)) свидетельствует об избыточном положительном электрическом заряде в центре ионно-звукового солитона,

движущегося со сверхзвуковой скоростью $M > 1$. В определенном смысле, солитон является движущейся заряженной квазичастицей [41]. Интересным становится вопрос – могут ли солитоны генерировать плазменные электрические токи, и каковы свойства этих токов. В рамках гидродинамической теории ответ на этот вопрос обсуждался в статье [20]. Рассматриваемая задача сводилась к исследованию динамики заряженных частиц, из которых формируются солитоны. Задача анализа токов, индуцируемых солитонами, становится еще более актуальной в контексте результатов представленных в разделе 2.1.

Как известно, ионная тепловая скорость намного меньше ионно-звуковой скорости $v_{Thi} \ll C_s$ при выполнении известного условия $T_e \gg T_i$. Как показано ранее плотность ионного тока, индуцированного ионно-звуковым солитоном определяется известной формулой $j_i = e \cdot n_i \cdot v_i$. В электрическом поле ионно-звукового солитона ионы приобретут скорость, которую в лабораторной (неподвижной) системе координат согласно выражению (2.2) можно выразить следующим образом:

$$v_i = V \left(1 - \frac{1}{N_i} \right). \quad (2.18)$$

Выражение для плотности ионного тока в таком случае примет вид:

$$j_i = en_i V \left(1 - \frac{1}{N_i} \right) \quad (2.19)$$

Нормируя выражение (2.19) на en_0C_s легко получить уравнение для нормированной плотности ионного тока (2.6), записанное ранее. Профили нормированной ионной скорости и плотности ионного тока (зависимости $J_i(X)$) в разные моменты времени t , отображены на рисунке 2.5.

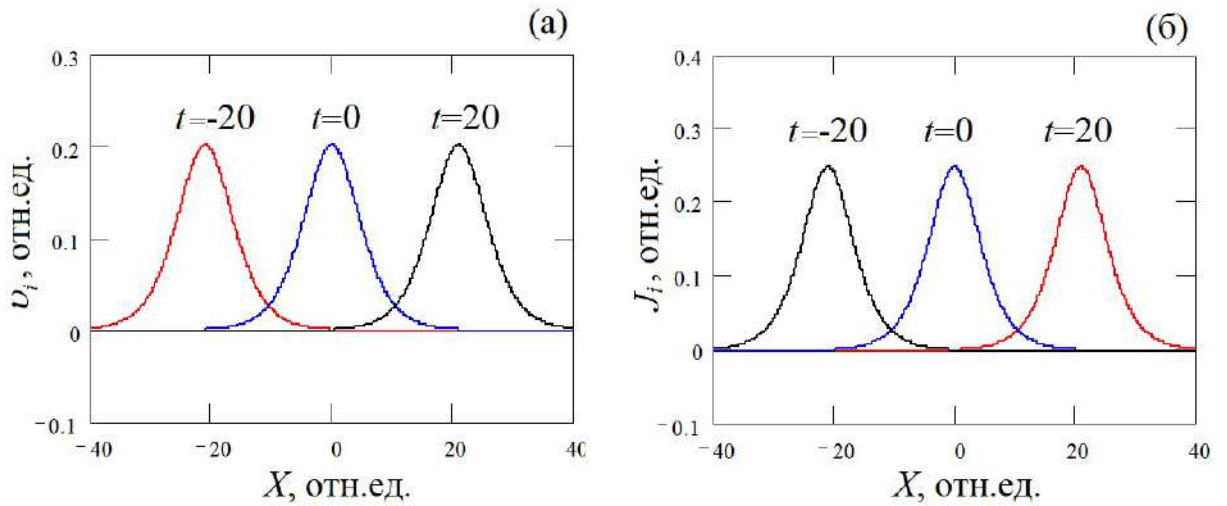


Рисунок 2.5 – Профили нормированной ионной скорости (а) и плотности ионного тока (б), индуцированного ионно-звуковым солитоном при $M=1.05$ в разные моменты времени. Результаты относятся к неподвижной системе координат.

Как видно из рисунка 1.8(б), ионная концентрация внутри ионно-звукового солитона сжатия всегда больше начальной концентрации (т.е. $N_i(X) > 1$). Следовательно, в соответствии с (2.19), нормированная ионная скорость v_i внутри солитона будет положительной. Это значит, что v_i будет совпадать по направлению с направлением движения солитона, а значит будет справедливым неравенство $v_i \geq 0$ (рисунок 2.5(а)) (см. также [42]). Таким образом, в поле ионно-звукового солитона положительной полярности ионы будут перемещаться только вперед (в направлении движения солитона). Следствием такого переноса должен являться импульс плотности ионного тока J_i , который должен иметь направление, совпадающее с направлением ионной скорости v_i (рисунок 2.5(б)). Следовательно, ионно-звуковые солитоны сжатия будут генерировать в плазме положительные импульсы ионного тока. В гидродинамической модели, содержащей две электронные фракции различной температуры [43], могут существовать ионно-звуковые солитоны отрицательной полярности потенциала $\Phi < 0$. Указанной ситуации соответствует уменьшение ионной концентрации (т.е. $0 < N_i < 1$) и, в соответствии с формулами (2.6),(2.19), противоположная направленность индуцированного

ионного тока. Генерация плазменных токов является важным свойством солитонов. Термин «*Солитонные токи*» был впервые предложен в работе [23] для описания таких токов.

В рассматриваемой гидродинамической модели тепловая скорость электронов имеет значительно большую величину по сравнению с ионно-звуковой скоростью. Как указано выше, электроны в таком случае имеют равновесное распределение в поле солитона в соответствии с распределением Больцмана (2.3). В этом приближении электронный солитонный ток найти проблематично [18]. Стоит отметить, что с прикладной точки зрения важно знать токи отдельных плазменных фракций, интерпретируемые в виде пучков ионов или электронов различной энергии, концентрации и т.д. Электронные токи, возбуждаемые ионно-звуковыми солитонами, будут рассмотрены ниже в рамках гидродинамической модели, учитывающей захваченные электроны.

Далее проанализируем ключевые свойства солитонных токов. С прикладной точки зрения, для оценки необходимого временного разрешения экспериментальных инструментов важно знать характерные длительности импульсов солитонных токов. Под длительностью импульса ионного солитонного тока χ_i будем понимать промежуток времени, в течение которого условие $J > J_0 / \exp(1)$ остается справедливым, здесь J_0 – амплитуда токового импульса. График зависимости длительности импульса ионного солитонного тока от числа Маха M , полученной для ионно-звуковых солитонов в холодной плазме можно получить из уравнений (2.6), (1.19), (1.27) в виде [20,21]:

$$\chi_i(M) = \frac{2}{M} \sqrt{-\frac{2}{A_1}} \operatorname{arch} \left(\frac{B}{M} \sqrt{\frac{2\Phi_0}{B^2 - 1}} \right), \quad (2.20)$$

здесь $B = 1 + \frac{1}{\exp(1)} \left(\frac{M_i}{\sqrt{M_i^2 - 2\Phi_0}} - 1 \right)$. График зависимость $\chi_i(\Phi_0)$ можно

отобразить в параметрическом виде (рисунок 2.6), объединяя (2.20) и уравнение для амплитуды солитона $\Phi_0 = -A_2/A_3$ (как показано выше, величины A_2, A_3 являются функцией числа Маха M).

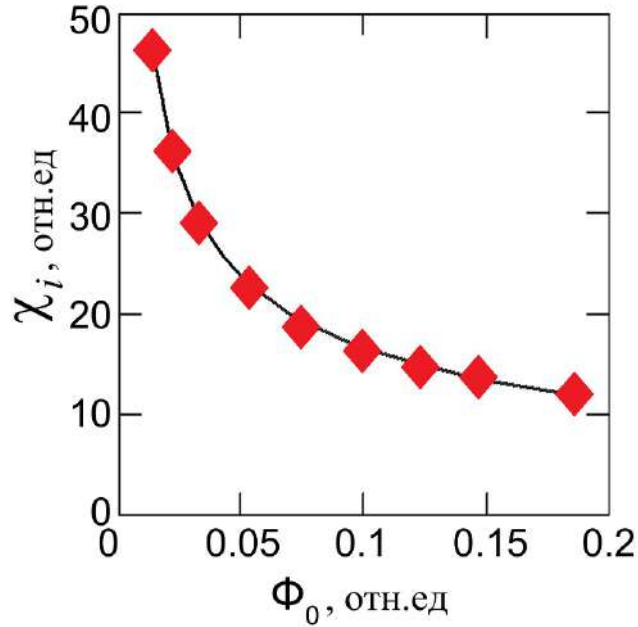


Рисунок 2.6 - Длительность импульсов ионных токов индуцируемых ионно-звуковыми солитонами как функция их амплитуды.

Как видно из рисунка 2.6, с ростом амплитуды солитонов уменьшается длительность соответствующих импульсов ионного солитонного тока χ_i . Это связано, на наш взгляд, с тем, что с ростом амплитуды уменьшается их ширина и растёт скорость, следовательно, уменьшается время воздействия солитона на заряженные частицы. Кроме того, из рисунка 2.6 можно получить оценку $\chi_i \sim 10$ при $\Phi_0 = 0.2$. Длительность токовых импульсов будет ещё меньшей для случая ионно-звуковых солитонов с большой амплитудой. Отметим, что в рамках численного интегрирования уравнения (1.21) можно получить солитоны с амплитудой до $\Phi_0 = 1.27$ при $M \approx 1.6$ [4] (см. рисунок 1.6). Следовательно, для надёжной экспериментальной регистрации импульсов солитонных токов необходимо временное разрешение порядка ω_i^{-1} и выше [20]. В противном случае, возникает риск неправильной интерпретации экспериментальных

результатов. В частности, солитонные токи будут ошибочно интерпретированы как несуществующий ионный пучок.

Другой, важный с экспериментальной точки зрения параметр, кинетическую энергию ионов W внутри ионно-звукового солитона, можно оценить, имея оценки для ионной скорости. В качестве нормировки для W естественно выбрать их тепловую энергию. Таким образом, для нормированную кинетическую энергию ионов можно выразить в виде:

$$W = \frac{m_i v_{i\max}^2}{2T_i}, \quad (2.21)$$

где $v_{i\max}$ – максимальное значение абсолютной ионной скорости $|v_i|$. Из рисунка 2.5(а) следует $v_{i\max}/C_s=0.2$, в этом случае имеем $W = 0.02/\sigma_i$, где $\sigma_i = T_i/T_e$. Необходимое условие существования ионно-звуковых волн $T_e \gg T_i$ ведет к справедливости неравенства $\sigma_i \ll 1$. Полагая, например, $\sigma_i = 0.01$ имеем $W=2$. Используя численные солитонные решения уравнения Пуассона (1.21) легко показать, что для солитонов большой амплитуды величина W может увеличиться еще на порядок. Следовательно, кинетическая энергия ионов в внутри ионно-звуковых солитонов сжатия может более чем на порядок превышать их тепловую энергию. Эта энергия может быть ошибочно приписана несуществующим ионным пучкам ионов при недостатке временного разрешения измерительных инструментов.

2.2.1 Группа ионно-звуковых солитонов

Низкое временное разрешение экспериментальных инструментов может стать причиной того, что импульс ионного тока, возбуждаемый одним солитоном может быть не зарегистрирован. С другой стороны, уединенные

волны в космических экспериментах зачастую регистрируются большими группами, состоящими из десятков последовательно движущихся солитонов [44-46]. В такой ситуации средний ионный ток может иметь значительную величину, и, что важно, может быть зарегистрирован даже инструментами с относительно низким разрешением по времени. Рассмотрим такую ситуацию подробнее. Численное решение уравнения (1.21) соответствующее десяти ионно-звуковым солитонам представлено на рисунке 2.7. Среднее значение ионного тока, индуцируемого солитонами, в рассматриваемом случае можно выразить следующей формулой:

$$\bar{J}_i = \frac{1}{t_{max}} \cdot \int_0^{t_{max}} J_i dt = 0.26, \quad (2.22)$$

где $t_{max}=710$. Для сравнения, такая же по величине плотность ионного тока (в соответствии с принятыми ранее нормировками) будет возбуждаться ионным пучком с концентрацией $n_b=0.026 \cdot n_{0i}$ и скоростью околозвуковой скоростью $v_{bi} \approx C_s$ (соответствующая плотность ионного тока равна $J_b \approx 0.026 \cdot e \cdot n_{0i} \cdot C_s$).

Электрические плазменные токи зачастую связаны с электронными и ионными пучками [44-47]. С другой стороны потоки заряженных частиц могут приводить к возбуждению и усилению плазменных волн (в том числе солитонов) [48,49]. Представленные в диссертации результаты указывают на тот факт, что сами солитоны могут возбуждать плазменные токи, характерной особенностью которых является импульсный характер. Новый нелинейный механизм преобразования плазменных токов был описан нами в работе [20]. Его суть заключается в следующем, пучок заряженных частиц возбуждает плазменные нелинейные волны и солитоны, которые далее генерируют солитонные токи. Очевидно, что характер тока при этом существенно меняется, а именно, постоянный ток пучков преобразуется в пульсирующий солитонный ток, возможна их суперпозиция.

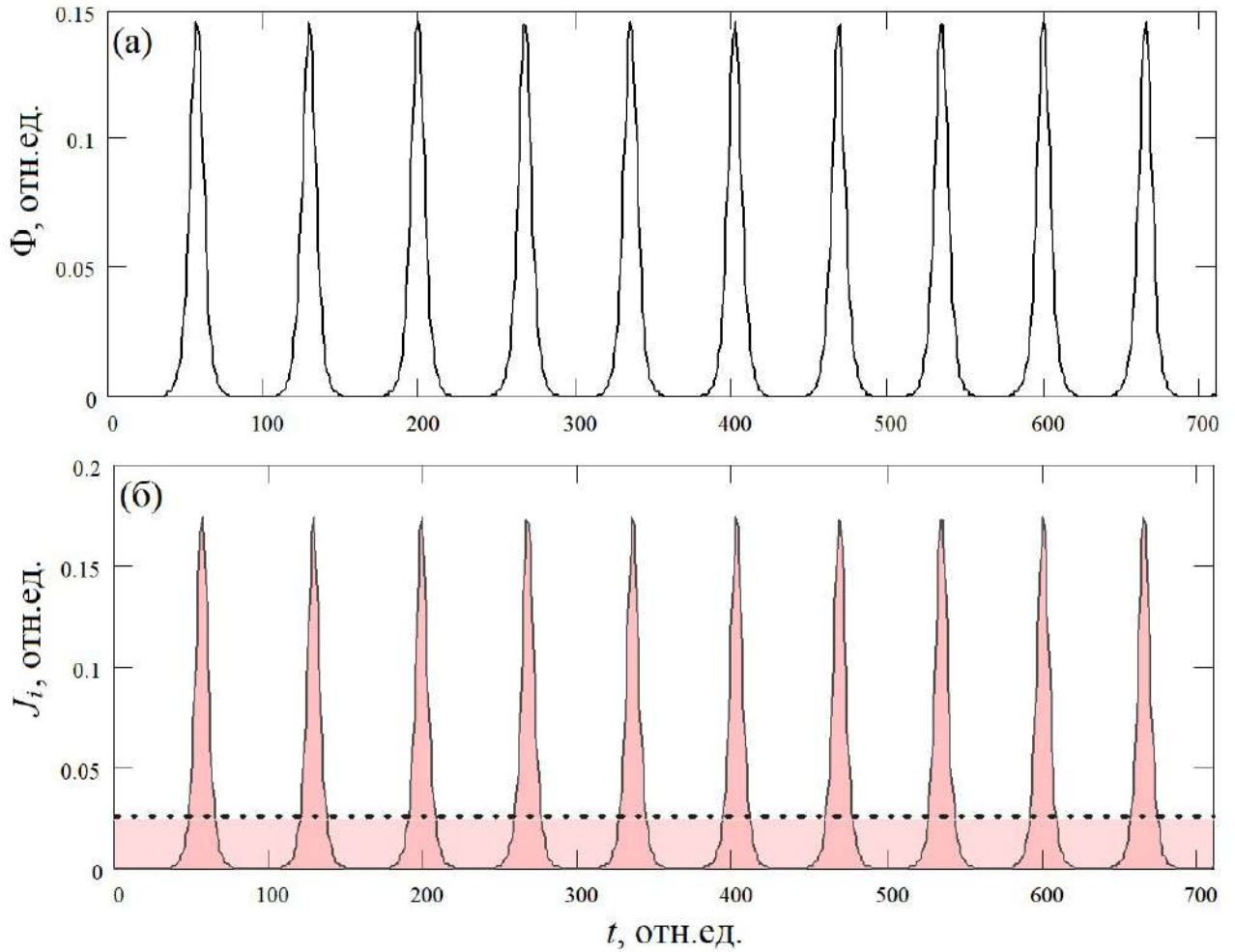


Рисунок 2.7 - Группа ионно-звуковых солитонов; (а) – зависимость потенциала Φ от времени t в точке $X=0$; (б) – соответствующие импульсы плотности ионного тока (согласно (2.6)) – сплошная кривая; среднее значение плотности ионного тока (согласно (2.22)) обозначено пунктирной кривой.

Ранее упоминалось, что рассматриваемая гидродинамическая модель с холодными ионами и горячими безинерционными электронами, состояние которых описывается распределением Больцмана не подходит для анализа электронных токов, индуцируемых ионно-звуковыми солитонами. Для решения этой задачи можно использовать модель учитывающую захват электронов в потенциальной яме ионно-звукового солитона положительной полярности [22]. Соответствующий анализ подробно описан в следующем разделе.

2.2.2 Ионно-звуковые солитоны. Учёт захваченных электронов

Гидродинамическая модель ионно-звуковых солитонов, учитывающая захват равновесных электронов представлена в работе [31]. В соответствии с расчетами, представленными в [31,50], ионно-звуковой солитон сжатия (положительной полярности) представляет собой потенциальную яму для электронов. В ней одна часть электронов совершает колебательное (финитное) движение. Эту часть принято называть захваченными электронами, они движутся всегда внутри с солитоном. Вторую часть электронов, находящихся в яме конечное время, принято называть пролетными. Обе части электронной фракции формируются из невозмущенного равновесного электронного фона. Захват электронов положительным потенциалом ионно-звукового солитона происходит в результате относительного медленного роста амплитуды уединенной волны в процессе ее эволюции. При переходе к стационарному движению захвата электронов останавливается. Электроны, которые к этому моменту не были захвачены волной остаются свободными. Электронное распределение в рассматриваемой ситуации существенно отличается от распределения Больцмана (2.3). В соответствии с [31,50] для описания концентрации электронной фракции можно записать следующее выражение:

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{e\varphi}{T_e}}\right) \right] + 2n_0 \sqrt{\frac{e\varphi}{\pi T_e}}. \quad (2.23)$$

Или в нормированном виде:

$$N_e = \exp(\Phi) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\Phi}\right) \right] + 2\sqrt{\frac{\Phi}{\pi}}, \quad (2.24)$$

где оператор "erf" описывает функцию ошибок. Остальные гидродинамические уравнения совпадают с записанными ранее уравнениями (2.1), (2.2), (2.4). Теперь, с учетом (2.24), нормированное уравнение Пуассона можно записать в следующем виде:

$$\frac{d^2\Phi}{dX^2} = \exp(\Phi) \left[1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\Phi}) \right] + 2\sqrt{\Phi/\pi} - M_i / \sqrt{M_i^2 - 2\Phi}. \quad (2.25)$$

Однократное интегрирование (2.25) по Φ со стандартными начальными условиями дает псевдопотенциал Сагдеева:

$$U(\Phi) = -\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{dX} \right)^2 = -M_i \sqrt{M_i^2 - 2\Phi} - \exp(\Phi) \left[1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\Phi}) \right] - 2\sqrt{\Phi/\pi} - 4\sqrt{\Phi^3/9\pi} + A, \quad (2.26)$$

здесь A – константа интегрирования. Зададим $A=A_0=M_i^2+1$, это соответствует стандартному начальному условию $d\Phi/dX=0$ при $\Phi=0$. В этом случае, солитонное решение является одним из решений уравнения Пуассона (2.26). Профили ионно-звукового солитона, полученные в результате численного решения (2.26) отображены на рисунке 2.8 при $M=1.5$ [22]. Из рисунка видно, что внутри ионно-звукового солитона наблюдается увеличение ионной и электронной концентраций N_i , N_e (рисунок 2.8(б)). При этом профили концентрации не совпадают. Скорость ионов $v_i(X)$ определяется в соответствии с формулой (2.18). Соответствующий профиль отображен на рисунке 2.8(а). Как видно, внутри солитона выполняется равенство $v_i(X)>0$. Этот результата находится в хорошем согласии с результатами простой гидродинамической модели, рассмотренной ранее (см. рисунок 2.5(а)). Для описания плотность ионного тока J_i , также подходит выведенная ранее формула (2.6).

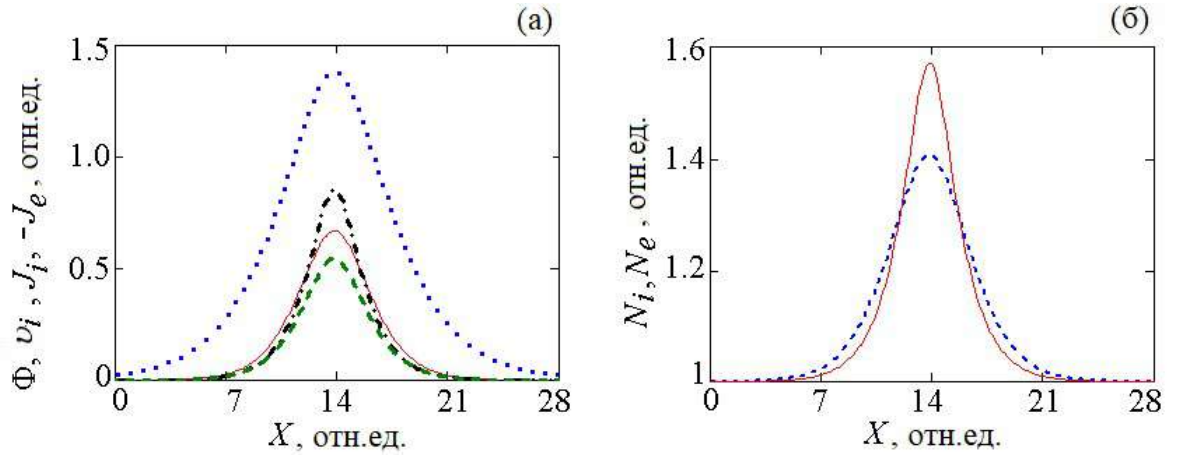


Рисунок 2.8 – Ионно-звуковой солитон при $M_i = 1.5$: (а) – профили $\Phi(X)$ – красная сплошная кривая; $v_i(X)$ – зеленая штриховая кривая; $J_i(X)$ – черная штрихпунктирная кривая; $J_e(X)$ – синяя пунктирная кривая; (б) – профили $N_i(X)$ – красная сплошная кривая, $N_e(X)$ – синяя пунктирная кривая.

Однако данная модель позволяет рассчитать параметры переноса электронной фракции и соответствующие электронные токи, индуцируемые ионно-звуковым солитоном. В рамках теоретических моделей [31,50], пролетные электроны прибывают из бесконечности, полагается, что эти потоки пролетных электронов из областей $-\infty$ и $+\infty$ равны, а их полный суммарный ток равен нулю. Отличный от нуля электронный ток в неподвижной системе координат определяется исключительно захваченными электронами. В силу того, что захваченные частицы перемещаются в пространстве вместе с ионно-звуковым солитоном, плотность электронного солитонного тока можно рассчитать, умножив концентрацию захваченных частиц (которая описывается вторым слагаемым в правой части выражения (2.23)) на заряд электрона и на скорость движения волны. В этом случае имеем $j_e = 2n_0 e V \sqrt{e\varphi / \pi T_e}$, или, в нормированном на $en_0 C_i$ виде:

$$J_e = 2M_i \sqrt{\Phi / \pi} \quad (2.27)$$

Профиль плотности электронного тока $-J_e(X)$ представлен на рисунке 2.8(a). Очевидно, что электронный ток имеет форму однополярного импульса. В силу отрицательности заряда электрона импульс электронного тока $J_e(X)$ также имеет отрицательную полярность. В знаменитой работе [30] приводится формула для плотности электронного тока, выведенное на основе уравнений Власова-Пуассона. Отметим, что представленная здесь формула (2.27) содержит меньшее число параметров, что может быть важным с прикладной точки зрения.

Из рисунка 2.8(a) очевидно подобие профилей плотности ионного и электронного токов. Может показаться, что их отличие количественное. Тем не менее, механизмы возбуждения ионного и электронного токов принципиально разные [22]. Рассмотрим кратко эти механизмы. Ионные солитонные токи в рамках рассматриваемой модели обусловлены инертностью ионов в электрическом поле солитона. Такая же ситуация реализуется в постои гидродинамической модели с равновесными Больцмановскими электронами (2.3). Механизм возникновения ионных токов следует из свойства солитонного переноса вещества, подробно рассмотренного в разделе 2.1. Причиной же возникновения электронных токов, индуцируемых ионно-звуковыми солитонами является захват электронов внутренним пространством (потенциальной ямой) солитона положительной полярности. Иначе говоря, ионно-звуковой солитон, в некотором смысле, является движущимся "контейнером" в котором заперты захваченные электроны. Как упоминалось ранее, ионно-звуковой солитон переносит каждый ион на конечное расстояние (несколько дебаевских радиусов) в направлении своего распространения. В свою очередь, электроны испытывают захват при формировании солитона и двигаются вместе с ним до затухания [30,31].

Далее представлен анализ таких важных параметров токовых импульсов как ширина Δ_J и длительность χ , нормированных на λ_D и ω_i^{-1} соответственно. Легко показать, что величины Δ_J и χ , можно связать с помощью простой формулы - $\Delta_J = M\chi$. Численное интегрирование уравнения (2.25) (или (2.26))

при учете выражений, описывающих ионные и электронные токи (2.6), (2.27) свидетельствует о том, что величины Δ_J и χ монотонно убывают при увеличении амплитуды ионно-звукового солитона (см. рисунок 14 в работе [22]). Для солитонов с большой амплитудой $\Phi_0=3$, искомые величины принимают следующие значения $\Delta_{Ji}=0.6$, $\Delta_{Je}=5.4$, $\chi_i=0.2$, $\chi_e=2.2$, где нижние индексы i, e описывают принадлежность к ионной и электронной фракции соответственно. Полученные здесь величины Δ_{Ji} , Δ_{Je} , χ_i , χ_e являются оценкой для пространственно-временного разрешения экспериментального оборудования, предназначенного для регистрации структуры импульсов солитонного тока.

Еще одним важным, с экспериментальной точки зрения, параметром является среднее значение (постоянная составляющая) плотности солитонных токов, индуцированных группой ионно-звуковых солитонов. Численное решение уравнения (2.25) при $M_i=1.5$, $A=A_0+6.7\times 10^{-12}$, представлено на рисунке 2.9(a). Данное решение описывает токи, индуцируемые группой из пяти идентичных солитонов.

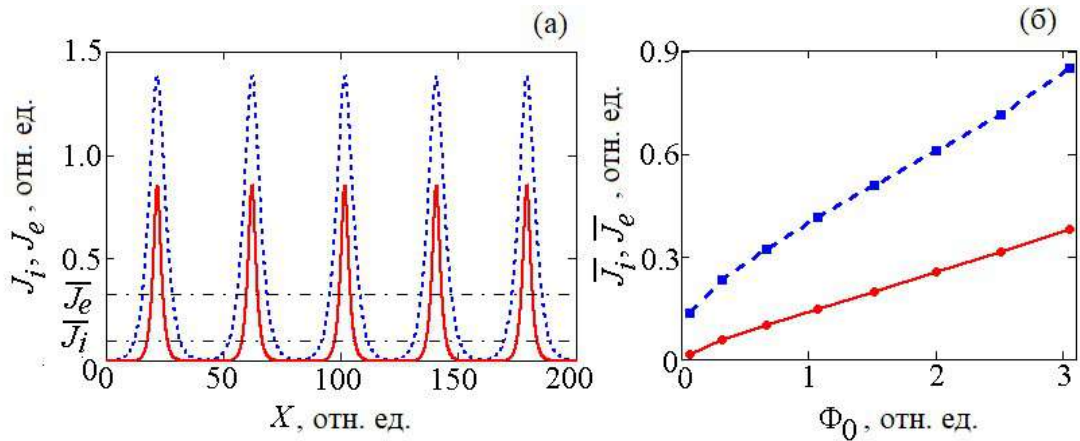


Рисунок 2.9 – (a) профили плотности ионных и электронных солитонных токов (сплошные и штриховые кривые соответственно), индуцированных группой из 5 идентичных ионно-звуковых солитонов при $M=1.5$, $A=A_0+6.7\times 10^{-12}$. Расстояние между солитонами составляет $40\lambda_D$; (б) зависимость постоянной составляющей (*DC component*) токов от амплитуды для группы солитонов с указанными параметрами.

Из рисунка 2.9 следует, что группа ионно-звуковых солитонов может индуцировать не только пульсирующие ионные, но и электронные токи сходного характера. Важно отметить, что ионные и электронные токи имеют отличные от нуля постоянные составляющие \bar{J}_e , \bar{J}_i . Полученные теоретические результаты важны с точки зрения интерпретации экспериментальных данных по исследованию процессов переноса в активной плазме. В частности, важно уметь отличать солитонные токи и токи пучков. Надежные измерения электрических токов в плазме зачастую сопряжены с трудностями экспериментального характера. Более того, эта задача усложняется с уменьшением временных масштабов исследуемых процессов. Проведем анализ постоянной составляющей токов. Она будет зависеть от амплитуды солитонов Φ_0 , а также от частоты следования солитонов в группе ν . Зависимость плотностей токов \bar{J}_e , \bar{J}_i от частоты следования ν будет, как нетрудно убедиться, пропорциональной. Зависимости величин \bar{J}_e , \bar{J}_i от амплитуды солитонов Φ_0 при заданной частоте следования ν отображены на рисунке 2.9(б). Очевидно, что \bar{J}_e и \bar{J}_i являются величинами примерно одинакового порядка. При этом для ионно-звуковых солитонов любых амплитуд Φ_0 выполняется условие $\bar{J}_e > \bar{J}_i$. Важно отметить, что количество захваченных электронов сильно зависит от эволюции солитона. Этот вопрос подробно рассмотрен в работе [30], в рамках кинетической теории. Таким образом, точное соотношение между величинами \bar{J}_e и \bar{J}_i в конечном счете может отличаться от полученного нами (рисунок 2.9(б)).

2.3 Плазменные токи, индуцированные электронно-акустическими солитонами

В предыдущем разделе рассмотрены электронные солитонные токи обусловленные захватом заряженных частиц потенциалом ионно-звукового солитона. Однако, электронные токи могут непосредственно индуцироваться солитонами электронно-акустической моды. Как указывалось выше, свойства электронно-акустических солитонов можно проанализировать в рамках гидродинамической модели многокомпонентной плазмы, содержащей как минимум три следующих фракции заряженных частиц: горячие электроны, холодные электроны и неподвижных ионов [51-54]. При этом наличие двух электронных фракций с существенно разными температурами является обязательным условием существования электронно-акустической моды. Электронно-акустическая мода во многих аспектах подобна ионно-звуковой моде. Фракция холодных электронов в ней играет такую же образующую роль, как популяция холодных ионов в образовании ионно-звуковых волн. Принципиальным отличием являются более высокие характерные частоты и фазовые скорости электронно-акустических волн в сравнении с ионно-звуковыми, что обусловлено разницей масс электронов и ионов.

Трехкомпонентную модель можно описать системой уравнений (1.31) – (1.34). Из анализа профилей электронно-акустического солитона, найденных ранее и отображенных на рисунке 1.12 следует отрицательность полярности потенциала соответствующего сжатию холодной электронной фракции. Формулу для электронного тока можно найти, действуя в соответствии с алгоритмом, изложенным в разделе 2.2.

Электронно-акустическая скорость $C_e = \sqrt{T_{eh} n_{0ac} / m_e n_{0eh}}$ значительно превосходит по величине тепловую скорость электронов холодной фракции $v_{Thec} \ll C_e$ при выполнении условия $T_{eh} \gg T_{ec}$. Плотность электронного тока, индуцированного электронно-акустическим солитоном определяется формулой

$j_e = -e \cdot n_{ec} \cdot v_{ec}$. В электрическом поле электронно-акустического солитона электроны холодной фракции приобретут скорость, которую в лабораторной (неподвижной) системе координат согласно выражению (1.32) можно выразить следующим образом:

$$v_{ec} = V \left(1 - \frac{1}{N_{ec}} \right) \quad (2.28)$$

Выражение для плотности электронного тока теперь можно записать в виде:

$$j_{ec} = -en_{ec}V \left(1 - \frac{1}{N_{ec}} \right) \quad (2.29)$$

Нормируя выражение (2.29) на en_0C_e легко получить уравнение для нормированной плотности электронного солитонного тока:

$$J_{ec} = -M_e(1 - N_{ec}) \quad (2.30)$$

Профили нормированной скорости холодной электронной популяции и плотности электронного тока (зависимости $J_e(X)$) в разные моменты времени t , отображены на рисунке 2.10.

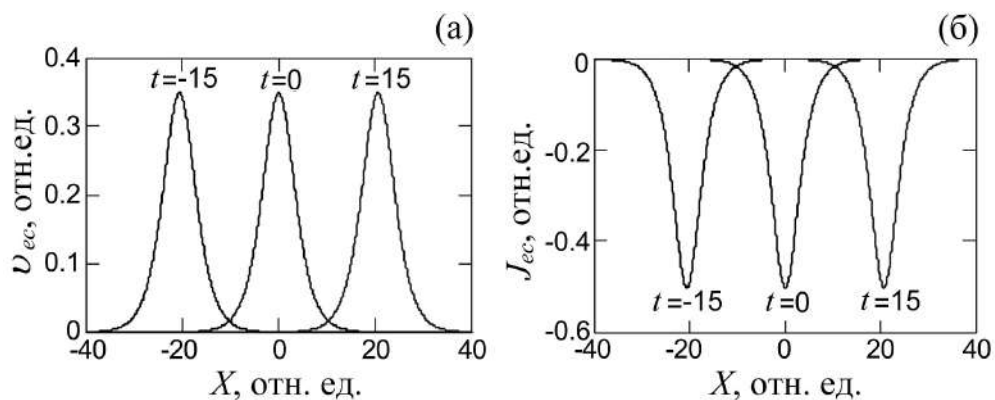


Рисунок 2.10 – Профили нормированной электронной скорости (а) и плотности электронного тока (б), индуцированного электронно-акустическим солитоном при $M_{ec}=1.15$, $\delta=0.7$ в разные моменты времени. Результаты относятся к неподвижной системе координат.

Длительностью импульса электронного солитонного тока χ_e будем считать промежуток времени, в течение которого условие $J_{ec} > J_{0ec}/\exp(1)$ остается справедливым, здесь J_{0ec} – амплитуда электронного токового импульса. График зависимости длительности импульса электронного солитонного тока от числа Маха M_{ec} , можно получить из уравнений (2.30), (1.36), (1.27) в виде [20,21]:

$$\chi_e(M_e) = \frac{2}{M_e} \sqrt{-\frac{2}{A_1}} \operatorname{arch} \left(\frac{B}{M_e} \sqrt{\frac{2\gamma\Phi_0}{B^2-1}} \right), \quad (2.31)$$

здесь $\gamma = \frac{\delta}{\delta-1}$, $B = 1 + \frac{1}{\exp(1)} \left(\frac{M_e}{\sqrt{M_e^2 - 2\gamma\Phi_0}} - 1 \right)$. На рисунке 2.11 зависимость

длительности импульсов электронного тока от амплитуды солитонов отображена в виде графика.

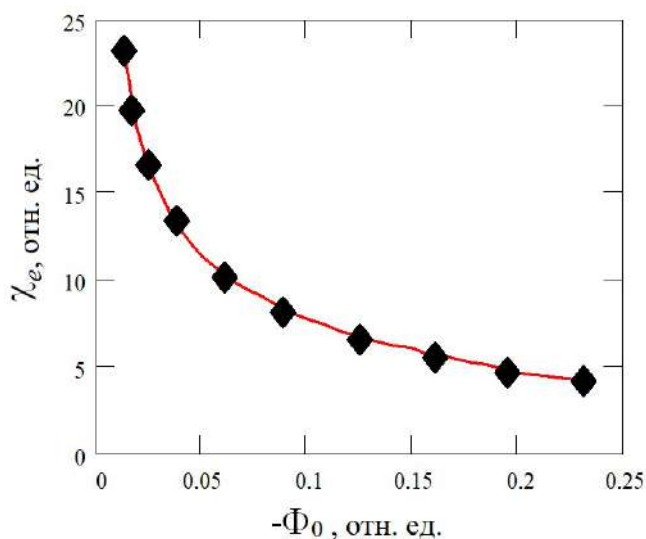


Рисунок 2.11 – Зависимость длительности импульсов электронных токов, индуцируемых электронно-акустическим солитоном от его амплитуды при $\delta=0.7$.

Как видно, характер зависимостей $\chi_e(\Phi_0)$ и $\chi_i(\Phi_0)$ совпадает, тем не менее, с учетом принятых для формул (2.20) и (2.31) нормировок, солитонные токи, индуцируемые элетронно-акустическими солитонами должны превосходить солитонные токи, индуцируемые ионно-звуковыми солитонами.

2.4 Влияние солитонов на функции распределения фоновой плазмы

Анализ влияние волн на функции распределения фоновой плазмы является одной из классических задач физики плазмы. С одной стороны, эта тема связана с кинетической теорией плазмы, а с другой стороны, имеет множество приложений в астрофизике, термоядерном синтезе и т. д. Ранее задача изучалась как для линейного случая (затухание Ландау [55]), так и для волн произвольной амплитуды, включая нелинейное затухание Ландау [56-60], нагрев плазмы [61-68], захват и ускорение заряженных частиц [30,31,69].

Данный раздел работы посвящен исследованию проблемы, связанной с возмущением функций распределения фоновой плазмы ионно-звуковыми солитонами. Изначально задача была сформулирована в работе [21], где обсуждались электрические токи, индуцированные солитонами акустического типа (ионно-, электронно- и пыле-акустическими) в бесстолкновительной плазме. Ранее было показано (см. также [20]), что докритические солитоны вызывают однонаправленный перенос ионов на расстояние в несколько дебаевских радиусов. Направление переноса ионов совпадает с направлением движения солитонов (для солитонов сжатия). В соответствии с законом сохранения энергии, скорость и кинетическая энергия ионов сохраняются после прохождения солитона. Вблизи солитона скорость иона оказывается отличной от нуля, но принимает только положительные значения $v_i > 0$ [70]. В предыдущих разделах работы показано, что однонаправленному движению ионов соответствует импульсный электрический ток с ненулевой постоянной составляющей. Первоначально максвелловское распределение должно быть возмущено наличием солитонных токов. Анализ этого явления и является

предметом исследования в данном разделе работы. Заметим, что в бесстолкновительной (т.е. сверхпроводящей) плазме солитонные токи не выделяют тепла и процесс остается консервативным. Здесь рассмотрены только докритические солитоны, которые воздействуют на плазму только в своей окрестности. В настоящей работе рассчитаны возмущенные ионные функции распределения по скоростям двумя независимыми методами – усреднением по ансамблю частиц и усреднением по большому промежутку времени на основе эргодической гипотезы.

2.4.1 Функции распределения ионов по скоростям. Усреднение по ансамблю

Ограничимся поиском функции распределения для ионов, поскольку распределение легких, горячих электронов можно с большой точностью считать Максвелловским. Невозмущенным состоянием ионной фракции будем считать состояние равновесия, также описываемое распределением Максвелла. Выражение для функции распределения по проекциям скоростей (velocity distribution function) можно записать в виде:

$$f_N(v_i) = \frac{\Delta N}{N \Delta v_i}, \quad (2.32)$$

где v_i – скорость ионов вдоль оси x , ΔN – количество частиц со скоростями в промежутке от v_i до $v_i + \Delta v_i$, N – количество ионов в рассматриваемой области (в ансамбле). Мы начнем с оценки функции распределения по ансамблю частиц, этот способ является наиболее наглядным. Эта задача впервые была решена в работах [26,27]. Ниже приведены ряд важных особенностей решаемой задачи которые, во-первых, связаны с используемой теоретической моделью, а во вторых, позволяют сделать некоторые предсказания:

Особенность 1: В модели холодной плазмы ионы равномерно распределены в пространстве и имеют нулевую начальную скорость. Следовательно, начальное положение ионов в фазовом пространстве отличается только положением в геометрическом пространстве.

Особенность 2: В невозмущенном состоянии распределение ионов по скоростям является равновесным и описывается распределением Максвелла. Для случая холодных ионов (пределе $T_i \rightarrow 0$) распределение Максвелла можно описать Дельта функцией Дирака.

Особенность 3: Докритические ионно-звуковые солитоны возмущают скорость ионов только в своей окрестности, при этом скорость ионов принимает только положительные значения [21]. Ионно-звуковой солитон положительной полярности перемещает все ионы, с которыми он взаимодействует, на несколько радиусов Дебая вперед (в направлении своего движения). Таким образом, ионно-звуковой солитон индуцирует импульс ионного тока положительной полярности [20,21]. Группа ионно-звуковых солитонов генерирует импульсный ионный ток с ненулевой постоянной составляющей. Следовательно, возмущенная функция распределения ионного фона по скоростям в окрестности солитона должна быть отличной от Максвелловской. Кроме того, она должна быть ассиметричной относительно нуля. В противном случае, средняя скорость ионов, а также постоянная составляющая ионного тока равнялись бы нулю.

Теперь можно перейти к предметному анализу. Выберем ансамбль, содержащий N ионов плазменного фона, которые равномерно расположены на прямой линии вдоль оси x , как показано на рисунке 2.12. Допустим, что в начальный момент времени солитон находится слева от ансамбля ионов, и не воздействует на выбранные ионы. Солитон движется слева направо, т.е. в сторону ансамбля ионов. Наша задача – найти распределение скоростей для ионов ансамбля в момент, когда солитон окажется примерно посередине отрезка АВ (рисунок 2.12(б)). Такая функция распределения описывает возмущенное состояние. Для расчета скорости выбранных ионов в

неподвижной системе координат можно использовать второй закон Ньютона [21] в рамках одночастичного приближения, описанного выше в разделе 1.14:

$$m_i \vec{a}_i = e \cdot \vec{E} \quad (2.33)$$

где a_i – ускорение иона внутри солитона, $\vec{E} = -\nabla\varphi$ – самосогласованное электрическое поле солитона. Будем пользоваться простой моделью плазмы с холодными ионами, в которой всеми силами кроме электрической мы пренебрегли, допуская их малыми (см. уравнения (2.1)-(2.4)). Важно отметить, что рассматриваемый ансамбль ионов является частью всей ионной популяции, участвующей в самосогласованном волновом процессе. Поэтому движение отдельных ионов описывает движение всей ионной популяции. С учетом принятых ранее нормировок уравнение (2.33) можно преобразовать к виду [21,27]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad (2.34)$$

Выражение для профиля солитона $\Phi(X,t)$ можно получить в явном виде подставив $\xi=X-Mt$ в формулы (1.17), (1.27) или из численного решения уравнения Пуассона (1.21). Уравнение (2.34) справедливо для всех ионов рассматриваемого ансамбля. Все отличия заключаются лишь в начальных условиях, которые описывают начальное положение разных ионов. Начальные условия и параметры моделирования заданы следующим образом [27]:

1. Количество ионов в ансамбле $N=15$;
2. Начальная скорость всех ионов ансамбля $v_i(0) = \frac{dx}{dt} = 0$;
3. Начальное положение ионов: $X_1(0) = X_0, X_2(0) = X_0 + \Delta X, \dots, X_N(0) = X_0 + \Delta X(N - 1)$, где $X_0 = 30$ - начальное положение первого иона ансамбля, $\Delta X = 3$ – расстояние между соседними ионами;
4. Начальное положение солитона $X_s(0)=0$, скорость $M=1.05$ (см. рисунок 1.9).

Теперь задача сводится к решению N уравнений (2.34), которые отличаются только начальными условиями. Можно показать, что уравнение (2.34) случая холодных ионов достаточно решить только для одного иона, поскольку траектории всех остальных ионов отличаются только сдвигом в пространстве и времени, как показано на рисунке 1.10 (см. также рисунок 12 из [21]). Такой подход значительно ускоряет численное моделирование, особенно для большого ансамбля ионов. В результате численного решения уравнения (2.34) методом Рунге-Кутты 4-го порядка, были найдены координаты и скорости всех ионов в разные моменты времени. В качестве профиля $\Phi(X,t)$ использовалась формула (1.27). На рисунке 2.12 показаны основные фазы процесса взаимодействия ионно-звукового солитона с ансамблем ионов: начальное состояние (рисунок 2.12(а,г)); активная фаза, состояние когда солитон находится в центре ансамбля ионов (рисунок 2.12(б,д)); фаза релаксации, когда солитон удаляется от ансамбля (рисунок 2.12(в,е)).

Положение ионов ансамбля отображено символами « \oplus », в то время как начальное положение частиц отображено символами « \circ ». Для наглядности символы « \oplus » и « \circ » разнесены по вертикали. На вставках к рисункам 2.12(а-в) отображены фазовые графики процесса взаимодействия ионов с солитоном. Области разного цвета соответствуют разным диапазонам скорости. Зеленый цвет соответствует малой скорости, в то время как красный цвет – большой. Цветовая шкала скоростей имеет шаг $\Delta v_i = 0.05$. Эти интервалы использовались для определения дискретной функции распределения $f(v_i)$, рассчитываемой по формуле (2.32). Соответствующие функции распределения по скоростям $f(v_i)$ отображены на рисунках 2.12 (г-е).

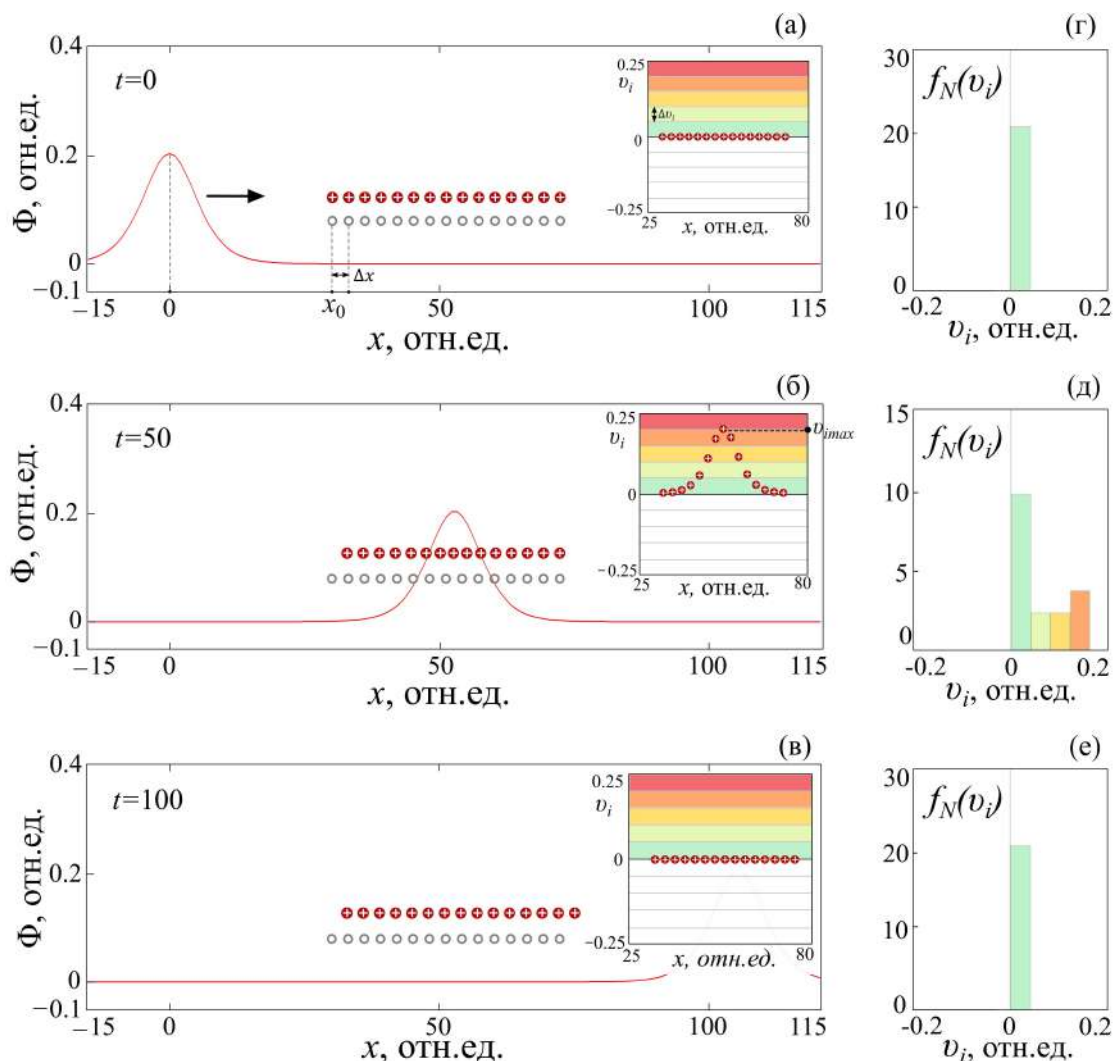


Рисунок 2.12 - Этапы взаимодействия ионно-звукового солитона с ансамблем ионов. Положение ионов в одномерном пространстве обозначено символами "⊕". На рисунке, также, отмечены начальные положения ионов (до взаимодействия) с помощью символов "○". Символы "⊕" и "○" разнесены по вертикали для наглядности. (а) – фаза 1, начальное состояние системы до взаимодействия, начальная скорость ионов ансамбля равна нулю; (б) – фаза 2, активное взаимодействие солитона и ионов ансамбля. Солитон достигает примерно середины ансамбля, возмущая начальное положение и скорость ионов. Скорость ионов отображена с помощью цветового градиента; (в) – фаза 3, релаксация ионов. Солитон покидает ансамбль ионов, скорость частиц снова равна нулю, однако, положение частиц изменилось. На вкладках отображены фазовые графики процесса; (г-е) – соответствующие функции распределения ионов ансамбля по скоростям. В [27] представлена видеосимуляция процесса.

Проанализируем результаты, представленные на рисунке 2.12. В фазе 1 все ионы ансамбля покоятся, их скорость равна нулю (рисунок 2.12(а)). Соответствующее распределение по скоростям показано на рисунке 2.12(г). Как предполагалось (см. особенность 2), в этом случае, распределение по скоростям стремится к равновесному, описываемому Дельта функцией Дирака. Такая же ситуация наблюдается в фазе 3 после того, как солитон покидает ансамбль ионов. В фазе 3 все ионы сдвинуты вправо на дистанцию $\ell \approx 3\lambda_D$ относительно начального положения. Все остальные параметры ансамбля вернулись к своим начальным значениям $\Delta x = 3$, $v_i = 0$. Детальный анализ взаимодействия уединенного иона с ионно-звуковым солитоном представлен выше, а также в работах [20,21]. Теперь рассмотрим в деталях фазу 2, которую можно считать активной фазой. В этой фазе солитон активно взаимодействует с ионами ансамбля. Как видно из рисунков 2.12(б,д), солитон возмущает скорость частиц, которая принимает только неотрицательные значения (т.е. $v_i \geq 0$, как видно из вставки к рисунку 2.12(б)). В данном случае распределение по скоростям для ионов можно легко определить по формуле (2.32). Для этого достаточно подсчитать количество частиц в каждом интервале скоростей $(v, v+\Delta v]$. По сути, эта процедура сводится к подсчету количества ионов в области одного цвета и последующей нормировке на полное число частиц. Как видно из рисунка 2.12(д), распределение частиц по скоростям для фазы 2 имеет несимметричную форму (как было предположено ранее, см. особенность 3). Действительно, $f(v_i)=0$ при $v_i < 0$, но $f(v_i) > 0$ в интервале положительных скоростей $0 < v_i < 0.2$.

Возмущенные ионные функции распределения для большого ансамбля ионов $N=1000$ и малых приращений $\Delta x=0.04$, $\Delta v_i=10^{-2}$ представлены на рисунке 2.13 при разных значениях числа Маха M . Теперь в уравнении (2.34) используется численный (табличный) профиль солитона $\Phi(X,t)$, поскольку формула (1.27) становится не достаточно точной при больших амплитудах солитонов Φ_0 . Необходимый профиль находился в результате численного интегрирования уравнения Пуассона (1.21), использовался метод Рунге-Кутты.

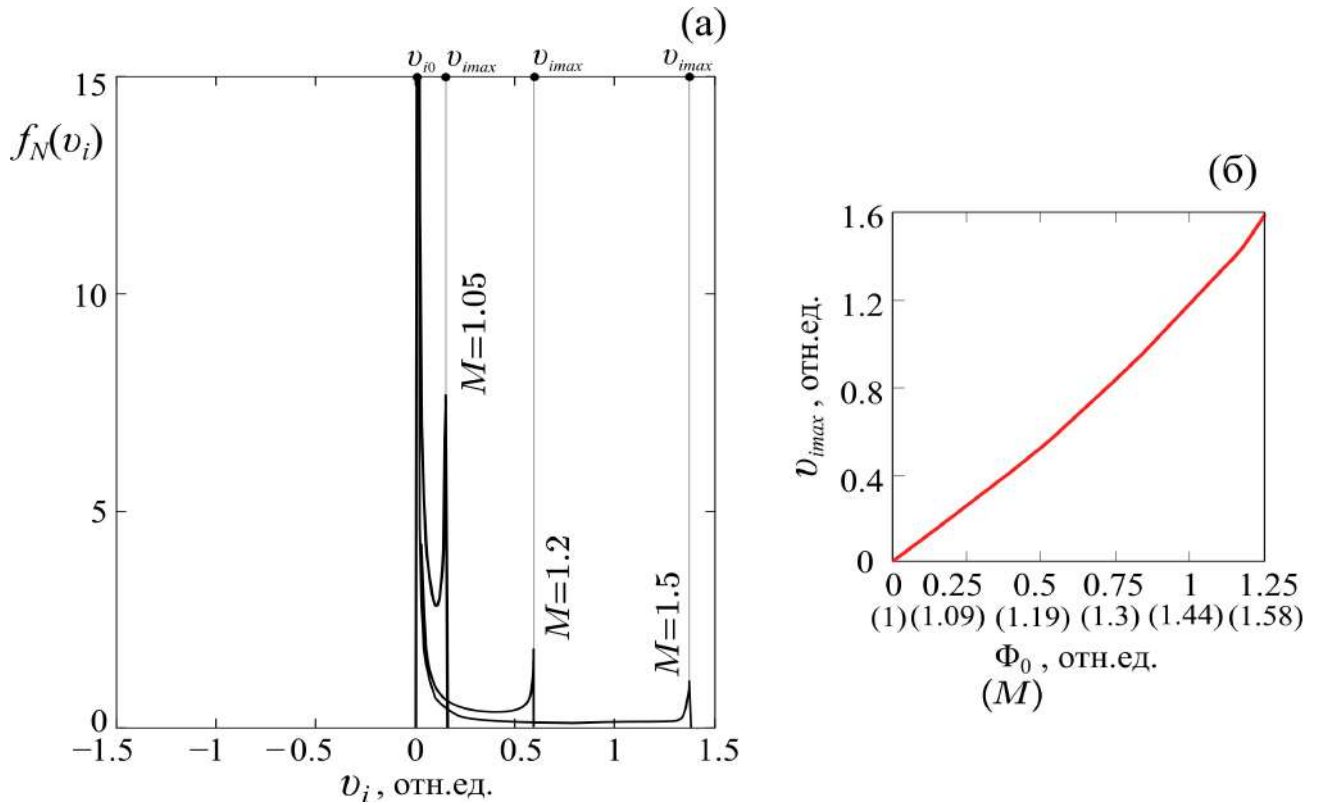


Рисунок 2.13 - (а) возмущенные функции распределения ионов по скоростям $f_N(v_i)$ (в фазе 2) для большего ансамбля ионов, содержащего $N=1000$ частиц, для солитонов с разными значениями числа Маха M и, соответственно, с разной амплитудой. Другие параметры моделирования следующие: $\Delta x = 0.04$, $\Delta v_i = 0.01$; (б) максимальная скорость, приобретаемая ионами внутри солитона, как функция его амплитуды $v_{max}(\Phi_0)$.

Подробный анализ возмущенных функций распределения приведен в [26-27]. Обсудим полученные результаты, они понадобятся нам для сравнения с последующими аналитическими расчетами. Как видно из рисунка 2.13, для любых разрешенных значений параметра M (и, следовательно, амплитуд ионно-звукового солитона), возмущенная функции распределения по скоростям ионов сходна с функцией распределения для плазмы с ионным пучком. Действительно, функция $f(v_i)$ имеет два локальных максимума, обозначим их как v_{i0} и v_{imax} , соответственно. Первый максимум находится в окрестности нуля (т.е. при $v_{i0} = 0$) для любых M . Этот максимум определяется ионами ансамбля, которые либо еще не участвовали во взаимодействии с волной, либо

уже релаксировали после взаимодействия. В работе [26] этот максимум получил название "фундаментальный максимум", поскольку определяется невозмущенными ионами плазмы и присутствует даже в отсутствии солитонов. В это же время, второй максимум находится в области положительных скоростей, причем совпадает с максимальной скоростью, которую ионы успевают набрать в процессе взаимодействия с солитоном. Второй максимум сдвигается вправо в сверхзвуковую область с увеличением скорости (и амплитуды) солитона. Величина v_{imax} наглядно отображена на вставке к рисунку 2.12(б). Зависимость $v_{imax}(\Phi_0)$ отображена на рисунке 2.13(б). Как видно, с увеличением амплитуды солитонов величина v_{imax} , соответствующая второму максимуму, возрастает от нуля до M .

Нормировка функции распределения выполняется естественным образом $\int_{-\infty}^{\infty} f(v_i) dv_i = 1$, или в соответствии с формулой (2.32), $\sum f(v_i) \Delta v_i = \frac{1}{N} \sum \Delta N = 1$. Таким образом, нормировка производится на общее число частиц в ансамбле, N . Величина N определяет размер области X , которую занимает ансамбль ионов в пространстве $X = N\Delta x$. Мы имеем $X=40\lambda_D$ для параметров, которые представлены на рисунке 2.13. Важно, чтобы солитон полностью помещался внутрь моделируемой области X , т.е. чтобы выполнялось неравенство $S < X$, где символ S в данном случае обозначает ширину солитона. Величина X связана с пространственно-временным разрешением приборов для измерения функции распределения заряженных частиц в плазме, а также с относительной скоростью прибора относительно плазмы. Конкретный вид такой связи зависит от многих экспериментальных факторов.

Рассматриваемый метод усреднение по ансамблю частиц, по сути, является численным моделированием. С одной стороны, он не предоставляет точных формул. С другой стороны, рассматриваемый метод является довольно универсальным. Например, он позволяет проанализировать случай "теплых ионов", для этого достаточно начальные скорости ионов ансамбля задать в соответствии с распределением Максвелла. Кроме того вместо уравнения

Ньютона нужно использовать уравнения Ланжевена, которое содержит стохастическую составляющую, описывающую столкновения ионов. Также можно исследовать функцию распределения, возмущенную группой солитонов. Так в работе [26] был рассмотрен случай движения группы одинаковых солитонов, рассчитана соответствующая функция распределения, на основе которой была рассчитана плотность ионного тока. Проведенное сравнение показало полное согласие результатов с другими работами и другими методами.

В качестве примера применения представленной методики поиска функции распределения рассмотрим случай движения группы из десяти солитонов ($N_s=10$) разной амплитуды, как показано на рисунке 2.14(a). Именно такая ситуация часто наблюдается на практике [34-36].

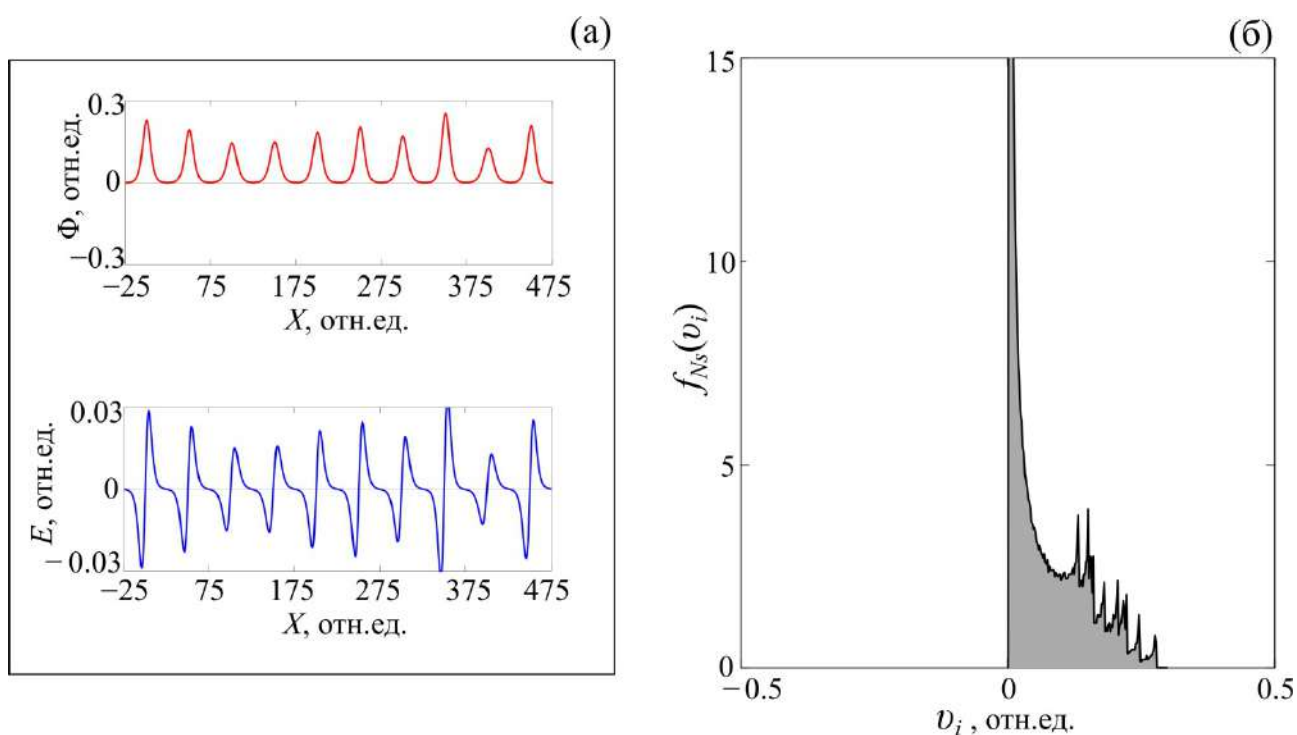


Рисунок 2.14 – (а) модель группы ионно-звуковых солитонов, имеющих нормальное распределение по амплитудам; (б) возмущенная функция распределения по проекциям ионных скоростей для группы солитонов.

Амплитуды солитонов выбраны случайным образом в соответствии с нормальным распределением со следующими параметрами: среднее значение – 1.05, стандартное отклонение – 10^{-2} . Скорость солитонов также будет различной, поэтому взаимное расположение солитонов не будет постоянным. Будем считать, что в активной фазе взаимодействия солитоны оказываются на одинаковом расстоянии друг от друга $\Delta S=50$ и никак не взаимодействуют друг с другом. Соответствующая функция распределения $f_{N_s}(v_i)$ отображена на рисунке 2.14(б) при $N=10^4$, $\Delta x = 5 \cdot 10^{-2}$, $\Delta v_i = 2 \cdot 10^{-3}$. Как видно, главный максимум не изменился и по-прежнему находится в окрестности нуля. В то же время наблюдается расщепление второго максимума. На практике такая ситуация может наблюдаться при малом временном разрешении приборов, при котором через детектор проходит большое количество солитонов за время одного измерения.

Следующий раздел посвящен поиску аналитических выражений для описания исследуемой проблемы.

2.4.2 Функции распределения ионов по скоростям. Усреднение по времени

Для расчёта функции распределения можно воспользоваться кинетическим приближением с использованием уравнения Власова. Однако, в рассматриваемом случае, задачу можно существенно упростить, воспользовавшись эргодической гипотезой. Детальное доказательство эргодичности рассматриваемой системы является довольно громоздким и является предметом отдельной работы. Обоснованием применимости принципов эргодичности к нашей модели будем считать согласование результатов полученных разными методами. Важно напомнить, что статистические характеристики эргодичных систем можно рассчитывать либо по ансамблю частиц, либо по длительному наблюдению за одной частицей [71]. В частности, $f_t(v_i) = f_N(v_i)$, где $f_t(v_i)$ - функция распределения рассчитанная

для одного иона за большой промежуток времени. Таким образом, в данном разделе будем анализировать динамику одного иона, который взаимодействует с солитоном как показано на рисунке 2.15(а). Анализ удобно провести в рамках одночастичного приближения (раздел 1.14). Для расчета функции распределения $f_t(v_i)$ формулу (2.32) можно заменить следующей формулой:

$$f_t(v_i) = \frac{\Delta t}{\tau |\Delta v_i|}, \quad (2.35)$$

Где Δt – время, в течение которого выбранный ион имеет скорость в диапазоне от v_i до $v_i + \Delta v_i$, τ - общее время наблюдения, которое определяется временным разрешением приборов. Для использования формулы (2.35) нам необходимо знать параметры движения выбранного иона. В частности, нам нужна зависимость $v_i(t)$, которую можно получить из уравнения (2.34). Как и ранее, профиль солитона $\Phi(X)$ может быть найден либо приближенно из уравнений (1.17), (1.27), либо точно из численного решения уравнения (1.21). Рассмотрим сначала второй случай, для того чтобы иметь возможность сравнить результаты с рисунком 2.13. Воспользуемся начальными условиями, которые почти соответствуют первому иону из ансамбля с рисунка 2.12. А именно, солитон расположен в начале координат, начальное положение иона $X_0 = 40$. На рисунках 2.15(б,в) представлены зависимости $X(t)$ и $v_i(t)$ при воздействии солитона, движущегося со скоростью $M=1.05$. В рассматриваемом случае, ион достигает максимальной скорости при $t=39$ как показано на рисунке 2.15(в), находясь при этом в центре солитона [27]. Границы временного интервала $t \in [20,58]$ выбраны так, чтобы профиль скорости находился в центре графика. Общее время расчета $\tau=58-20=38$ выбрано так, чтобы нормировка функции распределения $f_t(v_i)$ совпала с нормировкой функции $f_N(v_i)$ на рисунке 2.13(а), а именно $\tau=X/M$. Для расчета функции $f_t(v_i)$ по формуле (2.35) удобно использовать обратную функцию $t(v_i)$, график которой отображен на рисунке 2.15(г).

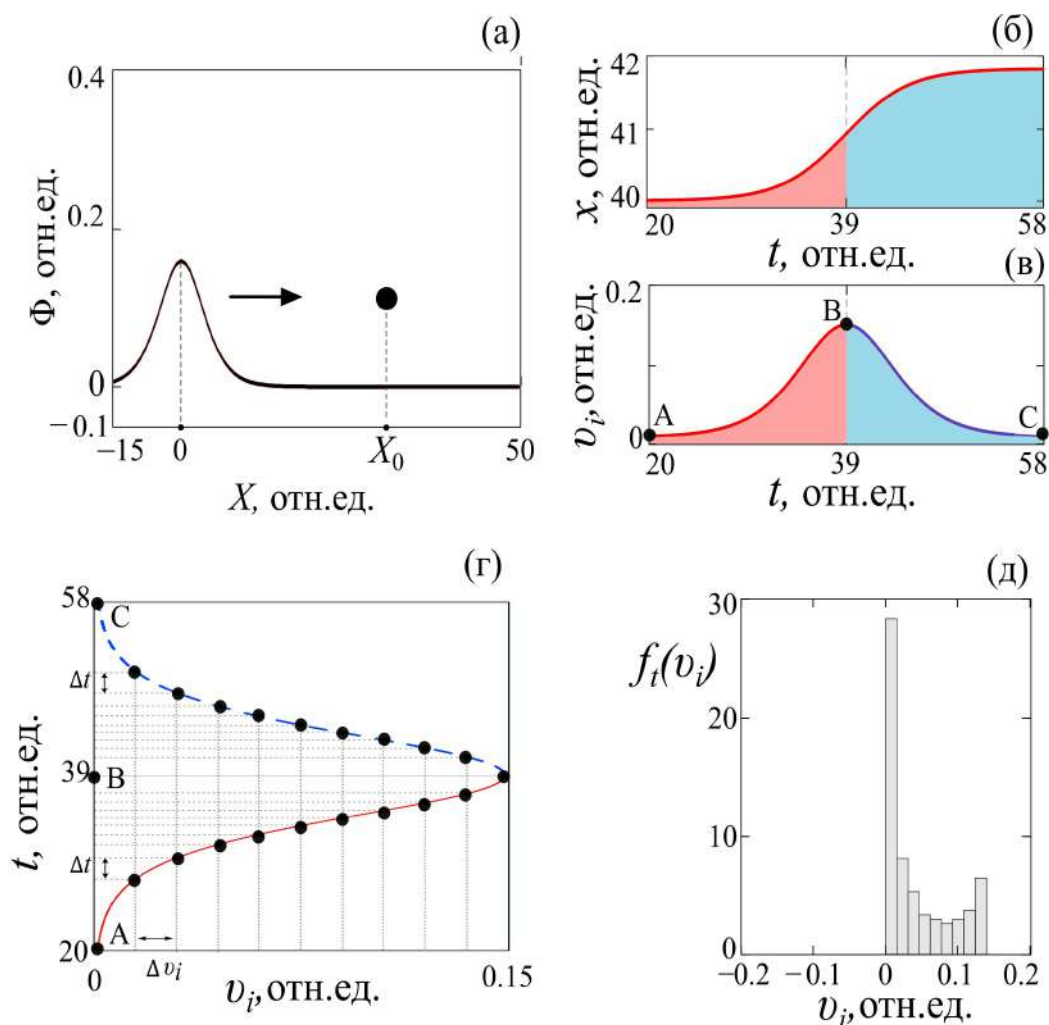


Рисунок 2.15 - Схема расчета возмущенной ионной функции распределения путем анализа движения пробного иона в электрическом поле ионно-звукового солитона в рамках одночастичного приближения. (а) моделируемая ситуация; (б) график $X(t)$, временная зависимость положения иона, взаимодействующего с солитоном; (в) график $v_i(t)$, соответствующая временная зависимость скорости иона в электрическом поле солитона; (г) обратная функция $t(v_i)$; (д) возмущенная ионная функция распределения $f_t(v_i)$.

Как видно, функция $t(v_i)$ имеет две ветви. Рассмотрим сначала первую ветвь, которая находится между точками А и В (красная сплошная кривая на рисунке 2.15(г)). Величину приращения скорости мы задали постоянной $\Delta v_i = 1.5 \cdot 10^{-2}$, в это же время соответствующая величина Δt является переменной. Вклад первой ветви в функцию распределения на временном

интервале τ можно записать в виде: $f_{tAB}(v_i) = \Delta t / (\tau \Delta v_i)$. Вторая ветвь функции $t(v_i)$ симметрична относительно $t=39$, ее вклад в суммарную функцию распределения такой же, как и у первой ветви. Все отличия заключаются в знаке величины Δv_i , таким образом, $f_{tB}(v_i) = -\Delta t / (\tau \Delta v_i)$. Однако, знак "-" уничтожается оператором $|\Delta v_i|$. Следовательно, для расчета функции $f_t(v_i)$ на отрезке AC достаточно удвоить числитель в правой части (2.35):

$$f_t(v_i) = \frac{2\Delta t}{\tau |\Delta v_i|}, \quad (2.36)$$

Поскольку обе ветви дают одинаковый вклад, то можно ограничиться анализом любой из них, например, первой. Тогда, при $\Delta v_i \rightarrow 0$ окончательно для функции распределения запишем:

$$f_t(v_i) = \frac{2dt}{\tau dv_i}, \quad (2.37)$$

По теореме о производной обратной функции формулу (2.37) можно переписать в виде:

$$f_t(v_i) = \frac{2}{\tau (dv_i/dt)}. \quad (2.38)$$

В этом случае нет необходимости искать обратную функцию $t(v_i)$, кроме того функция $v_i(t)$ имеет простой физический смысл, описывая зависимость скорости иона от времени при взаимодействии с солитоном. Отметим, что производную dv_i/dt в формуле (2.38) следует искать на промежутке AB, где функция $v_i(t)$ является монотонной как показано на рисунке 2.15(в). Также отметим, что поскольку функция $v_i(t)$ получена численно, то и ее производные также будут получены численно. Построенные по формуле (2.38) графики $f_t(v_i)$ представлены на рисунке 2.16 сплошными кривыми для разных значений

M. Данные графики наложены на соответствующие графики, полученные путем моделирования ансамбля частиц. Как видно, результаты, полученные разными методами полностью согласуются. Это свидетельствует в пользу эргодичности рассматриваемой системы.

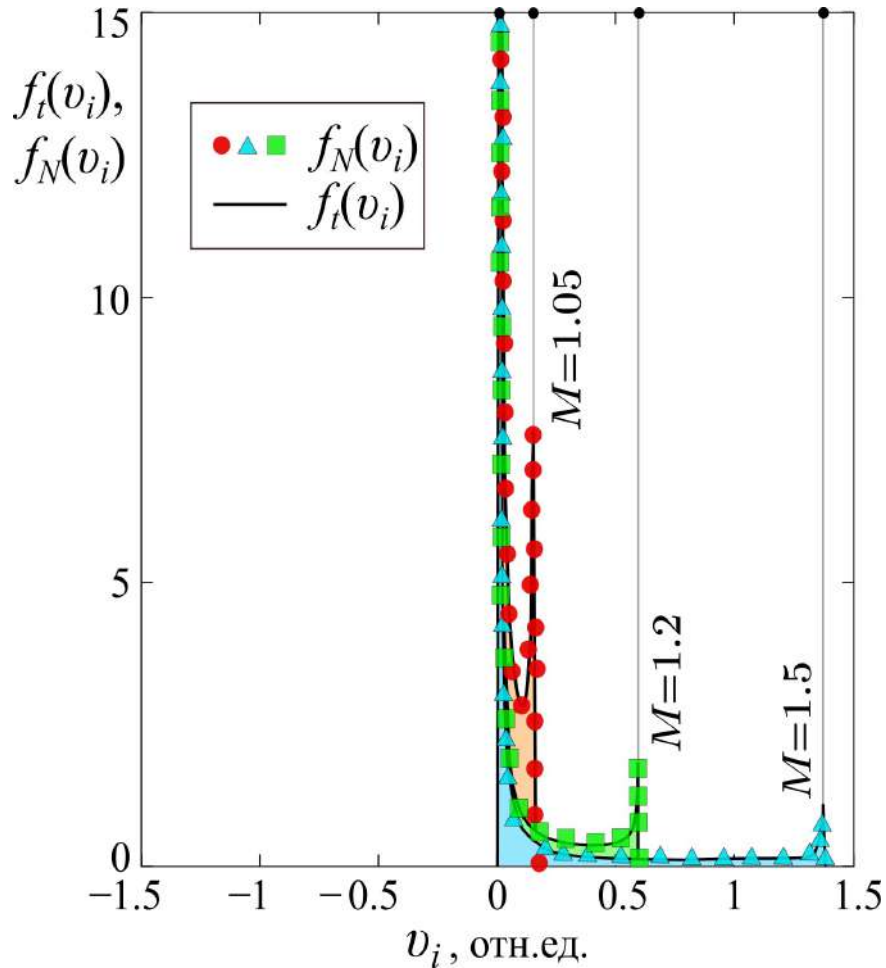


Рисунок 2.16 – Сравнение результатов расчета функций распределения полученных усреднением по ансамблю (●▲■) и усреднением по времени (сплошная кривая) по формуле (2.38).

Отметим, что формула (2.36) является аналитической и позволяет провести детальный анализ ионной функции распределения. Например, как видно из рисунка 2.15(в) зависимость $v_i(t)$ в точке "В" достигает максимума и при этом остается дифференцируемой. Тогда, $dv_i/dt \rightarrow 0$ при $v_i \rightarrow v_{imax}$. Далее, в соответствии с формулой (2.38) $f_t(v_i) \rightarrow \infty$ при $v_i \rightarrow v_{imax}$. Таким

образом, положение второго максимума функции распределения при $v_i = v_{imax}$ объясняется естественным образом.

2.4.3 Функции распределения ионов по скоростям. Усреднение по времени. Приближение малых амплитуд

Формула (2.38) хоть и является аналитической, но требует привлечения численных методов для решения, поскольку зависимость $v_i(t)$ в явном виде для солитонов произвольной амплитуды получить пока не удалось. В приближении малых амплитуд становится возможным выразить возмущенную функцию распределения в явном виде [27]. Аналитическое решение проще получить в движущейся вместе с солитоном системе координат. В таком случае нужно учесть сдвиг функции распределения на $-M$ по оси абсцисс, поскольку $v'_i = v_i - M$, где v'_i - скорость иона в движущейся системе координат. Уравнение (2.34) можно переписать в виде: $\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\frac{\partial\Phi(\xi)}{\partial\xi}$ где $\xi = X - Mt$, или с учетом уравнения (1.27):

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -2\Phi_0^*\sqrt{-A_2/2} \frac{\sinh(\xi\sqrt{-A_2/2})}{\cosh^3(\xi\sqrt{-A_2/2})} \quad (2.38)$$

За начало отсчета выберем момент, когда ион уже находится в центре солитона и движется со скоростью $v'_i = \frac{d\xi}{dt} = -\sqrt{M^2 - 2\Phi_0^*}$ или $v'_i = v_{imax} - M$. В таком случае начальные условия примут вид:

$$\xi(0) = 0, v'_i(0) = -\sqrt{M^2 - 2\Phi_0^*} \quad (2.39)$$

Уравнение (2.38) можно решить аналитически. В самом деле, введем переменную $y(\xi) = d\xi/dt$, тогда уравнение (2.38) можно преобразовать к виду:

$$y(\xi)dy = -2\Phi_0^*\sqrt{-A_2/2} \frac{\sinh(\xi\sqrt{-A_2/2})}{\cosh^3(\xi\sqrt{-A_2/2})} d\xi \quad (2.40)$$

Однократное интегрирование дает:

$$\frac{d\xi}{dt} = \pm \sqrt{M^2 - 2\Phi_0^* \operatorname{sech}^2(\xi \cdot \sqrt{-A_2/2})}.$$

Физический смысл имеет отрицательная ветвь полученного выражения, которая описывает движение ионов слева направо в выбранной системе координат. Тогда окончательно запишем:

$$\frac{d\xi}{dt} = v'_i(\xi) = -\sqrt{M^2 - 2\Phi_0^* \operatorname{sech}^2(\xi \cdot \sqrt{-A_2/2})} \quad (2.41)$$

Далее воспользуемся формулой (2.37). Нам потребуется обратная функция $t(v'_i)$, для этого запишем сначала обратную функцию $\xi(v'_i)$, которую легко получить из уравнения (2.41):

$$\xi(v'_i) = \sqrt{\frac{2}{-A_2}} \ln \left(\sqrt{\frac{2\Phi_0^*}{M^2 - v'^2_i} + 1} + \sqrt{\frac{2\Phi_0^*}{M^2 - v'^2_i} + 1} \right) \quad (2.42)$$

Далее искомую производную запишем в виде $\frac{dt}{dv'_i} = \frac{dt}{d\xi} \frac{d\xi}{dv'_i} = \frac{1}{v'_i} \frac{d\xi}{dv'_i}$.

Теперь с использованием уравнения (2.42) можно записать:

$$\frac{dt}{dv'_i} = \frac{2M^2}{(M^2 - v'^2_i) \sqrt{M^2(M^2 - 1) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}M^4\right)(M^2 - v'^2_i)}} \quad (2.43)$$

Формулу (2.43) можно переписать в компактном виде:

$$\frac{dt}{dv'_i} = \frac{1}{\sqrt{-2A_2\Phi_0^*\mu(1-\mu)}} \quad (2.44)$$

Где $\mu = (M^2 - v'_i{}^2)/2\Phi_0^*$. Теперь формулу (2.37) можно переписать в окончательном виде:

$$f_t(v'_i) = \frac{\sqrt{2}}{\tau\sqrt{-A_2\Phi_0^*\mu\sqrt{1-\mu}}} \quad (2.45).$$

Если вместо формулы (1.27) для описания профиля солитона использовать решение уравнения КДВ (1.17) то формулу (2.45) можно переписать в виде [28]:

$$f_t(v'_i) = \frac{4\sqrt{3}}{\tau(M^2 - v'_i{}^2)\sqrt{6(M-1) - (M^2 - v'_i{}^2)}}. \quad (2.46)$$

Переход в более удобную неподвижную систему координат можно выполнить с помощью подстановки $v'_i = v_i - M$:

$$f_t(v_i) = \frac{4\sqrt{3}}{\tau v_i(2M - v_i)\sqrt{6(M-1) - v_i(2M - v_i)}}. \quad (2.47)$$

На рисунке 2.17 представлены графики зависимостей $f_t(v_i)$, которые получены различными методами: численно по формуле (2.37); по формуле (2.45); по формуле (2.47), полученной с помощью уравнения КДВ. Как видно, все рассмотренные методы поиска функции распределения дают близкие результаты в области малых амплитуд (при $M=1.05$) (при $\Phi_0 \approx 0.2$).

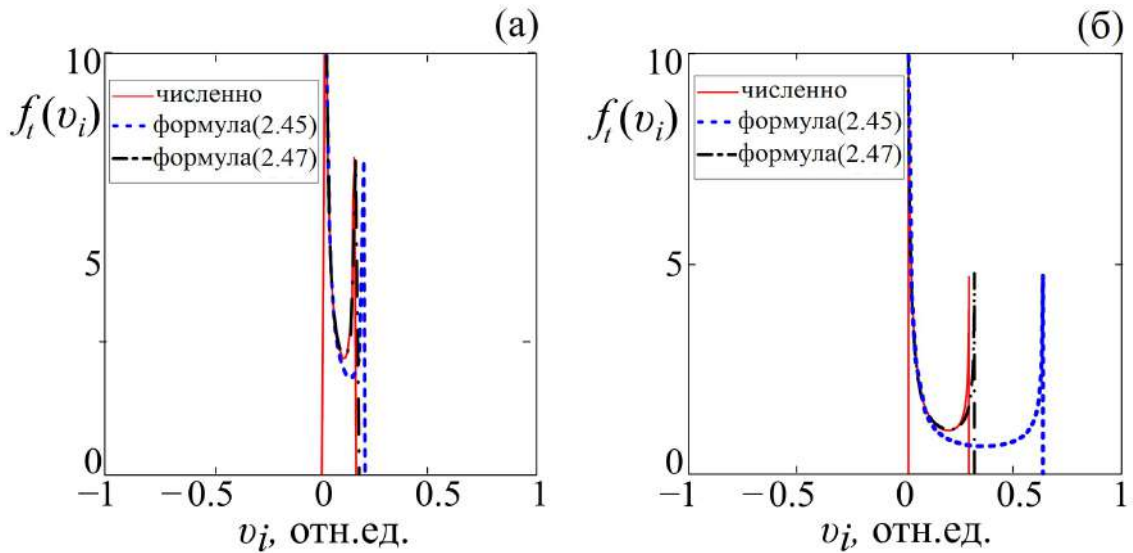


Рисунок 2.17 - Возмущенные ионно-звуковым солитоном функции распределения по проекциям ионных скоростей $f_i(v_i)$, рассчитанные с помощью разных методов: численно по формуле (2.37); по формуле (2.45) - пунктирная кривая; по формуле (2.47) – штрихпунктирная кривая. (а) – $M=1.05$; (б) – $M=1.1$.

Тем не менее, с ростом амплитуды солитонов уже при $\Phi_0 \approx 0.3$ ($M=1.1$) формула (2.45) дает большую погрешность, при этом формула (2.47) продолжает согласовываться с численным решением. В работе [28] представлен более детальный анализ применимости рассмотренных в данном разделе формул.

Стоит отметить, что описанные методики анализа возмущенных солитонами функций распределения фоновых популяций плазмы могут быть легко обобщены для электронно- и пыле-акустических плазменных мод.

2.4.4 Функции распределения по энергиям, возмущенные солитонами

Зная функцию распределения по скоростям заряженных частиц можно рассчитать функцию распределения по их энергиям. Этой задаче посвящен данный раздел работы. Данная задача впервые была решена для пыле-акустической моды [72]. В качестве теоретической модели будем использовать модель, подробно описанную в разделе 1.3.1. А именно, рассмотрим пылевую

плазму без магнитного поля. Будем также считать, что плазма содержит три фракции заряженных частиц: электроны, ионы и сферические монодисперсные отрицательно заряженные пылевые частицы с постоянным зарядом Z . Будем считать, что электроны и ионы равновесно распределены в поле относительно медленной пыле-акустической волны, их концентрации опишем уравнением Больцмана (1.37) и (1.38). Для пылевой фракции будем использовать гидродинамические уравнение непрерывности (1.41) и уравнение движения (1.39). Для простоты будем считать давление пылевой фракции равным нулю. Этому случаю соответствует уравнение движения в виде (1.62), и уравнение для концентрации пылевой фракции в виде (1.63). Для связи всех фракций заряженных частиц будем использовать уравнение Пуассона (1.64). Все обозначения и нормировки соответствуют, тем, что были введены ранее в разделе 1.3.4.

Решения, описывающие пыле-акустические солитоны с произвольной амплитудой будем искать путем численного интегрирования уравнения (1.64). Профили потенциала пыле-акустических солитонов $\Phi(S)$ при $\delta_i = 1.5$ и $\beta = 60$ отображены на рисунке 2.18(a) для различных значений числа Маха M . Свойства пыле-акустических солитонов были подробно рассмотрены выше. По аналогии с предыдущими разделами, для поиска функций распределения будем предполагать эргодичность рассматриваемой системы. В этом случае, статистические характеристики системы можно найти из анализа движения одной частицы за большой промежуток времени [71]. Для определения функции распределения по проекциям скоростей воспользуемся формулой:

$$f_t(v_d) = \frac{\Delta t}{\tau |\Delta v_d|}, \quad (2.48)$$

Формула (2.48) аналогична формуле (2.35) с той разницей, что вместо скорости пробного иона v_i здесь используется скорость пробной пылевой частицы v_d . Повторяя действия раздела 2.4.2 несложно показать, что функция

распределения по проекциям скоростей пыли возмущенная пыле-акустическим солитоном для симметричной задачи (рисунок 2.18) определяется формулой:

$$f_t(v_d) = \frac{2dt}{\tau dv_d}, \quad (2.49)$$

Или в соответствии с теоремой о производной обратной функции:

$$f_t(v_d) = \frac{2}{\tau(dv_d/dt)}. \quad (2.50)$$

Зависимость $v_d(t)$ может быть найдена либо в рамках одночастичного приближения (раздел 1.1.4), либо в рамках перехода к Лагранжеву описанию движения (раздел 2.1.3). Конкретный вид зависимости $v_d(t)$, полученный численно (для случая произвольных амплитуд) представлен на рисунке 2.18(б) при $M=1.3$, $\beta = 60$.

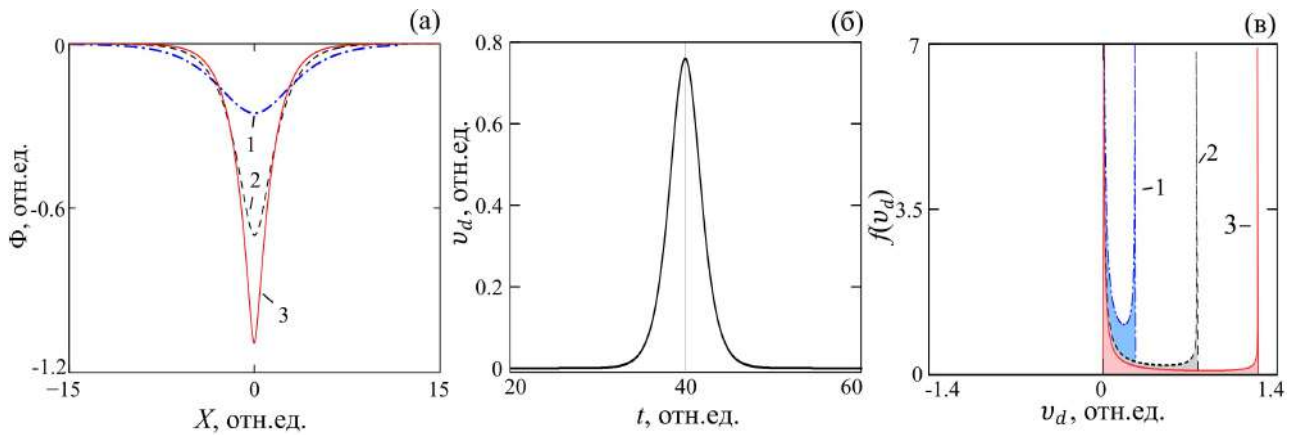


Рисунок 2.18 - (а) профили потенциала пыле-акустического для разных значений M при $\delta_i=1.5$ и $\beta = 60$; (б) временная зависимость скорости заряженной пылевой частицы при $M = 1.3$; (в) возмущенная функция распределения по скоростям для пылевой фракции; $M=1.1$ – кривые 1; $M=1.3$ – кривые 2; $M=1.5$ – кривые 3.

В свою очередь, возмущенная функция распределения по скоростям для пылевых частиц представлена на рисунке 2.18(в). Очевидно, что результаты аналогичны с точностью до нормировок тем, что были получены в предыдущих разделах для ионно-звуковой моды. Зная функцию распределения по скоростям, перейдем к анализу функции распределения по энергиям.

В рассматриваемой ситуации тепловая скорость пылевых частиц была равна нулю (модель холодной плазмы). При этом внутри пыле-акустического солитона пылевые заряженные частицы приобретали скорость направленную только вдоль оси X (см. рисунок 2.18 (б)). Другими словами $v_d \equiv (v_d)_x$ при этом $(v_d)_y=(v_d)_z=0$. Также учтем, что во всем пространстве $v_d \geq 0$ (см. рисунок 2.18(б)). Таким образом, имеем $|v_d| \equiv v_d$. Другими словами, в рассматриваемой ситуации функция распределения по абсолютной скорости совпадает с функцией распределения по проекциям скоростей. Далее определим возмущенную функцию распределения по энергиям $f_W(W)$ для пылевых частиц, где $W=v_d^2/2$ – их кинетическая энергия, нормированная на $m_d C_d^2$. Будем учитывать что $f_W(W)dW = f(v_d)dv_d$, в таком случае получим:

$$f_W(W) = f_{v_d}(v_d) \frac{dv_d}{dW} = \frac{2}{\tau(dW/dt)} \quad (2.51)$$

На рисунке 2.19(б) отображена зависимость $W(t)$, которая получена на основе зависимости $v_d(t)$ (см. рисунок 1(б)) по формуле $W=v_d^2/2$. Теперь, зная зависимость $W(t)$ можно рассчитать $f_W(W)$ пользуясь формулой (2.51). На рисунке 2.19(б) отображен график возмущенной функции распределения по энергиям $f_W(W)$ для разных значений числа Маха M при $\delta_i=1.5$, $\beta = 60$.

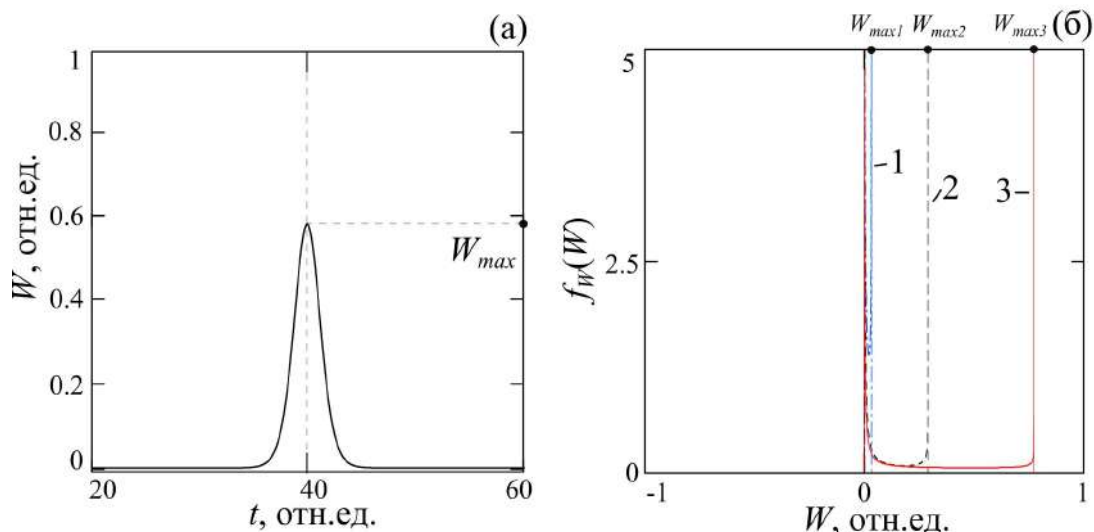


Рисунок 2.19 - (а) временная зависимость кинетической энергии заряженной пылевой частицы при $M = 1.3$, $\delta_i = 1.5$, $\beta = 60$; (б) возмущенная функция распределения по энергиям для пылевой фракции; $M = 1.1$ – кривая 1; $M = 1.3$ – кривая 2; $M = 1.5$ – кривая 3.

Как видно, в окрестности пыле-акустического солитона сжатия функция распределения по энергиям для пылевой фракции приобретает вид, далекий от равновесного. В частности, появляется дополнительный максимум в области положительных скоростей ($v_d > 0$). Полученные результаты важны с прикладной точки зрения, их необходимо учитывать при интерпретации экспериментальных данных. Представленные аналитические формулы для возмущенной солитоном функции распределения легко обобщить на ионно- и электронно-акустический случай.

Выводы к главе 2

В рамках гидродинамических моделей плазмы исследована возможность переноса вещества плоскими солитонами акустического типа в плазме без магнитного поля. Показано, что докритические солитоны сжатия переносят вещество в направлении своего движения на конечное расстояние. В частности показано, что плоский ионно-звуковой солитон сжатия в модели холодной

плазмы сдвигает весь ионный фон на расстояние в несколько радиусов Дебая (до $4.5 \lambda_D$). Более того, перенос вещества является неотъемлемым свойством солитона, которым нельзя пренебрегать при уменьшении амплитуды волны ($\Phi_0 \rightarrow 0$). Рассмотрен случай движения большой группы солитонов. В этом случае величина переноса вещества начинает ассоциироваться с дрейфом заряженных частиц. Проведено сравнение солитонного переноса вещества с дрейфом Стокса. Проведено обобщение полученных результатов на электронно- и пыле-акустические плазменные моды.

Проведено детальное исследование нового свойства солитонов, в частности, рассчитаны электрические токи, индуцируемые солитонами в плазме. Для таких обозначения таких токов введен специальный термин "*солитонные токи*". Показано, что солитонные токи имеют импульсный характер с ненулевой постоянной составляющей. Рассчитаны основные характеристики солитонных токов, такие как пространственно-временные масштабы, энергия заряженных частиц и др.

На основе анализа солитонных токов рассчитаны функции распределения фоновой плазмы в присутствии солитонов. Рассчитаны возмущенные солитонами функции распределения по скоростям и по энергиям. Показано, что солитоны акустического типа отклоняют плазму от состояния равновесия. Функции распределения по скоростям для заряженных частиц становятся похожими на функцию распределения плазмы, содержащей пучки заряженных частиц. Следовательно, полученные результаты необходимо учитывать при интерпретации экспериментальных данных по исследованию процессов переносов в активной плазме и плазменной турбулентности.

Во второй главе изложены следующие новые результаты, которые будут включены в перечень защищаемых положений:

- Детально исследовано свойство плазменных солитонов акустического типа, заключающееся в однонаправленном переносе заряженных частиц. С использованием КдВ уравнения найдена явная зависимость дистанции переноса вещества как функция амплитуды.

- Открыт новый механизм возбуждения электрических токов в плазме. Детально исследованы токи, индуцируемые солитонами акустического типа. В частности, показано, что такие токи имеют импульсный характер с ненулевой постоянной составляющей.
- Исследовано влияние плазменных солитонов акустического типа на функции распределения по скоростям заряженных частиц. Разработаны два независимых метода поиска возмущенных функций распределения, один из которых основан на анализе большого ансамбля частиц, а второй на анализе движения одной частицы за большой промежуток времени. На основе второго метода получена явная аналитическая формула для расчета возмущенных функций распределения для случая холодной плазмы. Показано, что возмущенные функции распределения по скоростям имеют форму сходную с функциями распределения, характеризующими плазму которая содержит пучки заряженных частиц.
- Исследованы возмущенные солитонами функции распределения по энергиям заряженных частиц. Найдена характерная форма таких функций распределения. Полученные результаты будут востребованы при интерпретации экспериментальных данных по определению статистических параметров плазмы.

ГЛАВА 3. ДИССИПАТИВНЫЕ СОЛИТОНЫ

Диссипативными солитонами принято считать локализованные волновые структуры, существующие в термодинамически открытых системах [1,2]. Понятие "*диссипативный солитон*" обобщает понятие "*классический солитон*" на неконсервативные системы. В термодинамически открытых системах происходит обмен энергией с окружающей средой, а сами системы могут находиться в неравновесном состоянии. Волновые процессы являются одной из форм самоорганизации в таких системах [1-5]. Прекращение импорта энергии в систему неизбежно приводит к разрушению организованных структур (в том числе и диссипативных солитонов), а сама система рано или поздно становится равновесной. В последнее время интерес к изучению диссипативных солитонов возрос. Среди приложений концепции диссипативных солитонов можно отметить нелинейную оптику, лазеры, биологию и др. Стоит отметить, что физика плазменных диссипативных солитонов только начинает развиваться. Модели ионно- электронно- пыле- акустических диссипативных солитонов [6-10], а также люнгмюровских диссипативных солитонов представлены в [11,12]. Несмотря на то, что указанные модели описывают солитоны различного типа, все их объединяет общее свойство: в случае слабой диссипации диссипативные солитоны сохраняют профиль близкий к классическому, эволюция волны при этом соответствует медленному затуханию. Ни одна из указанных акустических моделей [6-10] не раскрывает полностью концепцию диссипативных солитонов, как объектов самоорганизации поскольку не содержит сил, компенсирующих диссипацию.

В известных экспериментальных работах [13,14] также изучались только солитоны, принудительно возбуждаемые в пылевой плазме. С другой стороны, при наличии свободной энергии и малой диссипации в плазме легко возбуждаются различные волны [15], в том числе уединённые [16-19]. Удобным инструментом для исследования свойств плазменных диссипативных

солитонов является пыле-акустическая мода, существующая в пылевой плазме. Во-первых, как отмечалось в первой главе, характерные частоты пыле-акустической моды лежат в удобном измерительном диапазоне 1-100 Гц [15]. Во-вторых, динамику пылевых частиц можно изучать в одночастичном [20-22] и гидродинамическом приближениях [15]. В-третьих, пылевую разрядную плазму разрядов можно считать открытой системой, в которой присутствует как диссипация, так и внешние источники энергии, такие как электрические поля, ионные и электронные токи, а потоковая неустойчивость является эффективным механизмом возбуждения волн [23].

Недавние эксперименты, проведённые в пылевой плазме, позволили на основе анализа траекторий заряженных пылевых частиц исследовать такие важные явления как распад солитонов и нелинейных волн [20, 22], волновой нагрев плазмы [22], аномальный захват заряженных частиц фронтом нелинейной волны [24]. В то же время, стоит отметить недостаточное количество теоретических работ по данной теме. Во второй главе (см. также [25,26]) в рамках гидродинамики и одночастичного приближения был рассчитаны траектории заряженных частиц в электрических полях ионно-, электронно- и пыле-акустических солитонов без учета диссипации. Показано, что солитоны перемещают "холодные" заряженные частицы на расстояние в несколько радиусов Дебая, причем только в одном направлении. Генерируемые при этом токи (солитонные токи) имеют импульсную структуру с постоянной составляющей. Диссипативный случай в указанных работах рассмотрен не был. В работе [20] построена теоретическая модель распада пыле-акустического солитона сверхкритической амплитуды. Рассмотрены как диссипативный, так и консервативный случаи, которые имеют принципиальные отличия. Показано, что реальный процесс распада лучше описывается именно диссипативной моделью.

В настоящей главе теоретически исследована микродинамика заряженных частиц в электрическом поле диссипативного пыле-акустического солитона. Установлены важные отличительные свойства диссипативного

солитона по сравнению с консервативным (классическим) солитоном. Учет диссипации позволил рассчитать такие термодинамические параметры как производство теплоты солитонами. Полученные результаты могут быть использованы для анализа производства энтропии и других параметров процесса самоорганизации. Выполнено сравнение полученных теоретических результатов с экспериментальными, представленными в [20-22,24].

3.1 Микродинамические и термодинамические свойства диссипативных пыле-акустических солитонов

Рассмотрим одномерную задачу движения пылевой заряженной частицы в электрическом поле плоского пыле-акустического солитона, движущегося с постоянной скоростью. Анализ траекторий отдельных частиц удобно провести в рамках одночастичного приближения (в переменных Лагранжа) [27]:

$$m_d \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum F, \quad (3.1)$$

здесь m_d – масса частицы, F – действующие силы. В работе [25], была решена задача расчета траекторий ионов в поле консервативного ионно-звукового солитона. Применим аналогичную методику для анализа свойств диссипативного пыле-акустического солитона. Для этого рассмотрим гидродинамическую модель плазмы, содержащую электроны, ионы, сферические монодисперсные отрицательно заряженные пылевые частицы, а также покоящийся буферный газ. Введём необходимые обозначения: концентрации, начальные концентрации и нормированные концентрации частиц сорта j обозначим соответственно n_j , n_{0j} , $N_j = n_j/n_{0j}$ - где $j=e, i, d, n$ для электронов, ионов, пылевых частиц и нейтральных атомов (молекул). В отличие от модели описанной в разделе 1.3 будем учитывать наличие нейтральной фракции, а, следовательно, и диссипации связанной с вязкостью

буферного газа. Аналогично обозначим температуры T_j , которые будем считать постоянными. Уравнение (3.1) в диссипативном случае примет вид:

$$m_d \frac{d^2x}{dt^2} = Ze \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \nu_{dn} \frac{dx}{dt}, \quad (3.2)$$

где Z – безразмерный заряд пылевых частиц, φ – электрический потенциал солитона, связанный с электрическим полем $\vec{E} = -\nabla\varphi$ (или $E = -\partial\varphi/\partial x$ в одномерной геометрии). Частота пыле-нейтральных столкновений описывается формулой $\nu_{dn} = 8\sqrt{2\pi}r_d^2 n_n T_n / (3m_d v_{Tn})$ [28], где $r_d = const$ – радиус пылевых частиц, $v_{Tn} = \sqrt{T_n/m_n}$ – тепловая скорость атомов нейтрального газа. Введём нормировки принятые в [20,29] с учетом $T_e \gg T_i$ и $n_{0e} \sim n_{0i}$: $\Phi = eZ\varphi/C_d^2 m_d$, $X = x/\lambda_D$, $\tau = t\omega_d$, где $C_d = \sqrt{Z^2 n_{0d} T_i / m_d n_{0i}}$ – пыле-акустическая скорость, $\lambda_D = \sqrt{T_i / 4\pi e^2 n_{0i}}$ – радиус Дебая, $\omega_d = \sqrt{4\pi n_{0d} Z^2 e^2 / m_d}$ – пылевая плазменная частот. Уравнение (3.2) с учётом принятых нормировок примет вид:

$$\frac{d^2X}{d\tau^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} - \Omega \frac{dX}{d\tau}, \quad (3.3)$$

где $\Omega = \nu_{dn}/\omega_d$ – нормированная частота пыле-нейтральных столкновений. Как показано выше, для интегрирования (3.3), и анализа траекторий заряженных частиц нам необходимо найти функцию $\Phi(X, \tau)$, которая описывает профиль пыле-акустического солитона. В работах [30,31] диссипативные солитоны в плазме изучались с использованием техники редутивных возмущений. Показано, что слабая диссипация ($\Omega \ll 1$) приводит к плавному затуханию волны. При этом профиль солитона остается классическим $\sim \text{sech}^2(X)$, поскольку его основные свойства по-прежнему определяются нелинейностью и дисперсией. В соответствии с концепцией диссипативных солитонов [1,2] мы предполагаем, что плазма содержит источник энергии, компенсирующий диссипацию и поддерживающий стационарное

распространение волн. Такими источниками могут быть потоки частиц, сила ионного увлечения и т.п. (для линейного случая см. [15]). Мы не будем здесь уточнять механизм накачки энергии в систему, поскольку не существует нелинейных гидродинамических моделей, адекватно описывающих такие механизмы. Мы предполагаем, что источник довольно энергии слаб, чтобы не изменять форму солитона, но достаточен для того чтобы уравновесить диссипативные процессы. Тогда в первом приближении при $\Omega \ll 1$ мы можем определить профиль $\Phi(X,t)$ с помощью консервативной солитонной модели. Этот подход был использован в [20] для анализа процесса распада сверхкритического пыле-акустического солитона. Безусловно стоит отметить, что в рассматриваемом случае используемая модель становится несамосогласованной. Однако, за неимением самосогласованных гидродинамических моделей мы будем ей пользоваться. Такая модель позволяет обнаружить важные закономерности процесса взаимодействия волны с частицей. Также, как будет показано ниже, такое приближение находится в хорошем согласии с известными экспериментами. В принятом приближении воспользуемся теоретической моделью описанной системой гидродинамических уравнений (1.37), (1.38), (1.41), (1.42), (1.62). Использование метода псевдопотенциала Сагдеева позволяет записать решения для пыле-акустического солитона в классическом виде:

$$\Phi(S) = \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{-\frac{A_1}{2}} S \right). \quad (3.4)$$

$$\text{Здесь } \Phi_0 = -A_1/A_2, \quad A_1 = \frac{1}{2} \left(M^{-2} - 1 - \frac{\delta_e}{\delta_i \beta} \right), \quad A_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3\delta_i} - \frac{\delta_e}{3\delta_i^2 \beta^2} - M^{-4} \right)$$

коэффициенты разложения в ряд псевдопотенциала Сагдеева $U(\Phi) \approx A_1 \Phi^2 + A_2 \Phi^3$ (подробнее см. раздел 1.1.3). Уравнение (3.3) с учётом (3.4) примет вид:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{-\frac{A_1}{2}} [X - Mt] \right) \right] - \Omega \frac{dX}{dt} \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) является уравнением движения в лагранжевых координатах. Оно отличается от уравнения (1.29) учетом диссипации. Для его решения будем использовать численный метод Рунге-Кутты. На рисунке 3.1 приведены результаты расчётов для $\beta=100$, $\delta_e=5$, $\delta_i=6$, $Z=10^3$, для разных значений $\Omega \in [0, 0.1]$. Выбранные параметры соответствуют пылевой плазме тлеющего разряда [15, 28]. Начальные условия заданы следующим образом: $X(0)=25$, $dX/dt|_{t=0}=V_d(0)=0$. Профили $\Phi(X)$, $E(X)$ найдены аналитически из уравнения (3.4). Зависимости амплитуды и ширины солитонов от скорости найдены по формулам:

$$\Phi_0(M) = -\frac{A_1}{A_2}, \quad \Delta(M) = \frac{\text{acosh}(\sqrt{e})}{\sqrt{-A_1/8}}$$

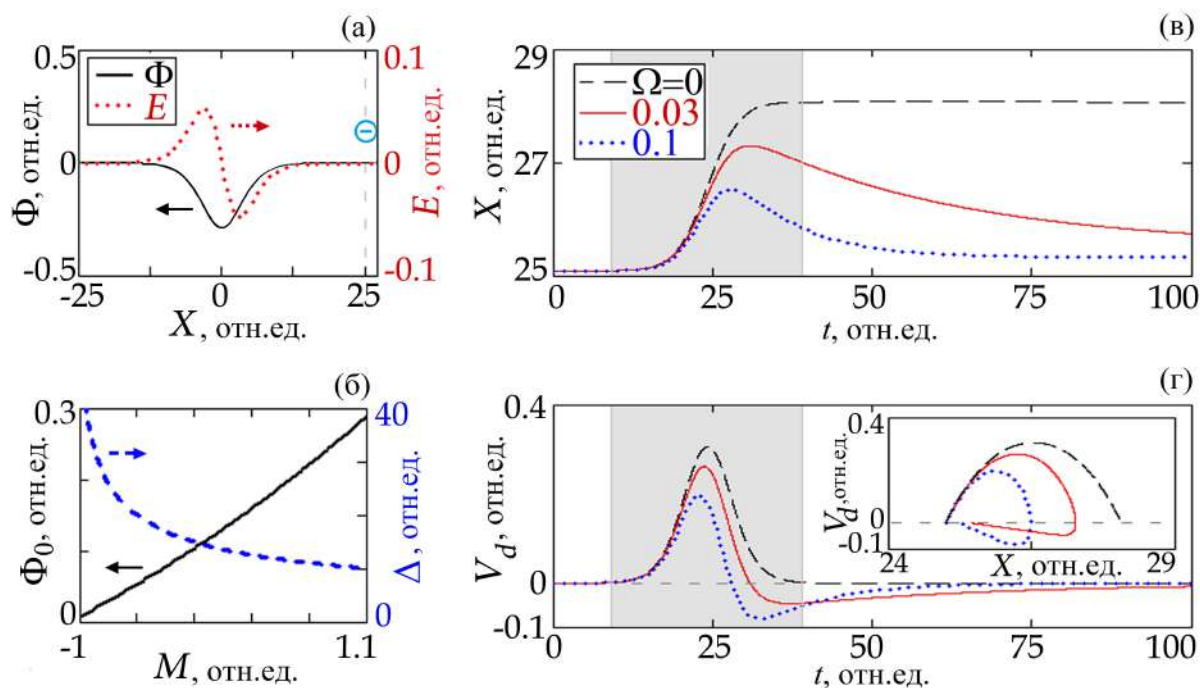


Рисунок 3.1 - Параметры солитона: (а) профиль потенциала и поля; (б) зависимость амплитуды и ширины от скорости волны; (в) траектории пылевых частиц в поле солитона для разных значений Ω ; (г) зависимость скорости пылевых частиц от времени, на вставке отображены соответствующие фазовые траектории. Серым цветом отмечена область существенного влияния солитона.

Как видно из рисунка 3.1, решения при $\Omega=0$ и $\Omega\neq 0$ принципиально отличаются [27]. При $\Omega=0$ (консервативный случай) решения подобны решениям для ионно-звуковых солитонов [25], поскольку подобны ионно- и пыле-акустические солитоны. В частности, перемещение пылевых частиц происходит только в направлении движения солитона (рисунок 3.1(в)), скорость частиц имеет солитоноподобный профиль с начальной и конечной скоростью равной нулю (рисунок 3.1(г)). Равенство нулю для скоростей заряженных частиц до и после прохождения консервативного солитона следует из соотношения для работы электростатического поля по перемещению заряда $A_E = eZ(\varphi_{+\infty} - \varphi_{-\infty})$, где $\varphi_{+\infty}$, $\varphi_{-\infty}$ - потенциал справа и слева от солитона соответственно. Поскольку $\varphi_{+\infty} = \varphi_{-\infty} = 0$, то $A_E=0$. Другими словами, передний фронт солитона ускоряет частицу от нуля до некоторой скорости ($d^2X/d\tau^2 > 0$), а задний фронт замедляет её до нуля ($d^2X/d\tau^2 < 0$). Происходит обмен энергией солитон-частица. В случае $\Omega\neq 0$, диссипация ведёт к необратимому превращению части кинетической энергии частиц в тепловую и положительному производству энтропии. При этом, на траектории частиц появляется область с отрицательной скоростью как показано на рисунке 3.1(г). На фазовых траекториях появляется характерный «крюк», соответствующий частичному отскоку частицы в обратном направлении (как показано на вставке к рисунку 3.1(г)). Таким образом, оба типа солитона перемещают пылевые частицы в направлении своего движения на конечное расстояние. Однако, диссипативный солитон частично "отбрасывает" заряженные частицы назад, в отличие от консервативного. Этот, несколько неожиданный результат следует из анализа работ сил, действующих на частицы. Работа сил электростатического поля по-прежнему равна нулю, поскольку профиль потенциала солитона осталась неизменным в нашей модели. Но появилась, сила трения, которая направлена против движения частиц. Таким образом, частица ускоряется передним фронтом волны, а тормозится как задним её фронтом, так и силой трения. Это приводит к тому, что остановка частицы происходит не после прохождения солитона а внутри его (в задней его части), где $E > 0$. Это

поле и выбрасывает частицу назад, сообщая ей отрицательную скорость, поскольку в этой области $d^2X/d\tau^2 < 0$. Следовательно диссипативные солитоны возмущают среду не только в области своей локализации (область показана серым цветом на рисунке 3.1(в,г)), но и создают за собой неравновесный «хвост» в котором частицы движутся назад релаксируют за счет диссипации. Как будет показано ниже, этот результат хорошо согласуется с известными экспериментами.

В системах с притоком энергии часто наблюдаются группы уединённых нелинейных волн [16-19]. Рассмотрим самый простой случай, не требующий статистического анализа, когда солитоны самовозбуждаются с некоторым постоянным периодом Θ . Для этого заменим первый член в правой части уравнения (3.5) на следующее выражение:

$$\frac{\partial}{\partial X} \sum_{k=0}^{k=\infty} \Phi_0 \operatorname{sech}^2\left(\sqrt{\frac{-a}{2}} [X - M(\tau - k\Theta)]\right),$$

Нетрудно убедиться, что этот член выражает воздействие группы солитонов сдвинутых по времени на Θ . Волновая форма, а также другие параметры пылевых частиц представлены на рисунке 3.2 для диссипативного и бездиссипативного случаев. Как видно из рисунка 3.2(б), случаю $\Omega=0$ соответствует монотонно возрастающая траектория (ступенчатая форма), в то время как при $\Omega \neq 0$ траектории имеют локальные минимумы и максимумы (штопорообразная форма). Отличия также заметны на фазовых графиках, показанных на рисунках 3.2(г). Так при $\Omega=0$ фазовая траектория имеет форму циклоиды, при $\Omega \neq 0$ траектория становится не однозначной и соответствует нелинейному осциллятору с дрейфом. При этом, в обоих случаях пылинки частицы дрейфуют в направлении распространения волны. Скорость дрейфа v_{drift} , которая соответствует углу наклона прямых на рисунке 3.2(г), максимальна при $\Omega=0$ и сильно уменьшается при $\Omega \neq 0$. Легко показать, что v_{drift} зависит от других параметров плазмы, например, возрастает с ростом Φ_0 , однако детальный анализ дрейфа выходит за рамки данной работы.

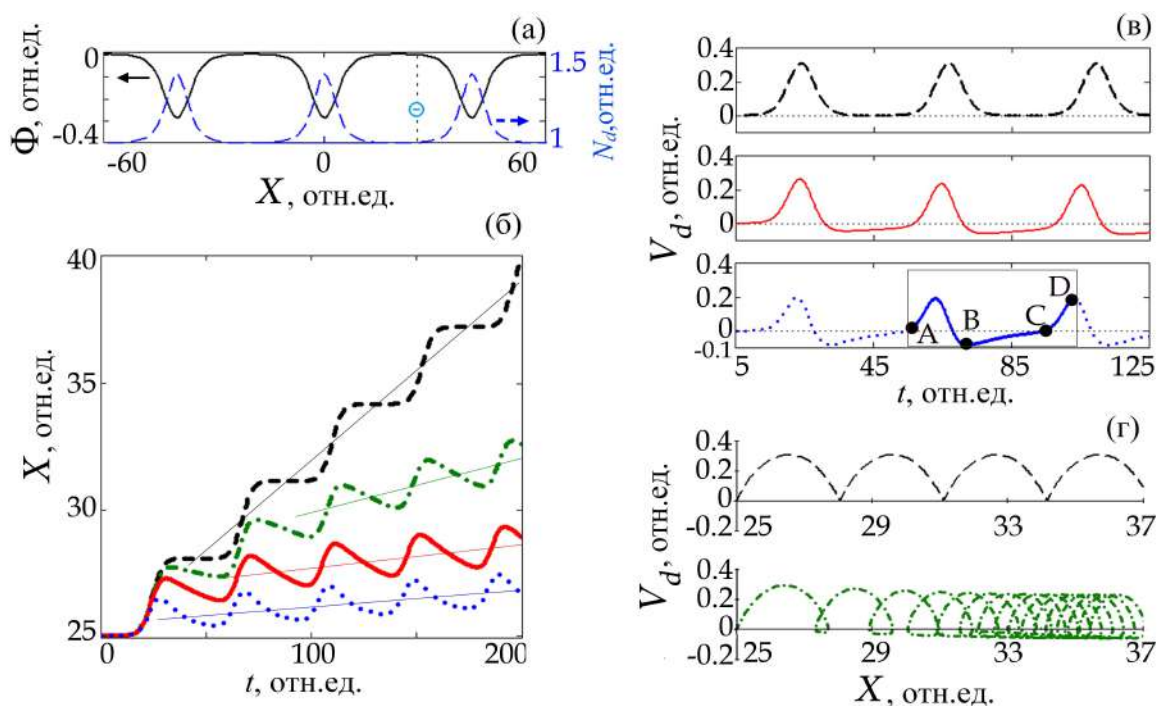


Рисунок 3.2 - Параметры группы солитонов при $M=1.05$, $\beta=100$, $\delta_e=5$, $\delta_i=6$, $Z=10^3$: (а) профиль потенциала и концентрации пыли; (б) траектории пылевых частиц $X(t)$ при разных значениях Ω ; (в) зависимость скорости частиц от времени при разных значениях Ω ; (г) фазовые траектории. Штриховая кривая – $\Omega=0$, штрихпунктирная – $\Omega=0.01$, сплошная – $\Omega=0.03$, пунктирная – $\Omega=0.1$.

Как отмечалось в [32,33] диссипация играет ключевую роль в процессах самоорганизации, которая заключается в упорядочении системы. В рассматриваемом случае это свойство диссипативных структур проявляется в упорядочивании траекторий движения частиц. На рисунке 3.3(а) показаны траектории частиц с различной начальной скоростью для разных величин $\Omega=0$ и $\Omega=0.03$. Как видно, в диссипативном случае (т.е. при $\Omega=0.03$) траектории частиц с течением времени становятся подобными, что соответствует одинаковым скоростям дрейфа частиц. В бездиссипативном случае траектории частиц расходятся (частицы "убегают" друг от друга). Похожее свойство диссипативных солитонов обсуждалось в [20], где исследовался распад пыле-акустического солитона со сверхкритической амплитудой.

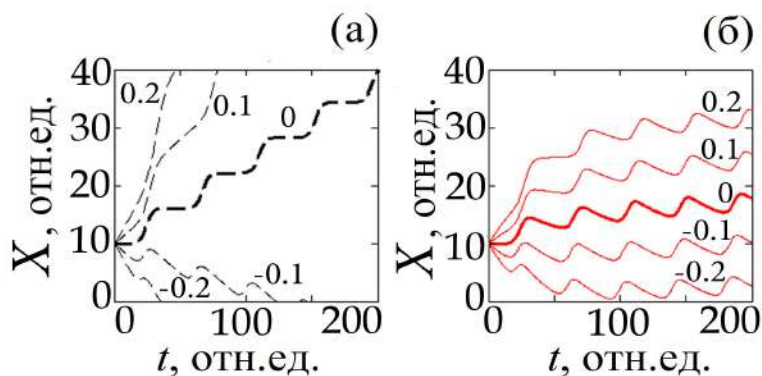


Рисунок 3.3 – Параметры ансамбля солитонов при $M=1.05$, $\beta=100$, $\delta_e=5$, $\delta_i=6$, $Z=10^3$: траектории частиц для разной начальной скорости, величина которой обозначена числами рядом с кривыми. (а) $\Omega=0$; (б) $\Omega=0.03$.

Анализ траекторий частиц позволяет выявить ещё одно отличительное свойство диссипативных солитонов. Как видно из рисунка 3.2(в) при $\Omega \neq 0$ частицы имеют положительную скорость $V_d > 0$ внутри солитона, но в промежутке между солитонами $V_d < 0$. Скорость частиц в консервативном солитоне ($\Omega=0$) отлична от нуля только внутри его профиля как показано на рисунке 3.2(б). Таким образом, каскад диссипативных солитонов может переводить всю плазму в неравновесное (активное) состояние. Причём если Θ не очень велико, то среда не успевает релаксировать в промежутке между соседними диссипативными солитонами. Следовательно, каждый диссипативный солитон оказывает влияние на следующие солитоны посредством среды, в этом случае солитоны и среду уже нельзя рассматривать независимо друг от друга. Характерные фазы движения частиц внутри солитона отмечены точками А-D на графике скорости (рисунок 3.2(в)). Фазы А-В, D-С соответствуют действию поля солитона на частицу, фаза В-С соответствует действию среды или силы трения (эта фаза отсутствует при $\Omega=0$). При переходе из среды в солитон наблюдается излом графика (точка С). Результаты расчётов справедливы для всех пылевых частиц среды в силу их тождественности. Наличие отрицательного дрейфа в пространстве между солитонами должно увеличивать порог появления многопоточности и последующего распада

солитонов. Также, наличие дрейфа и взаимное влияние диссипативных солитонов необходимо учитывать при создании самосогласованных моделей.

Результаты построенной модели находятся в разумном согласии с известными экспериментальными результатами. В работе [21] была исследована микродинамика пылевых частиц в плазме высокочастотного разряда, в которой возбуждалась пыле-акустическая неустойчивость в форме последовательности нелинейных волновых гребней. Траектории частиц имели штопороподобную форму (см. рисунок 4(a) из [21]) с дрейфом, направленным в сторону движения гребней. Фазы А-Д можно наблюдать на графике скорости (рисунке 4(b) из [21]), при $t \approx 0.12$ с наблюдается излом при переходе частицы из среды в гребень волны. В [22] экспериментально исследовался распад самовозбуждаемой нелинейной пыле-акустической волны. По мере распространения волны наблюдалось ее усиление, укрупнение и распад. При этом волны максимальной амплитуды имели солитоноподобный профиль (рисунк 1(c) из [22] при $z=0$). Траектории частиц для волн малой амплитуды (линейных) были близки к гармоническим [22], переходя к штопорообразным по мере укрупнения волны (рисунк 3(a) в [22]). В указанных работах процесс описан в рамках теории нелинейных волн. Солитонная концепция предложена в работах [20,26]. В работе [26], в рамках консервативной солитонной модели исследовался перенос заряженных частиц самовозбуждаемой пыле-акустической уединенной волной. Дрейф частиц в направлении движения сильно нелинейной волны хорошо описывался консервативной моделью. Наблюдаемое в эксперименте [26] обратное движение частиц, по мнению авторов, было вызвано внешними силами, которые стремились восстановить невозмущенную форму пылевого облака. Построенная здесь модель свидетельствует о том, что обратное движение частиц является когерентным. Такое движение является неотъемлемым свойством диссипативных солитонов акустического типа. На практике, действие обоих указанных эффектов может суммироваться.

3.1.1 Энергетический баланс диссипативных пыле-акустических солитонов в термодинамически открытой системе

Пылевая плазма является удобным объектом исследования в термодинамике неравновесных систем. Самовозбуждаемые волны при этом рассматривают как элементы самоорганизации. Зная траектории движения частиц в окрестности пыле-акустического солитона мы можем оценить некоторые термодинамические параметры рассматриваемой системы. Одним из свойств организованных структур является производство энтропии σ , величина которой определяется как приращение энтропии в системе за единицу времени в результате протекания в ней неравновесных процессов [32]. Производство энтропии, отнесённое к единице объёма, называют локальным. Строгий расчёт указанных параметров довольно громоздкий и выходит за рамки данной работы. Здесь мы ограничимся оценкой работы диссипативных сил A_{dis} которая в большинстве случаев равна количеству теплоты Q , выделяемой в результате действия диссипативных сил при распространении диссипативных солитонов, эта теплота идёт на нагрев буферного газа и поверхности пылинок. В расчете на одну пылевую частицу, в простейшем случае, можно записать

$$\sigma dt \sim dA_{dis} = dQ_p.$$

Далее $dQ_p = F_{diss} dx$, где F_{diss} - диссипативная сила. Здесь рассмотрим в качестве диссипативной силы только силу нейтрального увлечения $F_{dis} = m_d v_{dn} v_d$ [28], где v_p - скорость частицы относительно газа. Тогда

$$Q_p = m_d v_{dn} \int v_p(x) dx \quad (3.6)$$

Или в нормированном виде:

$$Q_p^* = \frac{Q_p}{\frac{1}{2}m_d\omega_d C_d \lambda_D} = 2\Omega \int V_d(X) dX . \quad (3.7)$$

Здесь $\frac{1}{2}m_d\omega_d C_d \lambda_D = \frac{1}{2}m_d C_d^2$ – кинетическая энергия пылевой частицы, движущейся с пыле-акустической скоростью. Нормированную мощность тепловыделения можно описать выражением:

$$W(t) = \frac{dQ_p^*}{d\tau} = 2\Omega V_d(t)^2 . \quad (3.8)$$

Величины $V_d(X)$, $V_d(t)$ найдены ранее из уравнения (3.3) и отображены на рисунках 3.1, 3.2. Полная теплота, выделяемая при движении частицы, может быть найдена по формулам

$$Q_p^{**} = 2\Omega \int_{-\infty}^{+\infty} V_d(X) dX$$

или

$$Q_p^{**} = \int_{-\infty}^{+\infty} W(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

На рисунке 3.4 (б) представлена зависимость $W(\tau)$ для разных значений Ω . Как видно, тепловыделение происходит как внутри диссипативного солитона (промежуток А-В), так и за его пределами (промежуток В-С), где наблюдается релаксация скорости частицы. Тем не менее, при $\Omega \leq 0.1$ основной вклад в тепловыделение (>70%) вносит непосредственно солитон (промежуток А-В). Поэтому можно приблизительно считать, что величина Q_p^{**} пропорциональна числу солитонов, одновременно наблюдаемых в исследуемом объеме плазмы.

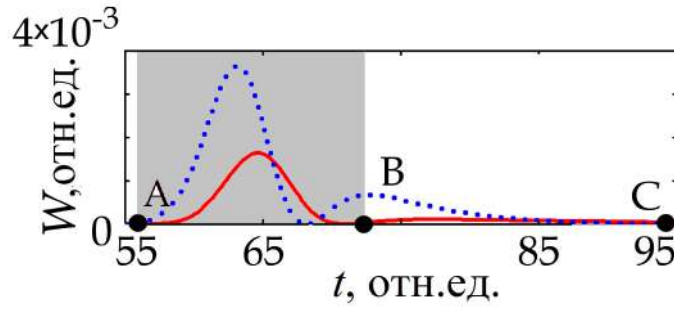


Рисунок 3.4 – Зависимость мощности тепловыделения от времени. На графиках сплошная кривая соответствует случаю $\Omega=0.03$, пунктирная $\Omega=0.1$.

В случае, показанном на рисунке 3.4, численное интегрирование уравнения (3.8) дает $Q_p^{**} = 0.05$ при $\Omega=0.1$. Это означает, что количество тепла, выделяющегося при взаимодействии пылевой частицы с диссипативным пылевым солитоном с указанными параметрами, составляет 5 % кинетической энергии той же частицы, движущейся с пыле-акустической скоростью C_d . Стоит отметить, что в нашей модели мы использовали приближение малых амплитуд. Использование численных методов позволит анализировать свойства солитонов с большей амплитудой. В этом случае следует ожидать увеличения значений Q_p^{**} .

Параметры движения и тепловыделения для одной частицы описываются формулами (3.6) – (3.9). Используя методы статистической физики, можно рассчитать термодинамические параметры ансамблей частиц. С другой стороны, в пылевой плазме интегрирование можно заменить суммированием, поскольку число частиц не очень велико. Для оценки полного тепловыделения в пылевом облаке $Q_{\Sigma p}^{**}$ можно использовать приближенную формулу:

$$Q_{\Sigma p}^{**} = n_d H Q_p^{**}, \quad (3.10)$$

где H – объем пылевого облака.

Найденные в данном разделе параметры, на наш взгляд, будут полезными при анализе эволюции термодинамически открытых систем.

3.2 Упругое и неупругое рассеяние заряженных частиц пыле-акустическими солитонами

В данном разделе рассмотрен процесс рассеяния солитоном заряженных частиц плазмы. Рассмотрен докритический случай, когда амплитуда солитона не превышает предел опрокидывания. При этом, небольшая часть заряженных частиц в соответствии с распределением по скоростям может быть рассеяна передним фронтом солитона. Для решения поставленной задачи использовалась более строгая модель "теплой" плазмы, в рамках которой докритические солитоны рассеивают частицы "максвелловского хвоста".

Рассеяние заряженных частиц также свойственно сверхкритическим опрокидывающимся плазменным волнам, которые быстро теряют свою энергию и затухают. Рассмотрим некоторые особенности рассеяния заряженных частиц плазменной волной.

Будем рассматривать только одномерный продольный случай. В работе [34] теоретически исследовались нелинейные электронные колебания большой амплитуды. Было показано, что в плоской геометрии при сверхкритической амплитуде колебаний наблюдается их деградация, сопровождаемая генерацией ускоренных электронов (формируется многопоточное движение "*multistream flow*"). Причем, первая же сверхкритическая осцилляция приводит к развитию указанного сценария. Для докритических амплитуд характерно резонансное движение электронов в поле колебаний. В "теплой" плазме амплитудный порог формирования многопоточного движения существенно снижается [35]. Явление распада мощных электронных плазменных волн наблюдалось в эксперименте [36]. Важно отметить, что скорость электронов ускоренных волной вдвое превышала скорость самой волны в случае безстолкновительной плазмы. В столкновительной плазме распад сильно нелинейных волн и солитонов описан в экспериментах [20,22,24]. Скорость ускоренных волной частиц в столкновительном случае оказалась равна скорости волны. Частицы

как бы прилипали к переднему фронту волны. В работе [24] процесс назван аномальным захватом, потому что традиционной потенциальной ямы [22] в случаях [20,22,24] не наблюдалось. В теоретической модели, построенной в [20] показано, что причиной "прилипания" ускоренных частиц к переднему фронту волны являются диссипативные силы. В бесстолкновительном случае, ускоренные частицы набирали скорость, вдвое превышающую скорость волны (солитона) и улетали на бесконечность. В работе [20] показано также, что в столкновительном случае частицы испытывали осцилляции большой амплитуды, прежде чем "прилипнуть" к переднему фронту волны.

В представленной работе показано, что указанные осцилляции можно рассматривать как новый тип плазменных колебаний. Рассмотрим пыле-акустическую моду для анализа рассеяния заряженных частиц солитонами. Главной причиной такого выбора является наличие детальных экспериментальных данных [20,22,24]. Однако, результаты представленные результаты легко могут быть обобщены на случаи ионно- и электронно-акустические мод вследствие их подобия.

Одной из задач данной работы является исследование параметров ускорения заряженных частиц электрическим полем солитона. Пылевые заряженные частицы, участвующие во взаимодействии, можно разделить на две группы. Первая группа не успевает набрать достаточной скорости в поле солитона. Такие частицы находятся внутри профиля волны в течение короткого промежутка времени. В консервативном (бесстолкновительном) случае, все их кинематические параметры слева и справа от солитона совпадают, за исключением положения в пространстве, которое изменяется на несколько радиусов Дебая как показано во второй главе. Такие частицы не уменьшают энергию солитона, а процесс является адиабатическим. Вторую группу частиц составляют частицы, которые ускоряются солитоном до скорости V_p превышающей скорость солитона V_{sol} или равной ей ($V_p \geq V_{sol}$). В этом случае развивается многопотковое движение. В работе [20] показано, что $V_p \approx V_{sol}$ при наличии трения и $V_p = 2 \cdot V_{sol}$ в бесстолкновительном случае. Ускорение частиц

второй группы обеспечивается за счет энергии солитона, этот процесс ведет к затуханию волны. Стоит отметить, что в открытых системах нелинейные волны и солитоны могут получать энергию из внешних источников энергии [1-5] таких как потоки заряженных частиц, электрические поля и др. В таком случае может наблюдаться самовозбуждение волн с последующей эволюцией различного характера, такого как усиление, укрупнение, стационарное распространение, распад. Мы рассмотрим волновой процесс близкий к стационарному, когда явления усиления и диссипации уравновешены. Вернемся к частицам второй группы. В случае электронных волн они регистрируются сеточными анализаторами [36], пыле-акустические волны исследуются непосредственно с помощью высокочастотных видеокамер [20,22,24]. Если таких частиц много, то это неизбежно влияет как на нелинейные волны их породившие, так и на среду. В частности, наблюдается распад нелинейных волн и солитонов [20,22,36], образуются кавитоны (локальное уменьшение концентрации плазмы) [36], наблюдается нагрев плазмы [22,24] и т.д. В случае "теплой" плазмы, для которой учитывается распределение частиц по скоростям, ускорение начинается с частиц максвеловского хвоста, которых может быть не много. Рассмотрим детально именно такую ситуацию.

Будем считать, что плазма содержит популяции электронов, ионов, монодисперсных отрицательно заряженных пылевых частиц и нейтрального газа (см. раздел 3.1). Влияние внешних электрических и магнитных полей учитывать не будем. Для пыле-акустической моды выполняется условие [37]

$$V_{sol} \sim C_d \ll V_{Ti} \ll V_{Te}, \quad (3.11)$$

где V_{sol} – скорость солитона, C_d – пыле-акустическая скорость, $v_{Te, Ti} = \sqrt{T_{e,i}/m_{e,i}}$ – тепловые скорости электронов и ионов. На рисунке 3.5 схематически представлена анализируемая ситуация в системе координат движущихся вместе с солитоном.

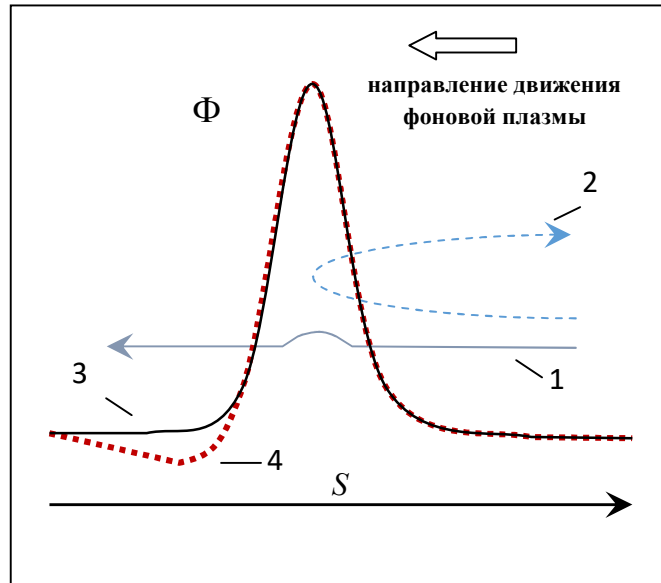


Рисунок 3.5 – Схематическое представление взаимодействия частиц с солитоном в движущейся системе координат; кривая 1 – пролетные частицы, кривая 2 – рассеянные (отраженные) частицы, 3 – классический профиль солитона, 4 – профиль затухающего солитона [38].

В такой системе все частицы дрейфуют справа налево со скоростью V_{sol} , везде кроме области локализации солитона. В соответствии с неравенством (3.11) дрейфом ионов и электронов можно пренебречь, в простейшем случае считая их распределение больцмановским. Для пылевых частиц дрейфом пренебрегать нельзя. На рисунке 3.5 траектории частицы первой группы показаны сплошной кривой (пролётные), частицы второй группы (рассеянные) – штриховой кривой. В движущейся системе координат задачу можно свести к рассеянию частиц второй группы неподвижным солитоном. В рамках одночастичного приближения (в представлении Лагранжа) задачу о движении частиц можно описать уравнением движения (глава 1):

$$m_d \frac{d^2 X}{dt^2} = F_{sol} - v_{dn} \left(\frac{dX}{dt} - V_{sol} \right), \quad (3.12)$$

где $S = x - V_{sol} \cdot t$. Здесь и далее символы S , s обозначают координату частицы в волновой системе отсчета, а символы x , X используются для фиксированной системы координат. Символ F_{sol} обозначает электрическую силу, действующая на пылевую частицу со стороны солитона. Эта сила локализована в пространстве. Диссипативная сила описывается вторым членом в правой части уравнения. (3.12), где ν_{dn} – частота пыле-нейтральных столкновений, выражаемая формулой $\nu_{dn} = 8\sqrt{2\pi}r_d^2n_nT_n/(3m_dv_{Tn})$ [28], где $r_d = \text{const}$ – радиус пылевой частицы, $v_{Tn} = \sqrt{T_n/m_n}$ — тепловая скорость нейтральных атомов газа (молекул). Мы рассматриваем нейтральную силу сопротивления как единственный механизм диссипации. Уравнение (3.12) аналогично уравнению (7) из [20], но здесь используется система координат, движущаяся с волной. Поэтому диссипативный член записан с учетом дрейфа нейтрального газа со скоростью $-V_{sol}$.

Как показано в первой главе, для поиска параметров движения заряженной частицы в рамках одночастичного приближения (т.е. для решения уравнения (3.12)) нужно знать профиль солитона. Это позволит определить силу F_{sol} . Точных самосогласованных моделей, описывающих стационарные диссипативные солитоны акустического типа, к настоящему времени не построено. Однако, ряд важных физических явлений можно описать, полагая профиль солитона классическим. Такой подход экспериментально обоснован. Обоснованность допущения о классическом профиле диссипативного солитона подтверждается теоретическими работами [6,7], где описаны диссипативные солитоны акустического типа. Указанные модели не являются стационарными, поскольку учитывают только диссипацию, но не учитывают внешних усиливающих сил. Эволюция в этом случае соответствует медленному затуханию как показано на рисунке 1.4(а). В указанных работах показано, что для слабой диссипации профиль диссипативного солитона близок к классическому ($\sim \text{sech}^2(x)$). Более точное, численное решение КдВ уравнения дает затухающий профиль показанный на рисунках 1.4(б) (см. [6]). В работе

[20], в которой впервые были открыты интересующие нас колебания, в расчетах использовался профиль, полученный в рамках классической теории. Такой подход не является самосогласованным, тем не менее, он позволил удовлетворительно описать эксперимент. Мы поступим также, но учтем давление пылевой компоненты, связанное с тепловым движением пылевых частиц. Все расчеты проведем в рамках гидродинамической модели, описанной уравнениями (1.37) – (1.42). В общем случае, в уравнение (1.39) необходимо добавить член для диссипативной силы F_{diss} и силы F_{amp} , которая компенсирует затухание волны. Источником силы F_{amp} являются внешние источники энергии. Будем считать силы F_{diss} , F_{amp} малыми и компенсирующими друг друга (в стационарном случае), поэтому мы пренебрежем ими. Далее действуя в соответствии с логикой раздела 1.3.1 сведем систему (1.37) – (1.42) к единственному уравнению Пуассона:

$$\frac{d^2\Phi}{dS^2} = -\frac{dE}{dS} = \delta_e \exp(\sigma_i\Phi) - \delta_i \exp(-\Phi) + N_d(\Phi), \quad (3.13)$$

где $E = -\partial\Phi/\partial S$ - нормированное электрическое поле. Пылевая концентрация выражается формулой:

$$N_d(\Phi) = \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}\sigma_0} \sqrt{1 + \frac{2\Phi}{M^2\sigma_1^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{2\Phi}{M^2\sigma_1^2}\right)^2 - 4\frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^4}}}, \quad (3.14)$$

где $\sigma_0 = \sqrt{3\sigma_d/M^2}$, $\sigma_1 = \sqrt{1 + \sigma_0^2}$. Подробный вывод формул (3.13), (3.14) можно найти [15,39]. Нам понадобится выражение для псевдопотенциала Сагдеева $U(\Phi)$, в виде $0.5(d\Phi/dS)^2 + U(\Phi) = 0$, где:

$$U(\Phi) = \frac{\delta_e}{\sigma_i} [1 - \exp(\sigma_i\Phi)] + \delta_i [1 - \exp(-\Phi)] - \\ - M^2 \sqrt{\sigma_0} \left(\exp\left[\frac{\theta(\Phi)}{2}\right] + \frac{1}{3} \exp\left[-\frac{3\theta(\Phi)}{2}\right] - Y \right), \quad (3.15)$$

где $\theta(\Phi) = \cosh \left[\frac{\sigma_1^2}{2\sigma_0} \left(1 + \frac{2\Phi}{M^2\sigma_1^2} \right) \right]^{-1}$, константа $Y = \exp \left[\frac{\theta(0)}{2} \right] + \frac{1}{3} \exp \left[-\frac{3\theta(0)}{2} \right]$ выбрана так, чтобы выполнялось стандартное условие $U(0) = 0$.

Нормированное электрическое поле выразим в виде:

$$E(\Phi) = \pm \sqrt{-2U(\Phi)} \quad (3.16)$$

Для солитонов малой амплитуды $|\tilde{\Phi}| \ll 1$ уравнение (3.13) имеет приближенные аналитические солитонные решения [15]. Мы будем использовать численные методы, которые позволяют получить решения произвольной амплитуды.

За основу примем параметры плазмы, приведенные в [20]: $\sigma_i=0.2$, $\sigma_d=0.02$, $\delta=\delta_i/\delta_e=10$. На рисунке 3.6 отображены профили пыли-акустических солитонов для разных значений M . Все частицы в используемой гидродинамической модели в [15, 20] являются пролетными. Строго говоря, это справедливо для холодной плазмы $\sigma_d=0$. В нашем случае теплой плазмы появятся отраженные частицы. Докажем это с использованием уравнения движения отдельных частиц (3.12), которое с учетом введённых нормировок примет вид:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{\partial \Phi(s)}{\partial s} - \Omega \left(\frac{\partial s}{\partial t} + M \right). \quad (3.17)$$

Здесь $\Omega = v_{dn}/\omega_d$. Отметим, что в уравнении движения для отдельной частицы давление учитывать не нужно. Решение (3.17) будем искать численно методом Рунге-Кутты, используя ранее найденные профили $\Phi(S)$ (см. рисунок 3.6).

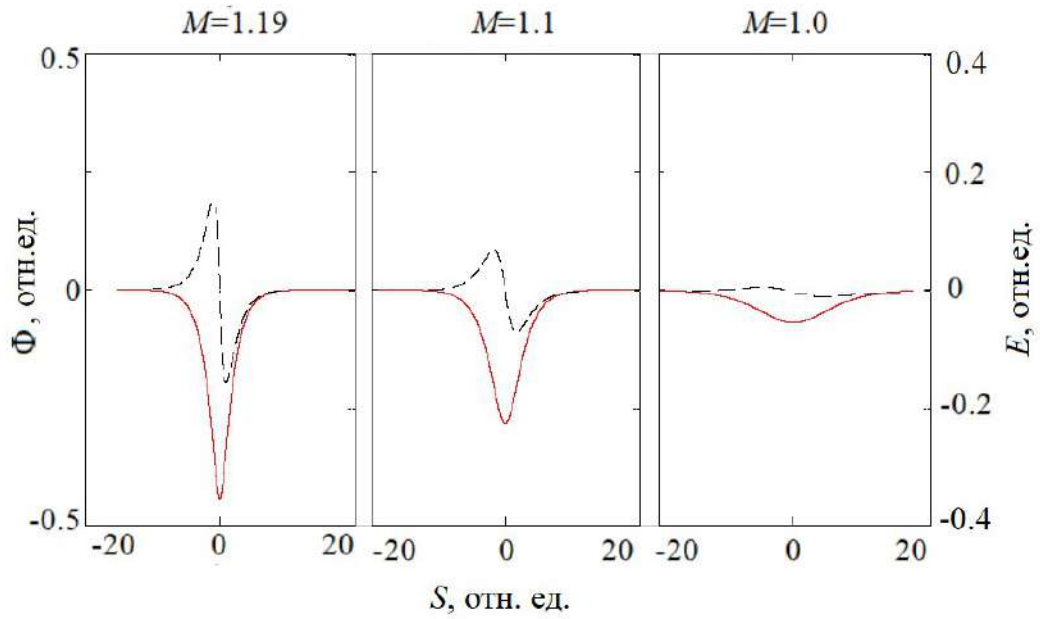


Рисунок 3.6 – Профили электрического поля $E = -\partial\Phi/\partial S$ (штриховые кривые) и электрического потенциала $\Phi(S)$ (сплошные кривые) для пыле-акустического солитона при $\sigma_i=0.2$, $\sigma_d=0.02$, $\delta=10$, для разных значений M . Слева направо $M=1.19$, $M=1.1$, $M=1.0$.

Начальное положение пробной пылевой частицы зададим справа от солитона на расстоянии $S(0)=25$ достаточно чтобы, воздействие солитона не ощущалось в начальный момент времени. В движущейся системе координат частицы налетают на солитон справа со средней скоростью $-M$. Таким образом, начальную скорость частиц будем задавать в виде $-M+\Delta$, где Δ добавка, связанная с распределением частиц по скоростям. Введение параметра Δ позволит нам учесть ненулевую кинетическую температуру для пылевой компоненты в уравнении (3.17). На рисунке 3.7 представлены зависимости $S(t)$ для частиц при разных значениях Δ и Ω . Параметр $M=1.19$ задан близко к критическому значению, при этом амплитуда солитона близка к максимальной. Для наглядности результаты показаны как в движущейся (рисунок 3.7(a)) согласно (3.17), так и в неподвижной (рисунок 3.7(б)) системах координат. В последнем случае уравнение (3.17) примет вид [20]:

$$\frac{d^2X}{d\tau^2} = \frac{\partial\Phi(X)}{\partial X} - \Omega \left(\frac{\partial X}{\partial \tau} \right). \quad (3.18)$$

Здесь учтено что $\frac{\partial}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial S}$. Графики наложены на положение солитона в пространстве, амплитуда которого отображена графиком уровней. На рисунке 3.8 отображены фазовые графики процесса рассеяния частиц передним фронтом пыле-акустического солитона.

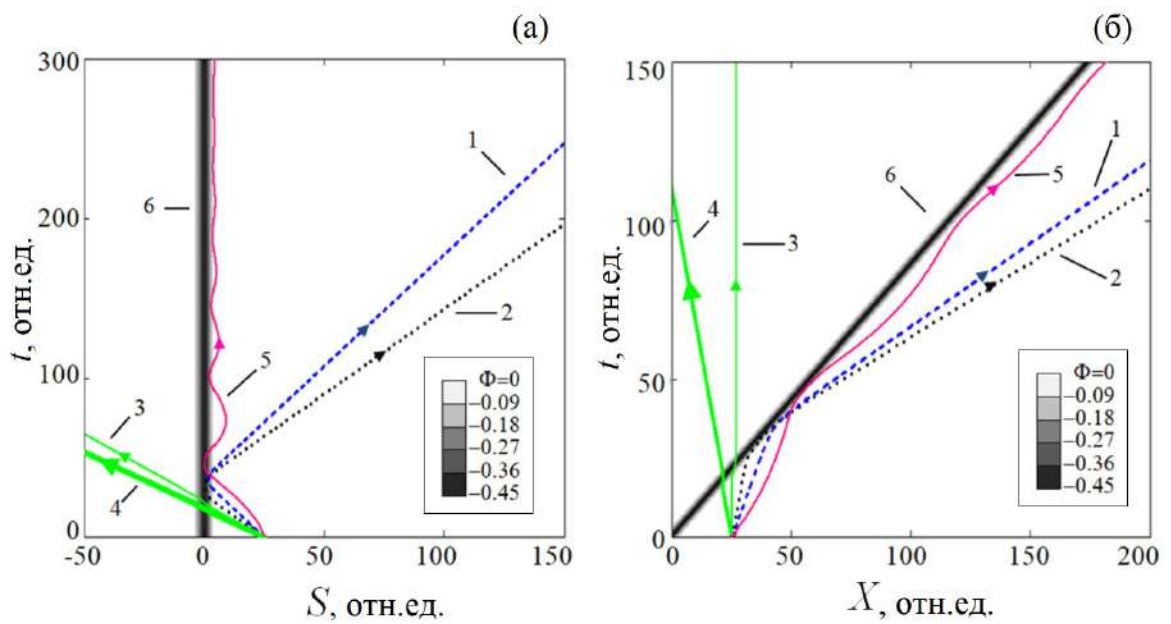


Рисунок 3.7 – Параметры движения пылевых частиц $S(t)$, $X(t)$ полученные из решения уравнений (3.17) и (3.18) для движущейся (а) и неподвижной (б) систем координат соответственно. Кривые наложены на положение солитона, потенциал которого представлен графиком уровней. Начальное положение всех частиц $X(0)=25$. Параметры Δ (отклонение от средней скорости) и Ω отличаются для разных частиц: кривая 1 - $(\Delta, \Omega)=(0.25, 0)$; кривая 2 - $(\Delta, \Omega)=(0.48, 0)$; кривая 3 - $(\Delta, \Omega)=(0, 0)$; кривая 4 - $(\Delta, \Omega)=(-0.24, 0)$; кривая 5 - $(\Delta, \Omega)=(0.96, 0.03)$; кривая 6 – положение солитона.

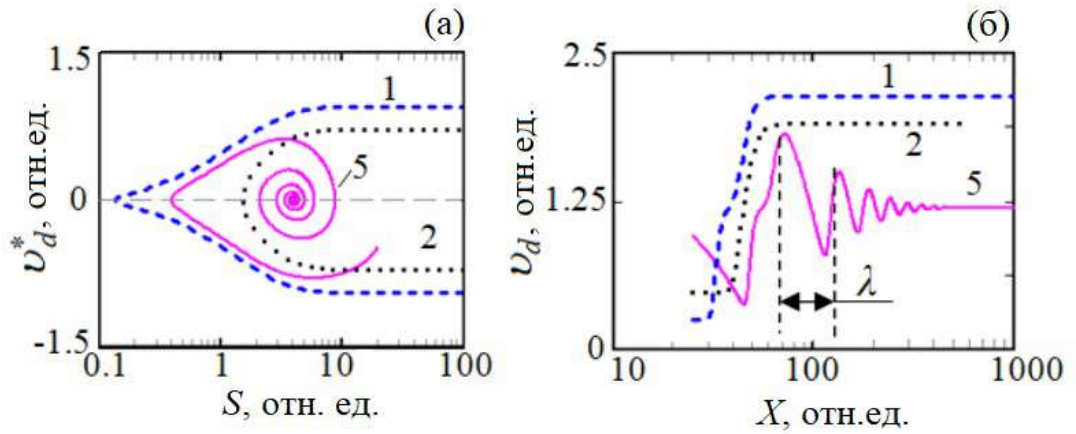


Рисунок 3.8 – Зависимости скоростей рассеянных солитоном частиц от пространственной координаты для движущейся (а) и неподвижной (б) систем координат соответственно. Такие графики принято называть фазовыми портретами. Параметры соответствуют рисунку 3.7.

3.2.1 Консервативный случай $\Omega=0$, упругое рассеяние частиц

Этому условию соответствуют частицы 1-4 на рисунках 3.7, 3.8. Частицы 1,2 являются отраженными, а частицы 3,4 – пролетными. Траектории частиц 1-4 описываются прямыми линиями (везде кроме окрестности солитона). Введем обозначения для нормированной скорости пылевой частицы: $v_d = dX/dt$ в неподвижной системе и $v_d^* = dS/dt$ в движущейся. Из закона сложения скоростей следует $v_d^* = v_d - M$. В движущейся системе величины скорости частиц до и после взаимодействия с солитоном совпадают $|v_d^*(-\infty)| = |v_d^*(\infty)|$. Это следует из анализа углов наклона траекторий к оси OX . Такой характер отражения частиц 1,2 полностью соответствует процессу *упругого* отражения (рассеяния) частиц. Равенство $|v_d^*(-\infty)| = |v_d^*(\infty)|$ для отраженных частиц 1-2 также отражено на рисунке 3.8(а). Из неё также следует, что скорость отраженных частиц меняет знак с минуса на плюс (скорость пролетных частиц остается отрицательной везде). Равенство скоростей $|v_d^*(-\infty)| = |v_d^*(\infty)|$ является следствием потенциальности электрического поля солитона везде кроме его окрестности. Следовательно, $\frac{m_d(v_d^*)^2}{2} = const$ везде кроме

окрестности солитона. Отметим интересную аналогию исследуемого явления с явлением полного внутреннего отражения. При этом траектории частиц соответствуют лучам света, а потенциал солитона – показателю преломления. И хотя аналогия является формальной, возможно она позволит формализовать и другие свойства исследуемого процесса в будущем.

В неподвижной системе начальная скорость частиц близка к нулю. Отклонение от нуля задается величиной Δ и определяется распределением Максвелла. Для докритических солитонов основная часть частиц является пролетными (частицы 3,4). Отражаются солитоном только частицы Максвеловского хвоста (частицы 1,2). Из рисунка 3.8(б) видно, что начальной скорости $v_d(0) = \Delta$ соответствует конечная скорость $v_d(\infty) = 2M - \Delta$ или $v_d(\infty) \approx 2M$ для малых Δ .

Для докритической амплитуды найдем количество отраженных частиц. Для заданных параметров солитона, отражение происходит при $\Delta \geq \Delta_{cr} = 0.25$, где переменной Δ_{cr} будем обозначать минимальное значение Δ при котором частицы начинают рассеиваться солитоном. Рассчитаем количество отраженных частиц по формуле:

$$\eta(\Delta) = \int_{\Delta \cdot C_d}^{V_{sol}} f(v) dv,$$

где $f(v) = \sqrt{\frac{m_d}{2\pi\Gamma_d}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2\Gamma_d}\right)$ - функция распределения Максвелла.

Полученная формула с учетом принятых нормировок примет вид:

$$\eta(\Delta) = \int_{\Delta}^M f(v_d) dv_d, \quad (3.19)$$

где $f(v_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d}} \exp\left(-\frac{v_d^2}{2\sigma_d}\right)$. Для удобства уравнение (3.19) записано в неподвижной системе. В качестве верхнего предела интегрирования выбрана скорость солитона, поскольку частицы с большими скоростями не будут

отражаться от переднего фронта волны. Отметим, что при $\sigma_d \ll 1$ таких частиц исчезающе мало, поэтому с большой точностью можно использовать $+\infty$ в качестве верхнего предела интегрирования. Для рассматриваемого случая $\Delta_{cr}=0.25$, тогда $\eta_{cr}=\eta(\Delta_{cr})=0.037$. Другими словами примерно 4% частиц испытывают упругое отражение от переднего фронта солитона при заданных параметрах. Появление таких частиц ведет к формированию многопоточности. Такие частицы ускоряются за счет энергии солитона. Однако, в большинстве гидродинамических моделей их влиянием пренебрегают.

На рисунке 3.9 представлены графики $f(v_d)$, а также зависимости $\eta(\tilde{\Phi})$ для разных значений параметра Ω .

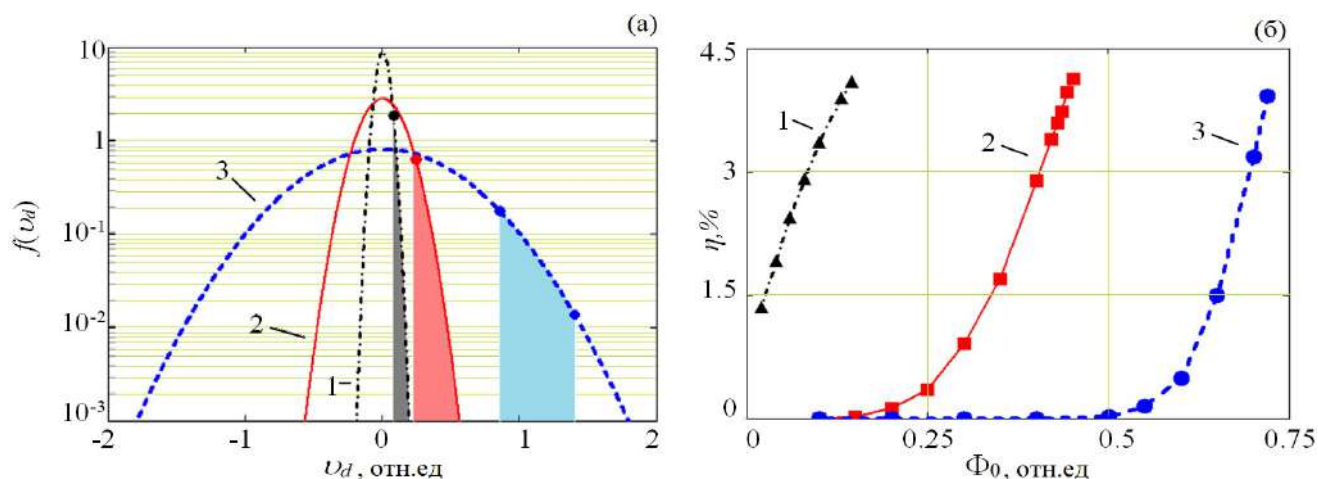


Рисунок 3.9 – (а) функции распределения для пылевой компоненты. Закрашенные области соответствуют отраженным (рассеянным) частицам; (б) зависимости $\eta(\tilde{\Phi})$. Графики приведены для разных значений σ_d : кривые 1 – $\sigma_d=0.24$; кривые 2 – $\sigma_d=0.02$; кривые 3 – $\sigma_d=0.002$.

Как показано на рисунке 3.9(а), с ростом параметра σ_d график $f(v_d)$ уширяется и следовало бы ожидать увеличения доли отраженных частиц. Однако, как показано в [15,39] рост σ_d ведет к уменьшению $\tilde{\Phi}$. Практически рассеянные частицы следует учитывать только для околоскритических солитонов. Ситуация меняется когда амплитуда становится сверхкритической

[20]. Для сверхкритических нелинейных волн и солитонов отраженных частиц становится много ($\Delta_{cr} \sim 0$), что приводит к его распаду. Как показано выше, скорость отраженных частиц в неподвижной системе равна $v_d(\infty) = 2M - \Delta$. При $\Delta=0$ получим $v_d(\infty) = 2M$. Это значит, что в случае упругого отражения частиц от сверхкритического солитона (или нелинейной волны) скорость частиц станет равна удвоенной скорости волны. Этот результат был получен теоретически в [20]. Важно, что эта скорость отражения не зависит ни от амплитуды солитона, ни от формы его профиля. Главное чтобы солитон был сверхкритическим. Эта закономерность является следствием потенциальности электрического поля.

3.2.2 Диссипативный случай $\Omega \neq 0$, неупругое рассеяние частиц

В бездиссипативном случае отраженные частицы быстро покидают окрестность солитона, упруго рассеиваясь его передним фронтом. При наличии трения характер отражения частиц существенно изменяется (пролетные частицы мы рассматривать не будем). Как видно из рисунков 3.7(а), 3.8(а), в движущейся системе процесс отражения частицы 5 от переднего фронта носит характер затухающих колебаний. Теперь отраженные частицы не улетают на бесконечность, а через некоторое время «прилипают» к переднему фронту волны. Такой процесс аналогичен *абсолютно неупругому* рассеянию (или аккомодации). В неподвижной системе установившаяся скорость таких частиц стремится к скорости солитона [20], в движущейся системе она стремится к нулю. Кроме того, как видно из рисунка 3.8(б), в неподвижной системе для колеблющихся частиц появляется длина волны λ . Следовательно, колебательный процесс приобретает волновые свойства. Для указанных на рисунке 3.6 параметров мы имеем $\lambda=63$, при этом период колебаний составляет $T=53$. Тогда фазовая скорость колебаний $V_{ph}=\lambda/T=1.19$ (все величины приведены в нормированном виде). Очевидно, что фазовая скорость совпадает со скоростью солитона $V_{ph}=M$. В экспериментальной работе [24] исследуемые

частицы получили название *аномально захваченных*. В работе [15] показано, что отрицательный потенциал пыле-акустических солитонов является потенциальной ямой для захваченных положительных ионов. Солитон является потенциальным горбом для отрицательно заряженных пылевых частиц, механизм захвата в таком случае иной. Он обусловлен диссипативными силами [22,24,38]. Рассмотрим процесс захвата в движущейся системе. Сила трения в ней имеет вид $F_{dis} = \Omega \left(\frac{\partial X}{\partial t} - M \right)$. В невозмущенном состоянии частицы дрейфуют слева направо со скоростью $\frac{\partial X}{\partial t} = M$, при этом $F_{dis} = 0$. Взаимодействие с солитоном приводит к флуктуации скорости частиц. При этом возникает сила трения $F_{dis} \neq 0$, которая стремится восстановить невозмущенное значение скорости частиц. Т.е. солитон пытается отразить налетающую слева частицу, но сила трения будет ускорять ее в исходном направлении движения (справа налево). Возникают колебания, причем сила трения стремится прижать частицы к солитону, который в свою очередь, их отталкивает. Т.е. для захвата частиц движение потенциального горба и ненулевое трение являются обязательными условиями. В дальнейшем будем называть такой захват *динамическим захватом*. Механизм захвата теоретически описан в [22,24,38] в оригинальных моделях. Колебания, сопровождающие процесс захвата впервые описаны в [20] при исследовании распада солитонов.

3.3 Новый колебательный процесс в плазме

3.3.1 Численное моделирование

Перейдем к анализу свойств нового колебательного процесса. На рисунке 3.10 представлены зависимости $S(t)$ и $v_d^*(t)$ для разных значений Ω . Из рисунков 3.7, 3.8. видно, что частота колебаний ν растет с ростом Ω (впервые это показано в [20]). Стоит отметить (на рисунке не показано), что ν слабо зависит от других параметров σ_i , σ_d , δ и практически не зависит от Δ .

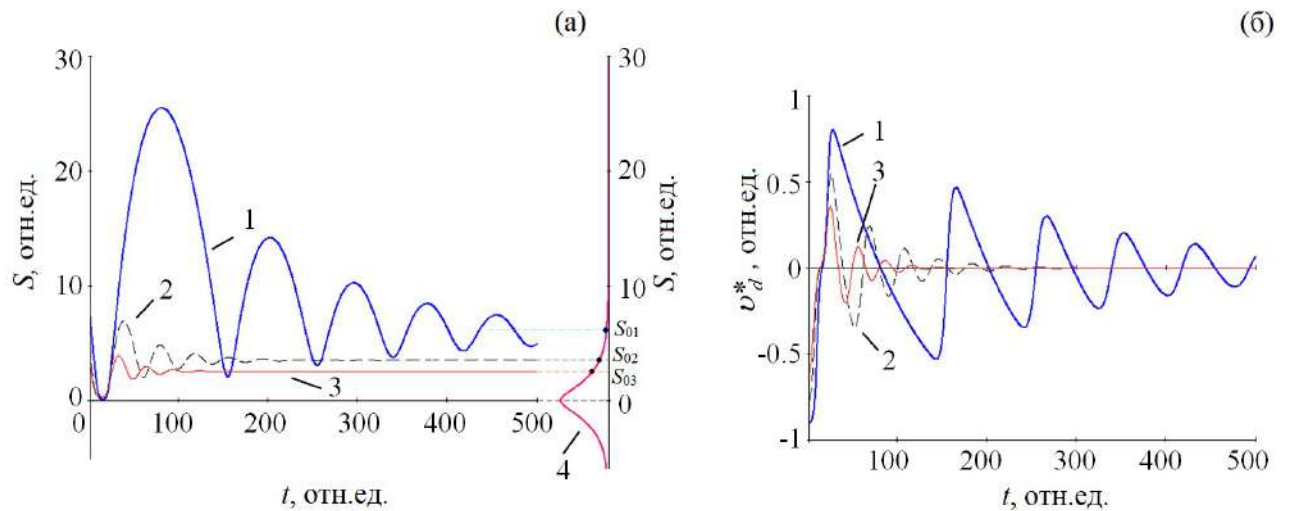


Рисунок 3.10 - (а) временные зависимости координат S ; (б) временные зависимости скоростей $v_d^* = dS/dt$ для пылевых частиц в движущейся системе при разных значений Ω : кривая 1 - $\Omega=0.01$; кривая 2 - $\Omega=0.04$; кривая 3 - $\Omega=0.07$. Кривая 4 соответствует профилю солитона $\Phi(S)$, график которого совмещен с графиком $S(t)$ на левом рисунке. Параметры плазмы соответствуют рисунку 3.6 при $M=1.19$. На профиль солитона нанесены точки равновесия для колебательного процесса $S_{01} - S_{03}$.

Спектры колебаний отображены на рисунке 3.11. На спектрах отчетливо видны 2 и 3 гармоники, что свидетельствует об их нелинейности. По мере затухания процесс линеаризуется, как будет показано ниже, его можно описать в линейном приближении. Асимптотические положения частиц при $t \rightarrow \infty$ обозначены как S_{01} , S_{02} , S_{03} для $\Omega=0.01$, 0.04 и 0.07 соответственно. Эти точки являются положениями равновесия для колеблющихся частиц.

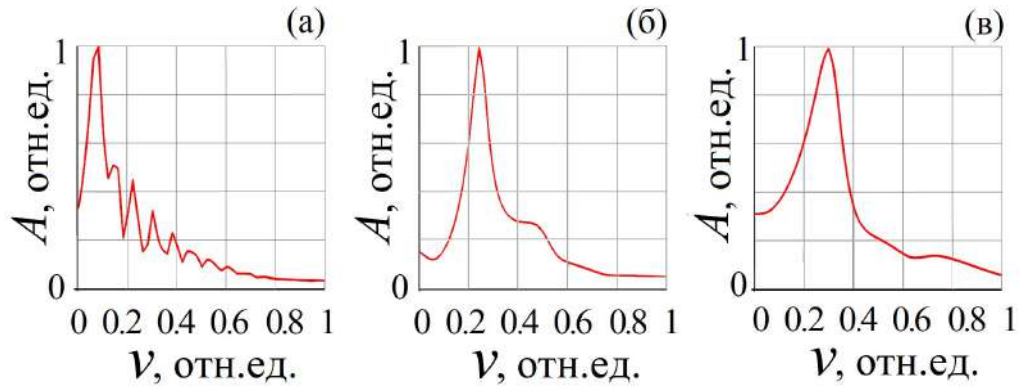


Рисунок 3.11 - Спектры колебаний пылевой частицы при рассеянии ее фронтом диссипативного пыле-акустического солитона (спектры построены для зависимости $v_d^*(t)$): (а) $\Omega=0.01$; (б) $\Omega=0.04$; (в) $\Omega=0.07$.

Как видно из рисунка 3.10(а), точки $S_{01} - S_{03}$ находятся внутри солитона на его переднем фронте, а их положение зависит от Ω . В движущейся системе после релаксации колебаний $S=S_0$, $dS/dt=0$, $d^2S/dt^2=0$. Тогда из уравнения (3.17) можно получить условие точки равновесия:

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial S} \equiv E = -\Omega M. \quad (3.20)$$

Условие (3.20) в общем случае (для частиц любого знака) можно записать в виде $|E| = \Omega M$. Для стационарного удержания захваченных частиц достаточно равенства (3.20). Но для захвата частиц электрическое поле должно быть сильнее $|E| > \Omega M$, ведь в этом случае нужно погасить скорость налетающей частицы. Если выполняется условие $\tilde{E} < \Omega M$, где \tilde{E} амплитуда электрического поля солитона, то волна не сможет удерживать пылевые частицы, увлекаемые силой трения. В этом случае динамический захват невозможен. Профили солитона и график $E(\Phi)$ представлены на рисунке 3.12, на графиках отображены точки равновесия S_0 .

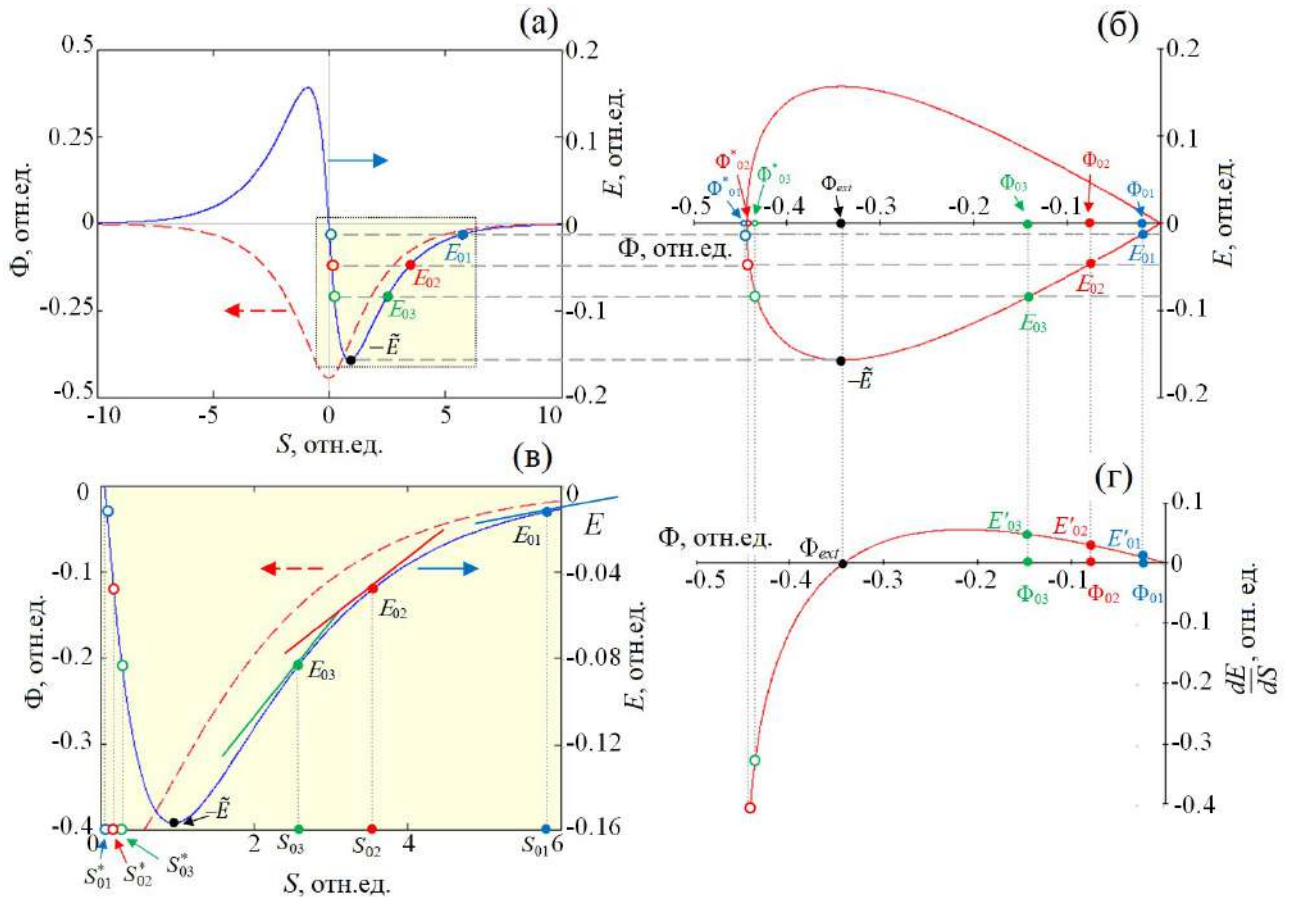


Рисунок 3.12 - Связь между параметрами колебаний и характеристиками солитона при различных значениях Ω . Параметры с индексами "01", "02", "03" соответствуют значениям $\Omega = 0.01$, $\Omega = 0.04$, $\Omega = 0.07$. (а), (в) Профили солитона $\Phi(S)$ и $E(S)$ при $\sigma_i = 0.2$, $\sigma_d = 0.02$, $\delta = 10$, $M = 1,19$; (б) фазовый портрет солитона, т.е. зависимость $E(\Phi)$; (г) зависимость $E'(\Phi)$, где $E' = dE/dS$.

Из рисунка 3.12 видно, что все точки S_0 лежат в области положительного градиента электрического поля. При этом условие (3.20) выполняется и для точек S'_0 . Однако, равновесие для них является неустойчивым, поскольку бесконечно малая флуктуация может отклонить частицу влево где $|E| < \Omega M$. Полученное условие для градиента поля можно записать в виде:

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} > 0. \quad (3.21)$$

Найдем параметры точек равновесия. Аналитические выражения для $\frac{\partial E}{\partial S}$ и $E(\Phi)$ заданы формулами (1.43) и (3.16). Точкам $S=S_0$ соответствует электрическое поле

$$E_0 = -\Omega M. \quad (3.22)$$

Соответствующий потенциал Φ_0 можно найти из алгебраического уравнения (3.16):

$$E_0 - \sqrt{-2U(\Phi_0)} = 0 \quad (3.23)$$

Корни Φ_0 и Φ_0^* отмечены на рисунке 3.12(б), который является фазовым графиком. Условию (3.21) удовлетворяет ближайший к нулю корень Φ_0 . Уравнение (3.23) представляет собой неявную функцию $\Phi(E)$. Выразить Φ_0 в явном виде из уравнения (3.23) нам не удалось, однако это легко сделать численно или графически. Зная E_0 , Φ_0 можно рассчитать положения S_0 , поскольку профили $E(\Phi)$, $\Phi(S)$ нам известны (рисунок 3.12(а)). Очевидно, что с ростом Ω , величина S_0 уменьшается $S_{01} > S_{02} > S_{03}$. Это значит, что точка равновесия S_0 приближается к центру солитона с ростом уровня диссипации. Минимально возможное значение $S_0 = S_{0cr}$ соответствует амплитуде электрического поля \tilde{E} , как показано на рисунках 3.12(а,б). При $S_0 < S_{0cr}$, условие (3.21) перестает выполняться. Поэтому для любого заданного солитона существует предельное значение Ω_{cr} , такое, что при $\Omega > \Omega_{cr}$ захват частиц становится невозможным. Для случая, представленного на рисунке 3.12, $|E_{max}| = -0.157$ и, следовательно, $\Omega_{cr} = \tilde{E}/M = 0.132$ в соответствии с (3.22). Амплитуду электрического поля \tilde{E} можно найти из (3.16) по правилу поиска экстремума функции: $\tilde{E} = \sqrt{-2U(\Phi_{ext})}$, где Φ_{ext} является корнем уравнения $\frac{\partial E}{\partial \Phi} = -\frac{\partial}{\partial \Phi} \sqrt{-2U(\Phi)} = 0$. Знак «-» соответствует переднему фронту солитона,

где элетрическое поле отрицательное. Полученное уравнение можно записать в виде

$$\frac{1}{\sqrt{-2U(\Phi)}} \frac{\partial}{\partial \Phi} U(\Phi) = 0.$$

Учитывая выражение (3.16), а также то, что $\frac{\partial}{\partial \Phi} U(\Phi) = \delta_e \exp(\sigma_i \Phi) - \delta_i \exp(-\Phi) + N_d(\Phi)$, получим

$$\frac{\delta_e \exp(\sigma_i \Phi) - \delta_i \exp(-\Phi) + N_d(\Phi)}{E(\Phi)} = 0.$$

Для выполнения поученного равенства достаточно чтобы числитель был равен нулю. Тогда окончательное уравнение для Φ_{ext} примет вид

$$\delta_e \exp(\sigma_i \Phi_{ext}) - \delta_i \exp(-\Phi_{ext}) + N_d(\Phi_{ext}) = 0. \quad (3.24)$$

Аналитического решения уравнения (3/24) нами не найдено, но это легко сделать численно или графически. Положение точек E_0 , S_0 , Φ_0 , \tilde{E} отображено на рисунках 3.12(а-в). С учетом выражения (1.43), уравнение (3.24) можно переписать в виде $\frac{\partial E}{\partial \xi} = E' = 0$. На рисунке 3.12(г) отображена функция $E'(\Phi)$ и ее корень Φ_{ext} .

Как упоминалось выше, чем больше Ω , тем ближе S_0 к центру солитона, и тем меньше возможная амплитуда колебаний (рисунок 3.11), поскольку захваченные частицы не могут попадать в область заднего фронта солитона. Действительно, электрическое поле в заднем фронте солитона становится положительным (см. рисунки 3.6, 3.12(а)), теперь оно толкает частицу влево и частица становится пролётной. Таким образом, каким бы не был задний фронт (см. рисунок 3.5), он не будет влиять на рассеяние и захват частиц.

Прикладное значение формул (3.20) - (3.24) заключается в возможности оценки электрического поля нелинейных волн если установлен факт динамического захвата и известна величина Ω . С другой стороны если известны параметры волны, то можно оценить величину диссипации Ω . Мы вернемся к этому вопросу в разделе 3.2.2. Формулы (3.20) - (3.24) позволяют рассчитать параметрические области, где возможен динамический захват частиц и, следовательно, колебательный процесс.

3.3.2 Новый колебательный процесс в плазме, линейное приближение

Рассматриваемые нами явления являются нелинейными. Тем не менее, колебания частиц по мере затухания начинают проявлять линейные свойства. Рассмотрим сначала движущуюся систему. На рисунке 3.11 положение частицы можно приблизительно описать выражением $S = \tilde{S} \exp [i(\omega_0 - i\gamma)t]$, где \tilde{S} , ω_0 , γ – начальная амплитуда, частота и декремент колебаний соответственно. Будем считать, что частица колеблется около положения равновесия S_0 с небольшой амплитудой. Воспользуемся разложением в ряд для электрического поля:

$$E(S) = E(S_0) + E'(S_0)(S - S_0)$$

или

$$E(S) = E'(S_0)S + A \tag{3.25}$$

Где $E(S_0) = E_0$, $E'(S_0) = \frac{dE}{dS} |_{S=S_0}$. Обозначим $E'(S_0) = E'_0$. Константа A задается выражением $A = E_0 - E'_0 S_0$. Очевидно, что $E'_0 = E'(\Phi_0)$. В свою очередь зависимость $E'(\Phi)$ задана в явном виде уравнением (3.13) и отображена на рисунке 3.12(г). Как показано выше, величина Φ_0 может быть определена из уравнения (3.23) численно или графически. Легко заметить, что выражения (3.24) описывают касательные к профилю электрического поля в

точках $S = S_0$, как показано на рисунке 3.12(а). Теперь уравнение (3.18) с учетом равенства $\frac{d\Phi}{dS} = -E$ примет вид:

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -\Omega \frac{\partial S}{\partial t} - E'_0 S + B, \quad (3.26)$$

где $B = -\Omega M - A$ или $B = E'_0 S_0$ с учетом (3.22). Уравнение (3.26) описывает линейный затухающий осциллятор. Для слабодиссипативного случая $\Omega < 2\sqrt{E'_0}$ решения (3.26) можно записать в виде:

$$S(t) = \tilde{S} \exp(-\gamma t) \sin[\omega t + \varphi] + S_0,$$

или (3.27)

$$S(t) = \tilde{S} \exp[i(\omega + i\gamma)t] + S_0,$$

где

$$\omega = \sqrt{E'_0 - \Omega^2/4}, \quad \gamma = \Omega/2. \quad (3.28)$$

Из анализа формулы (3.28) следует, что частота и декремент зависят только от параметра Ω и от величины E'_0 . Первый параметр задан, второй можно найти из уравнений (3.13), (3.16), (3.22) следующим образом. Из уравнения (3.22) определяем E_0 . Далее подставляем полученное значение в уравнение (3.16) и находим значение Φ_0 . В соответствии с условием (3.21) нужно использовать ближайший к нулю значение s (см. рисунок 3.12(б)). Окончательно, из уравнения (3.13) определяем $E'_0 = E'(\Phi_0)$. Уравнение (3.16) является трансцендентным, его решение в явном виде нами не найдено. Для расчета мы использовали графический метод (рисунок 3.12), также использовали простые численные методы. Важно отметить, что для расчета E'_0 нет необходимости находить профиль солитона, который для больших

амплитуд требует применения численных методов решения дифференциального уравнения (3.15). Профиль солитона нужен лишь для расчета S .

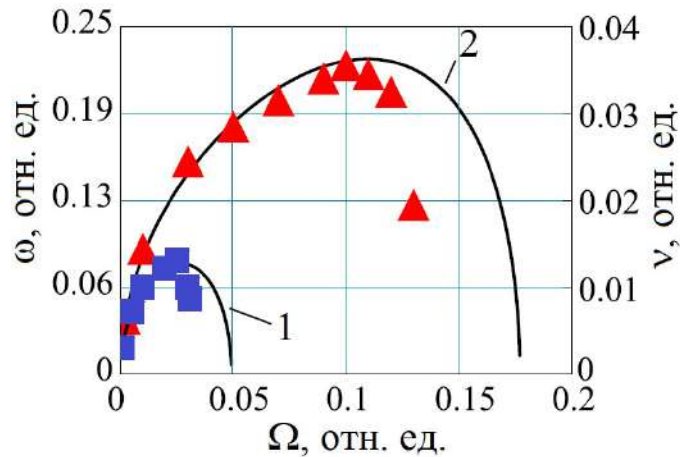


Рисунок 3.13 – Зависимости $\omega(\Omega)$, $v(\Omega)$ полученные численно (сплошная кривая) и в линейном приближении (треугольники, квадраты). Кривая 1 – $M=1.05$; кривая 2 – $M=1.19$.

На рисунке 3.13 представлена зависимость $\omega(\Omega)$ рассчитанная по формуле (3.28) в сравнении с численными расчетами. Различие результатов незначительное и связано с тем, что численные расчеты учитывают нелинейность колебаний.

Исследуемый процесс является колебательным, но не волновым, поскольку описывает движение одной частицы, являющейся осциллятором. При анализе ансамбля частиц следует ожидать появления волновых свойств исследуемого колебательного процесса, что является темой последующих работ.

Выводы к главе 3

Свойства слабодиссипативных пыле-акустических солитонов проанализированы на основе гидродинамического и одночастичного приближения. Обнаружены существенные различия свойств диссипативных и консервативных солитонов. Рассчитаны важные микродинамические параметры, такие как траектории, фазовые траектории и скорость дрейфа пылевых частиц, взаимодействующих с группой солитонов. Показано, солитоны в каскаде могут быть связаны посредством диссипации. Кроме того показано, что диссипативные солитоны существенно сильнее влияют на окружающую среду по сравнению с консервативными солитонами. Проанализированы процессы тепловыделения, определяющие производство энтропии. Выявлена роль диссипации в упорядочении траекторий заряженных частиц. Полученные результаты свидетельствуют о том, что диссипативные солитоны обладают такими свойствами диссипативных структур [32,33], как упорядоченность, производство энтропии и др.

Теоретически описан процесс отражения (рассеяния) заряженных частиц передним фронтом пыле-акустического солитона. Показано, что рассеяние является упругим в консервативном (бесстолкновительном) случае и абсолютно неупругим – при наличии диссипации. В первом случае скорость отраженных частиц близка к удвоенной скорости волны, что наблюдалось в экспериментах [36]. Во втором случае скорость отраженных частиц примерно равна скорости волны; частицы как бы "прилипают" к переднему фронту солитона или нелинейной волны. Такой тип рассеяния наблюдался в экспериментах [20,22,24]. Во втором случае движение заряженных частиц может быть колебательным. Проведен анализ этих колебаний. Рассчитаны спектры, декременты и другие параметры. В частности, установлено, что колебательный процесс является низкочастотным: $\omega \ll \omega_d$.

Дальнейшее развитие теории диссипативных солитонов может включать создание самосогласованных моделей, учитывающих механизмы усиления компенсации релаксационных процессов. Эти механизмы должны носить

коллективный характер, т.е. воздействовать на волну в целом, а не на отдельные частицы (как это происходит с силой вязкости). Учет усиления позволит более точно описать механизм преобразования энергии внешних источников в тепло, рассчитать производство энтропии и т. д. Строгие модели позволят внести коррективы в профиль солитона.

В третьей главе изложены следующие новые результаты, которые будут включены в перечень защищаемых положений:

- Проанализированы микродинамические и термодинамические свойства диссипативных пыле-акустических солитонов. В частности, исследованы траектории и фазовые траектории заряженных пылевых частиц в окрестности солитонов. Определена роль диссипации в упорядочивании траекторий заряженных частиц. Построена модель для расчета величины тепловыделения, связанного с движением диссипативных пыле-акустических солитонов. Результаты будут полезны при анализе энергетического баланса автоволновых процессов в плазме.
- Теоретически предсказан новый колебательный процесс, возбуждаемый диссипативными солитонами в пылевой плазме. Механизм колебательного процесса связан с электростатическим взаимодействием пылевых заряженных частиц с передним фронтом диссипативного пыле-акустического солитона. Предложена концепция упругого и неупругого рассеяния заряженных пылевых частиц передним фронтом пыле-акустических солитонов. Результаты будут использованы для развития методов плазменной диагностики.

ГЛАВА 4. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Данная глава посвящена прикладным аспектам диссертационной работы. В частности, она содержит примеры интерпретации экспериментальных данных по исследованию плазменных волновых явлений на основе теоретических результатов изложенных выше.

4.1 Ускорение заряженных частиц диссипативным пыле-акустическим солитоном

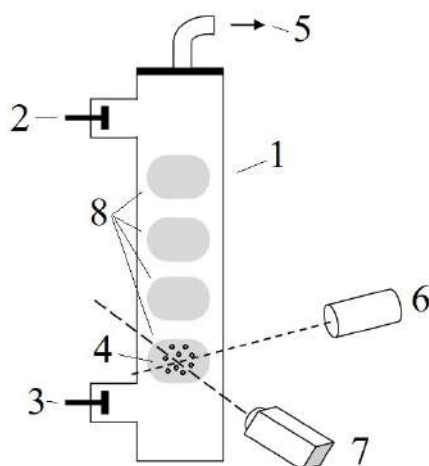
В данном разделе работы, представлено детальное исследование эволюции пыле-акустического солитона в ограниченном пылевом облаке в тлеющем разряде низкого давления [1,2]. Определены пространственные и временные масштабы процесса эволюции, а также параметры потока заряженных пылевых частиц, возникающих в результате появления многопотоквого движения пылевой фракции. Использование в качестве объекта исследований пылевой плазмы обусловлено возможностью проводить экспериментальные исследования на кинетическом уровне с использованием простых оптических приборов

4.1.1 Экспериментальная установка и результаты наблюдений

Исследования проводились в тлеющем разряде низкого давления, сформированного в вертикальной трубке длиной 80 см и диаметром 4 см. В качестве буферного газа использовался неон, давление которого менялось в диапазоне 0.08-0.125 Тор, при токе 0.6 мА. Для обеспечения заданного давления и состава буферного газа осуществлялась непрерывная прокачка газоразрядной трубки неоном высокой чистоты. В качестве пылевого материала использовались частицы меламин-формальдегида диаметром $d_p = 4.25 \pm 0.09$

мкм, которые инжектировались в разряд из расположенного сверху контейнера. Наблюдения проводились в пылевом облаке, сформированном в нижней страте. Для подсветки использовался лазерный нож на основе твердотельного лазера 532 нм, мощностью 0.1 W. Ширина ножа составляла ~ 200 мкм. Эти и другие параметры разряда приведены в таблице 4.1, а схема экспериментальной установки отображена на рисунке 4.1.

При давлении 0.125 Тор пылевая структура имела ярко выраженную кристаллическую структуру, что по-видимому, связано с действием силы трения, уменьшающей кинетическую энергию частиц. С понижением давления (и сил трения) наблюдался плавный переход к жидкой фазе. И хотя волны и колебания низкой частоты (~ 10 Гц) наблюдались во всем диапазоне давлений, в предлагаемой работе мы подробно остановимся на волнах в жидкой фазе. Главная причина такого выбора заключается в том, что модели описывающие такие солитоны являются более общими и подходят, с точностью до нормировок, для описания ионно- и электронно-акустических солитонов.



1 – разрядная трубка, 2 – анод, 3 – катод, 4 – плазменно-пылевая структура, 5 – откачка, 6 – лазер подсветки, 7 – высокоскоростная видео камера, 8 – страты тлеющего разряда постоянного тока

Рисунок 4.1 – Схема экспериментальной установки с тлеющим разрядом постоянного тока [1,2].

Таблица 4.1 - Основные параметры плазмы

Давление буферного газа	$P_{Ne} = 0.11$ Торр
Ток разряда	$I = 0.6$ мА
Напряжение разряда	$U = 1.27$ кВ
Концентрация буферного газа	$n_a = 3.5 \times 10^{15}$ см ⁻³
Концентрация электронов	$n_{eI} = 1.5 \times 10^8$ см ⁻³
Концентрация ионов	$n_i = 4.5 \times 10^8$ см ⁻³
Концентрация пыли	$n_{od} = 3.7 \cdot 10^4$ см ⁻³
Развертки	$f = 500$ с ⁻¹
Размер пикселя	$h = 12.7$ мкм
Разрешение видеокамеры	$h = 12.7$ μм
Мощность лазерной подсветки	$W = 0.1$ мВт
Температура буферного газа (стенок разрядной трубки)	$T_a \approx 300$ К (0.03 Эв)
Температура электронов (согласно [3,4])	$T_{eI} \approx 6 \cdot 10^4$ К (6 Эв)
Температура ионов (согласно [5,6])	$T_i \approx 1000$ К (0.1 Эв)
Радиус экранирования	$\lambda_D \approx \lambda_{Di} = 100$ мкм
Пыле-акустическая скорость	$C_d = 3.4$ см/с
Радиус пылевых частиц	$r_d = 2.13 \pm 0.09$ мкм
Масса пылевых частиц	$m_d = 5 \cdot 10^{-11}$ г
Заряд пылевых частиц	$Z = 8 \cdot 10^3$
Межчастичное расстояние	$L \approx 300$ мкм
Напряжённость электрического поля	$E \sim 5$ В/см
Приведённая напряжённость электрического поля	$E/N \sim 100$ Тд

На рисунке 4.2 приведены отдельные фазы формирования и распада пыле-акустического солитона, соответствующее видео можно найти в [1]. Анализируемый колебательный процесс повторялся с периодом ~ 0.08 с.

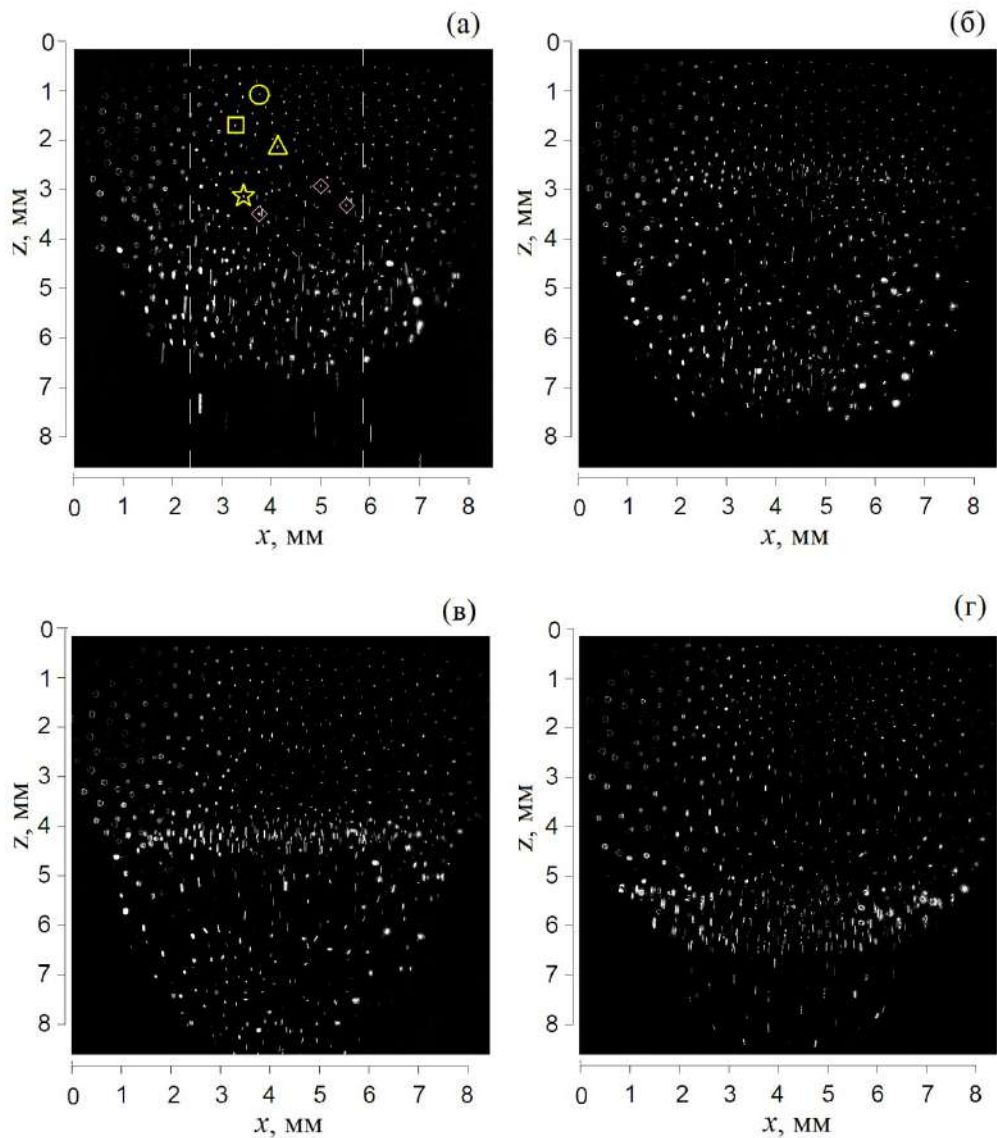


Рисунок 4.2 - Этапы эволюции пыле-акустического солитона; (а) $t=0$; (б) $t = 26$ мс; (в) $t=52$ мс; (г) $t=78$ мс. На панели (а) символы "○" соответствуют частице №1, "□" - частице №2, "△" - частице №3, "☆" - частице №4, "◇" - соответствуют группе частиц №5, вертикальные пунктирные линии обозначают анализируемую область [1,2].

Из рисунка 4.2 видно, что пыле-акустический солитон, практически плоский, формируется в верхней части облака, усиливается при движении вниз и распадается в нижней части облака. Сглаженные профили концентрации пыли соответствующие рисунку 4.2 приведены на рисунке 4.3. Скорость

солитона составляет $V_{sol} \sim 6.5$ см/с, что хорошо согласуется со значением пыле-акустической скорости (таблица 4.1) с учётом сверхзвукового движения волны.

На первый взгляд (рисунки 4.2 и 4.3) может показаться, что мы имеем дело с солитоном сжатия, который большую часть времени является стационарным. Однако анализ динамики пылевых частиц показал, что с солитоном за время жизни происходят весьма драматические события, приводящие к его разрушению и возникновению многопоточности.

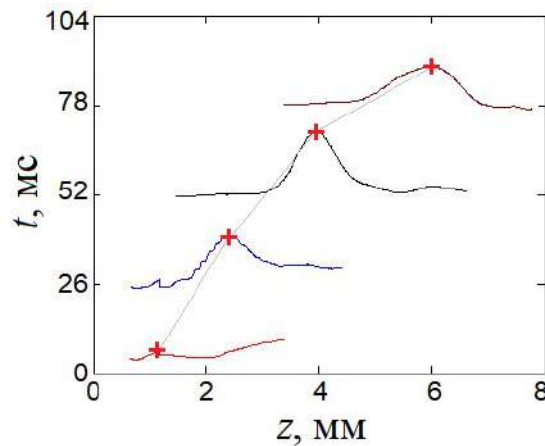


Рисунок 4.3 - Профили концентрации пыли в различные моменты времени [1].

Положение и скорости частиц, отмеченных на рисунке 4.2(а) символами "□", "△", "☆", "◇", определённые путём покадрового анализа отображены на рисунке 4.4. Стоит отметить, что динамика выбранных частиц отражает динамику большинства частиц из соответствующего горизонтального слоя, в околоосевой области $2.5 < x < 6$, где солитон можно считать плоским.

Всё пылевое облако можно разделить на три области в вертикальном направлении:

1. Область формирования солитона $0 < z < 3$ мм;
2. Область возникновения многопоточности 3 мм $< z < 3.3$ мм;
3. Область существования остатка солитона 3.3 мм $< z < 8$ мм;

Рассмотрим указанные области подробнее.

1) Как видно, при $z \leq 3$ мм движение частиц является финитным (частицы №1, №2, №3), и носит периодический характер, подобная ситуация рассматривалась в работах [1,2,7-9]. В частности, было показано, что колебания частиц происходят за счет резонансного взаимодействия с самовозбуждающейся пыле-акустической волной. Амплитуда колебаний увеличивается с увеличением амплитуды волны и нелинейным увеличением крутизны профиля волны [8]. Максимальная скорость колеблющихся частиц стремится к фазовой скорости волны, а профиль концентрации пыли становится более крутым, достигая минимальной ширины и приобретая солитоноподобную форму (жирная кривая на рисунке 1(с) из [8]). В [8] для оценки параметров волнового процесса использовалась Лагранжево-Эйлера модель [10]. В рамках солитонной концепции нелинейная стадия подобного явления обсуждалась в [2]. В частности, в [2] экспериментально и теоретически показано, что частицы движутся вниз единым фронтом под действием солитона. Величина их смещения оценивается в единицы и десятки дебаевских радиусов λ_D . Обратное движение (вверх), как считалось, быть вызвано внешними силами, стремящимися восстановить ненарушенную форму пылевого облака. К ним относятся гравитация, электрическая сила, силы трения и ионного сопротивления.

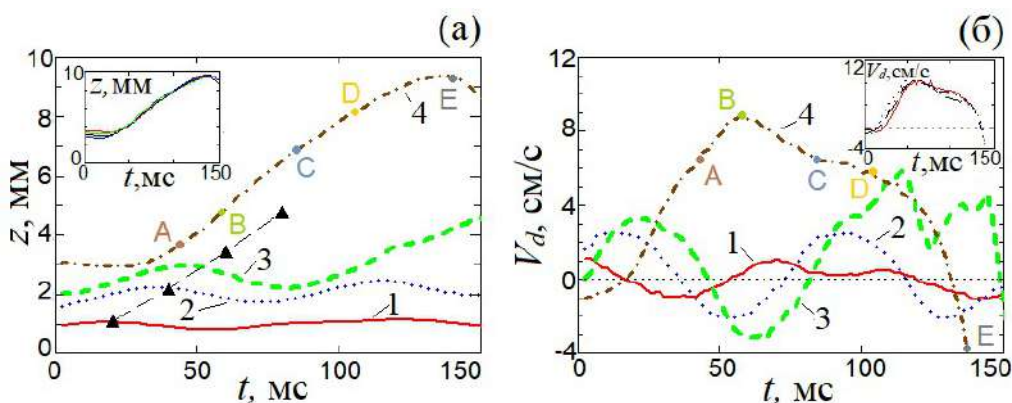


Рисунок 4.4 - Параметры движения выбранных частиц: (а) зависимость координаты z от времени; (б) зависимость продольных скоростей частиц от времени. На вставках представлены траектории и скорости других частиц из области разрушения солитона. Это частицы группы №5, обозначенные символами "◇" на рисунке 4.2(а) [1].

2) При $z \approx 3$ мм амплитуда солитона достигает критического значения, и пылевые частицы под действием поля солитона приобретают скорость, примерно равную скорости солитона (см. рисунок 4.4, частица №4). Такие частицы ускоряются фронтом солитона и движутся вместе с ним к нижнему краю пылевого облака. Развивается многопоточное течение, что теоретически [11] снижает энергию волны. Этот процесс называется распадом солитона [11] или нелинейной волны [1,8,12]. В экспериментах по исследованию сильной электронной плазменной волны [11] это явление приводило к генерации потока ускоренных электронов, который регистрировался сеточным анализатором. Ускоренные электроны приобретали скорость примерно вдвое большую чем фазовая скорость волны. В пылевой плазме ускорение частиц можно наблюдать непосредственно. Пылевые частицы, ускоренные распадающейся волной, наблюдались также в [7] (см. рисунки 4(a) и 4(b)) и в [8] (см. траектории D, E, F, H на рисунке 3(a)). Их скорость равнялась фазовой скорости волны. Анализ процесса ускорения пылевых частиц, стал предметом детального изучения в работах [1,2], результаты которых включены в настоящую работу.

3) В описываемом здесь эксперименте [1] в области ограниченной неравенством $4 \text{ мм} < z < 8 \text{ мм}$ многопоточное движение переводит плазму в турбулентное состояние, что наблюдается в нижней части облака ниже точки распада (см. видео в [1]). Частицы, ускоренные солитоном, образуют нисходящий поток. Восходящий поток формируется частицами, выброшенными из облака предыдущим солитоном. Действие внешних сил стремится вернуть их в исходное невозмущенное состояние. Движение частиц в области ниже точки распада ($z > 4$ мм) в данной работе не анализируется.

Далее сосредоточимся на изучении процесса распада солитона и ускорения частиц в области распада. Распадающийся солитон уже не является солитоном с математической точки зрения, однако, как видно из эксперимента (см. рисунок 4.2 (в, г)), он может вполне устойчиво достигать нижней границы облака без заметного уширения. Следует отметить, что в нашем эксперименте

мы не наблюдали никаких колебаний за фронтом солитона, предсказываемых во многих бесстолкновительных моделях (см., например, [11]).

После начала процесса опрокидывания солитона ускоренные частицы вносят существенный вклад в профиль концентрации волны. Это явление чем-то похоже на захват ионов пылевым акустическим солитоном [13], где профиль концентрации ионов состоит из двух типов ионов - свободных и захваченных. Отличие состоит в том, что пыле-акустические солитоны не являются потенциальной ямой для отрицательно заряженных частиц. Как было показано ранее (раздел 3.2), наличие захваченных частиц на переднем фронте волны объясняется действием силы трения. В нижней части облака (рисунок 4.2, г) волна рассеивается, и захваченные частицы выбрасываются за пределы пылевого облака.

Традиционными методами исследования солитонов, основанными на анализе профилей концентрации пыли, невозможно обнаружить разрушение солитона. Положение максимума функции n_d в разное время отмечено на рисунке 4.4 (а) символами "▲". Как отмечалось выше, угол наклона полученной прямой соответствует скорости волны $V \approx 6$ см/с, которую приближенно можно считать постоянной. Сравним скорость ускоренных частиц со скоростью солитона. Траектория ускоренных частиц имеет специфический изгиб (участок кривой "4" между точками А и D на рисунке 4.4(а)). Соответствующий скачок скорости можно увидеть на рисунке 4.4(б) (участок кривой "4" между точками А и С). Максимальная скорость частицы примерно в полтора раза превышает скорость волны (точка В на рисунке 4.4(б)). Длительность скачка $t_{v+} \approx 45$ мс или $\omega_p \cdot t_{v+} \approx 14$ в нормированном виде. Затем скорость частицы уменьшается до скорости, примерно равной скорости волны (участок между точками С и D на рисунке 4.4(б)), и, наконец, резко меняется на противоположную (участок между точками D и E на рисунке 4.4 (б)). Последний участок соответствует возврату выброшенных частиц в облако под действием внешних сил. Теоретическая интерпретация эксперимента

представлена в следующем разделе, она основана на результатах, изложенных в предыдущих главах.

4.1.2 Теоретическая интерпретация экспериментальных результатов

В рассмотренном эксперименте в пылевом облаке возбуждается только один гребень волны, который успевал пройти все стадии эволюции от самовозбуждения до распада, сопровождающегося ускорением частиц. При этом, как видно из рисунков 4.2 и 4.3, ширина профиля концентрации волны была значительно меньше осевых размеров пылевого облака, форма профиля близка к солитонной, а скорость волны превышает скорость пылевого звука. в 1,8 раза. Поэтому, на наш взгляд, естественно описать наблюдаемую уединенную волну (особенно в сильно нелинейной фазе) в рамках солитонной модели. Далее обратимся к понятию "*диссипативный солитон*" в концепции открытых диссипативных систем [14,15]. Понятие "*диссипативный солитон*" обобщает понятие "*классический солитон*" на неконсервативный случай. Важно отметить, что понятие диссипативных солитонов предполагает их самовозбуждение с определенной периодичностью, что и наблюдается в эксперименте. Самовозбуждающийся солитон является удобным объектом для изучения диссипативных процессов, так как в этом случае существует механизм усиления солитона до сверхкритической амплитуды, который отсутствует при индуцированном возбуждении [16,17]. В условиях слабой диссипации солитоны имеют классический профиль, который можно найти классическими методами (например, методом редукированных возмущений [18,19]), поскольку основные свойства солитона по-прежнему определяются нелинейностью и дисперсией середина. В этом случае неконсервативные силы определяют только эволюцию волны.

Как было показано в предыдущем разделе, наблюдаемый волновой процесс достаточно сложен. В данной статье мы ограничимся его качественным описанием, которое помогает объяснить важные детали. Теоретическая

интерпретация экспериментальных результатов проведена в рамках гидродинамической модели, описанной в первой главе с использованием уравнений (1.37), (1.38), (1.41), (1.42), (1.62) и соответствующих нормировок. В данной модели полагается, что плазма состоит из электронов, однозарядных ионов и "холодных" отрицательно заряженных пылевых частиц постоянного радиуса. Мы не используем здесь модель [19], учитывающую силу трения, по следующим причинам. Во-первых, модель [19] не учитывает силы, усиливающие солитон, поэтому его амплитуда со временем уменьшается (в нашем случае амплитуда растет до точки излома). Во-вторых, для случая слабой диссипации солитонные профили в [19] близки к классическому $\sim \text{sech}^2(X)$ и могут быть получены из бесстолкновительной модели, пренебрегая эволюцией волны. Повторяя последовательность действий описанных в главе 1, для стационарного случая систему уравнений (1.37), (1.38), (1.41), (1.42), (1.62) можно свести к единственному уравнению Пуассона (1.64). Мы ограничимся здесь простым численным его интегрированием в рамках метода Рунге-Кутты 4 порядка. Численные решения позволяют описать солитоны произвольной амплитуды. Солитонное решение при $\delta_i=1.5$, $\beta=60$, $M=1.5$ показано на рисунке 4.5(a). Потенциальный профиль $\Phi(X)$ получается из уравнения (1.64), а профиль электрического поля – по формуле $E=-d\Phi/dX$. Профиль концентрации $N_d(X)$ можно найти из (1.63).

Полученное решение близко к критическому, поскольку солитонного решения при $M = 1.7$ уже не существует. Ширина профиля потенциала солитона составляет $\Delta_\Phi=3.2\lambda_D$, что близко к экспериментально полученному значению. Гидродинамические модели не позволяют рассчитывать параметры движения отдельных частиц, для этого воспользуемся одночастичным приближением, детально описанным ранее. Движение пылевой частицы можно описать с помощью нормированного уравнения (3.3). Значение $\Omega=v_{dn}/\omega_d$, рассчитанное на основе данных таблицы 4.1, составляет $\Omega\approx 0.07 \ll 0.1$, что дает право использовать приближение слабой диссипации. Аналитические выражения для Φ можно получить, используя (1.17) или (1.27). При этом

уравнение (1.63) уже было решено ранее для малых амплитуд в [20]. Как отмечалось выше, в нашем случае для солитонов произвольных амплитуд мы используем численно рассчитанную зависимость $\Phi(S)=\Phi(Z-Mt)$, где $Z=z/\lambda_D$ (см. рисунок 4.5(а)). Зависимости $z(t)$ и $V_d(t)=dz/dt$ показаны на рисунках 4.5(б, г) для приведенных выше параметров плазмы и различных значений Ω . Кривая "1" соответствует движению пылевой частицы в поле солитона с докритической амплитудой, полученному ранее из уравнения (3.3). Этому случаю соответствует конечное смещение пылевой частицы на расстояние $4\lambda_D$ в направлении движения солитона (см. рисунок 4.5(б)). Профиль $V_d(t)$, показанный кривой "1" на рисунке 4.5(г), является солитонообразным, симметричным относительно центра солитона. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии с [2].

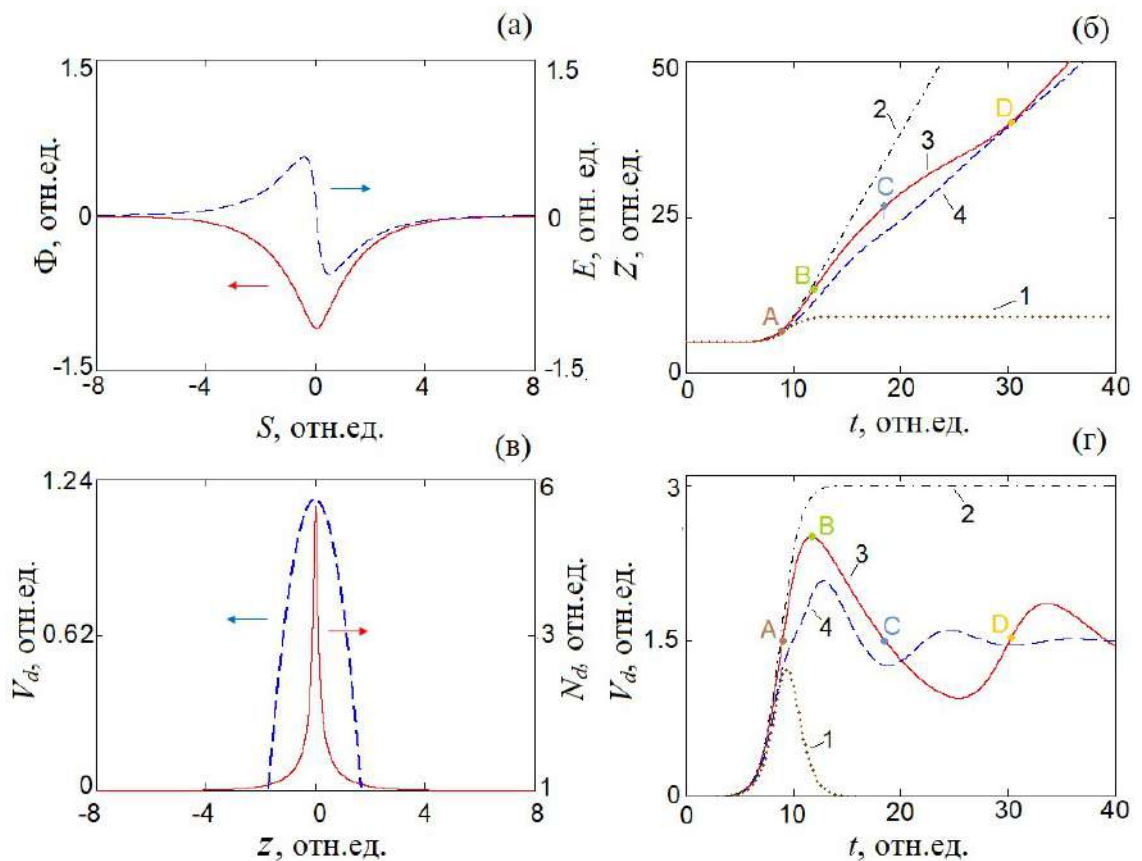


Рисунок 4.5 – Профили солитона, полученные в рамках численного решения (1.64), а также параметры движения заряженной частицы, полученные из (3.3).

На рисунке 4.5(в) профили $V_d(Z)$ и $N_d(Z)$ получены из уравнений (3.3) и (1.63) соответственно. Как видно, профиль скорости в несколько раз шире профиля концентрации. На рисунке 4.6 показаны эти же несглаженные профили солитона, полученные экспериментально. Результаты эксперимента и теории хорошо согласуются.

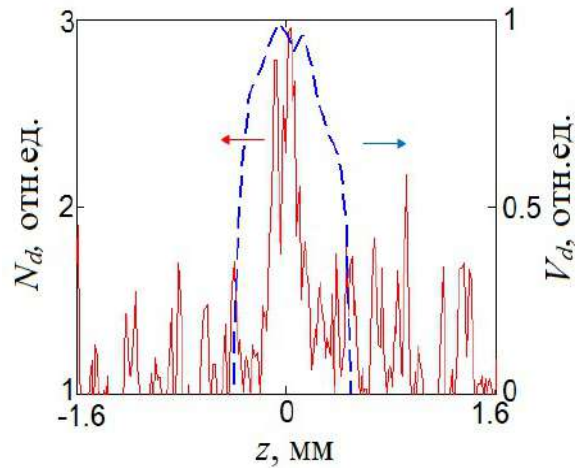


Рисунок 4.6 – Профили солитонов, полученные в результате анализа экспериментальных данных на горизонтальном уровне $z \approx 3$ мм (см. рисунок 4.2).

Увеличение амплитуды солитона до сверхкритического значения является причиной его разрушения [11]. Распад солитона приводит к возникновению многопоточкового движения и, как следствие, к пересечению траекторий соседних пылевых частиц в гребне солитона. Для моделирования многоструйного течения амплитуда солитона увеличивалась в 1.5 раза, а его ширина и скорость в нашем приближении считались постоянными. Соответствующие решения уравнения (3.3) показаны на рисунках 4.5(б,г) кривыми "2"- "4". Как видно, случай $\Omega = 0$ (см. рисунок 4.5(б), кривая "2") отличается от случаев $\Omega \neq 0$ (кривые "3", "4") вдвое большим углом наклона полученных кривых и, следовательно, вдвое большим значением V_d при $t \rightarrow \infty$. При этом, как следует из рисунка 4.5(г), при $t \rightarrow \infty$ скорость частицы равна скорости солитона $V_d \approx M$ при $\Omega \neq 0$ (см. кривые "3", "4") и вдвое превышает скорость солитона $V_d \approx 2M$ для $\Omega = 0$ (см. кривую "2"). Бездиссипативное

решение согласуется с результатами работы [12], в которой электроны ускорялись распадающейся электронной плазменной волной до скорости, вдвое превышающей фазовую скорость волны в бесстолкновительной плазме (соответствующий эксперимент описан в [21]). Наш эксперимент хорошо описывает диссипативный случай $\Omega \neq 0$ (см. рисунок 4.4(а), частица "4"). В пользу этой гипотезы говорит и тот факт, что при $\Omega \neq 0$ ускоренные частицы испытывают колебания, что следует из численного решения, отображенного на рисунке 5.5(г) кривых "3", "4". Как было показано в разделе 3.2, частота и амплитуда колебаний частицы зависят от Ω . Так, с ростом Ω их амплитуда уменьшается, а частота увеличивается. При этом на графике траектории (участки между точками А и D на рисунке 4.5(а) и 5.5(б)) появляется характерный изгиб, обнаруженный ранее в эксперименте.

При $\Omega = 0.1$ максимальная скорость, которую достигают частицы при колебаниях, в полтора раза превышает фазовую скорость волны (точка Б на рисунке 4.5(г)), что также хорошо согласуется с экспериментальными данными (точка Б на рисунке 4.4(б)). Период колебаний скорости частиц после захвата составляет $T_V \approx 22$ (кривая "3" на рисунке 4.5(г)). На экспериментальных кривых отчетливо просматривается только первый полупериод колебаний (участок между точками А и С на рисунке 4.4(б)). "Обрезание" колебаний на первом полупериоде, вероятно, связано с распадом (или трансформацией) солитона после развития многопоточности, а также с конечными размерами пылевого облака, неоднородностью плазмы и другими факторами, не учтенных в теоретической модели. Однако, длительность экспериментально обнаруженного скачка скорости ($\omega_p \cdot t_{V+} \approx 14$) находится в разумном согласии с результатами теоретической модели ($T_V/2 \approx 11$).

Следует отметить, что величины, описывающие скорости v_d и V_d не равны тождественно. Первая описывает гидродинамическую скорость потока частиц, а вторая описывает скорость отдельных частиц. Значение v_d можно выразить из уравнения (1.41) в виде описанном в работе [22] с помощью уравнения (2.18).

Распадающийся солитон должен терять энергию вследствие ускорения заряженных частиц. Источником энергии для эволюции солитона, по-видимому, является ионный поток и, соответственно, сила ионного увлечения. Детальные исследования ионного увлечения, а также энергетического баланса являются предметом исследования последующих работ.

Стоит отметить, что устойчивость солитона после распада детально не анализировалась, а зафиксированы лишь свидетельства появления многопоточкового движения пылевых частиц. Не исключено, что новая волновая структура может существовать в стационарном режиме.

Как отмечалось в третьей главе [14,15,20], диссипация может быть стабилизирующим фактором в эволюционирующих открытых системах. Косвенно на это указывает тот факт, что траектории пылевых частиц, ускоренных разрушающимся солитоном при наличии сил трения, имеют одинаковую асимптотику (см. на рисунок 4.5(б) кривые "3", "4"). Итак, вследствие диссипации ускоренные пылевые частицы локализуются перед солитоном, образуя единую структуру. В отсутствие трения (см. рисунок 4.5(б), кривая "2", а также [20] и третью главу) ускоренные частицы быстро покидают окрестность солитона. Для ответа на вопрос об устойчивости исследуемой солитонной структуры необходимы более сложные теоретические модели (см., например, [13]) и эксперименты в более протяженном пылевом облаке. Однако в любом случае произойдет ускорение заряженных пылевых частиц до скоростей, значительно превышающих среднюю невозмущенную скорость, которая для частиц в верхней части облака составляет $\langle |V_d| \rangle \sim 0.1$ см/с.

4.2 Пыле-акустические волны в ультрахолодной многокомпонентной пылевой плазме при $T \approx 2$ К

В последние годы исследования криогенной пылевой плазмы стали актуальными, что обусловлено различными фундаментальными и технологическими аспектами [23-29]. Отметим, что исследование

сверхнизкотемпературных разрядов представляет собой самостоятельную физическую задачу [30,31]. Среди открытых вопросов можно выделить соотношение температур газа и ионов, величину масштаба экранирования и др. Например, в [23] исследовалась пылевая плазма в тлеющем разряде при температурах жидкого азота и гелия. Предполагалось, что температуры ионов и нейтрального газа равны. В этом случае ионный дебаевский радиус составляет порядка одного микрона при температуре газа 4.2 К, давлении $p=4$ Па и приведенной напряженности электрического поля $E/N \sim 10$ Тд. Похожие результаты представлены в работе [25]. С другой стороны, в работе [28] при исследовании межчастичного расстояния пыли было обнаружено, что радиус экранирования на порядок превышает дебаевский ионный радиус в предположении равенства ионной и атомной температур. Причина такого различия остается неясной. Параметры ионов измерялись в широком диапазоне температур и при различных значениях отношения E/N методами масс-спектропии [32-34]. Показано, что в криогенных разрядах при $E/N \sim 10$ Тд эффективная температура ионов может на порядок превышать температуру исходного газа. Эти результаты хорошо согласуются с выводами недавних теоретических [6,35] и экспериментальных [36] работ. Аналогичный результат, но для пылевой плазмы, был получен в [37] как экспериментально, так и в рамках метода Монте-Карло. Это также показывает, что основными ионами в криогенном разряде являются атомарные ионы гелия He^+ , если E/N превышает 10 Тд. Таким образом, определение дебаевского радиуса и температуры ионов в криогенном разряде остается нерешенной задачей.

В данном разделе работы представлено исследование нелинейной пыле-акустической неустойчивости в многокомпонентной плазме при температуре буферного газа ~ 2 К (давление $p=5$ Па, $E/N \sim 10$ Тд). Плазма состояла из электронов, ионов гелия, инжектированных в разряд частиц микронного размера и конденсированных наночастиц. Как отмечалось выше, свойства такой плазменной конфигурации мало изучены. Удалось найти единственную публикацию [38], в которой описывается плазма ВЧ-разряда, содержащая как

инжектированную, так и конденсированную пылевые фракции. Ионное распыление поверхности инжектированных пылевых частиц приводило к образованию конденсированной фракции. Недавно такая многокомпонентная плазма разряда постоянного тока была исследована в работах [39-43]. В [39, 41-43] наблюдались волновые процессы.

Пыле-акустические волны могут быть эффективным инструментом диагностики плазмы, поскольку их основные параметры могут быть точно измерены. В свою очередь, параметры волны связаны с параметрами плазмы известными соотношениями. В данном разделе представлены результаты исследования параметров плазмы на основе анализа параметров волн. Определены длина экранирования, температура ионов, скорости дрейфа и некоторые другие параметры разряда. Теоретическая часть работы выполнена в рамках простой гидродинамической модели.

4.2.1 Результаты наблюдений

Рассматриваемые эксперименты проводились в криостате Janis SVT-200, допускающем работу в диапазоне температур от 1,5 до 300 К [40]. Тлеющий разряд постоянного тока создавался в газообразном гелии внутри вертикальной стеклянной трубки внутренним диаметром 2 см. Расстояние между электродами составляло 60 см. Схема и подробное описание экспериментальной установки представлены в работах [39-43]. Для формирования пылевого облака использовались полидисперсные частицы CeO_2 (0.1–200 мкм). Волны регистрировались с помощью высокоскоростной цифровой камеры (до 1000 кадров в секунду), для освещения пылевого облака использовался «лазерный нож» (сечение 0.22x6 мм, мощность 85 мВт при длине волны 532 нм).

Рабочие температуры достигались за счет снижения тока разряда до 35 ± 15 мкА при напряжении 3.2 кВ и давлении 5 Па. В таком маломощном режиме градиент температуры между анодом и катодом не превышал 2 – 3 К. Как показано на рисунке 4.7(а), первоначальная форма пылевого облака близка к

сферической, среднее расстояние между частицами составило ≈ 170 мкм. При этом частицы образовывали структуру типа жидкости, содержащую беспорядочно движущиеся быстрые и медленные частицы. Быстрые частицы образовывали интенсивные вихревые потоки на периферии облака.

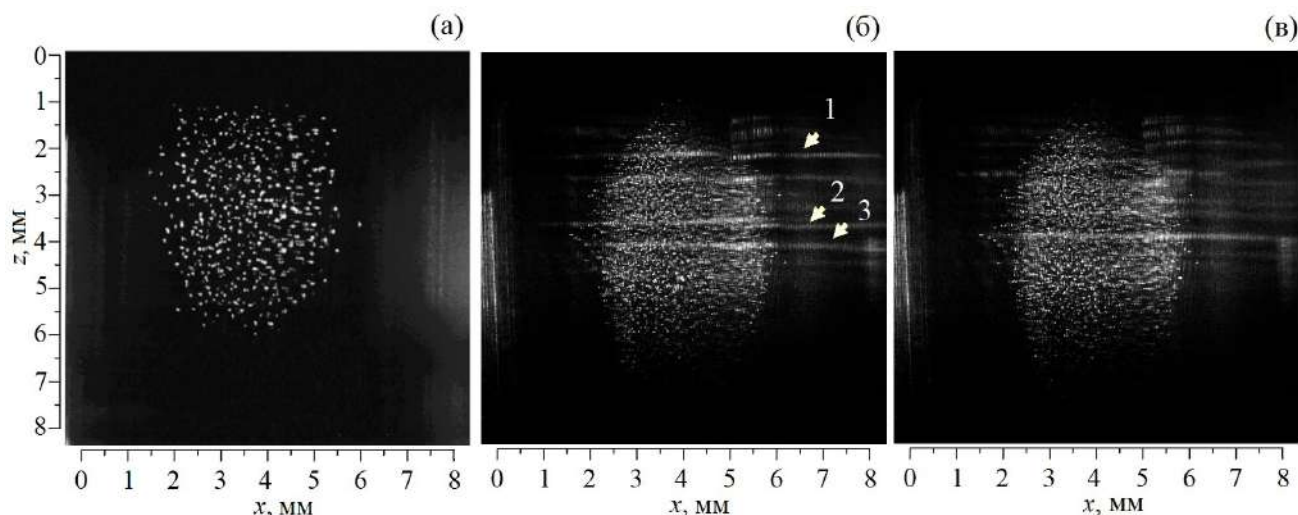


Рисунок 4.7 – Эволюция плазменно-пылевого облака, состоящего из полидисперсных частиц CeO_2 и конденсированных субмикронных частиц: (а) начальное состояние облака; (б), (в) облако спустя 20 минут после начала эксперимента; изображения на рисунках (б), (в) разделены временным промежутком $\Delta t = 30$ мс. Положения гребней волн большой амплитуды указаны стрелками.

Примерно через 20 минут после генерации разряда было обнаружено рассеяние лазерного излучения на движущихся локальных неоднородностях, как показано на рисунке 4.7 (б,в). Примерно в это же время среднее расстояние между частицами микронного размера уменьшилось до ≈ 120 мкм. Из рисунка 4.7 видно, что видимых отдельных частиц в неоднородностях нет. Эти факты указывают на появление новой субмикронной пылевой фракции, образовавшейся в плазме в ходе эксперимента. Геометрия движущихся неоднородностей указывает на возбуждение пылевой акустической неустойчивости с участием субмикронных частиц. Ниже индексы 1 и 2 относятся к инжектированным (микронным) и конденсированным

(субмикронным) частицам пыли соответственно. Как показано в [42], появление фракции 2 обусловлено ионным распылением материала диэлектрического конуса, который использовался для фокусировки потока электронов на оси разрядной трубки. Поток ионов также фокусировался в области конуса и распылял его поверхность. Эта гипотеза подтвердилась в ходе дополнительного эксперимента, проведенного при комнатной температуре, в ходе которого было обнаружено интенсивное свечение вблизи выходного отверстия конуса. Свойства конденсированной фракции подробно изучены в статьях [39-41]. Форма конденсированных частиц близка к сферической, а диаметр не превышает 75 нм при большой дисперсии. Появление конденсированной фракции приводило к изменению ряда параметров исходного пылевого облака. Например, как уже говорилось выше, увеличилась плотность крупных частиц (вероятно, из-за уменьшения заряда крупных частиц с появлением дополнительной субмикронной пылевой фракции и, следовательно, возросшей конкуренции за электроны и ионы). Основные параметры разряда приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 - Основные параметры плазмы

Давление буферного газа	$P_{\text{He}} = 5 \text{ Па}$
Ток разряда	$I = 35 \pm 15 \text{ мкА}$
Напряжение разряда	$U = 3.21 \text{ кВ}$
Концентрация буферного газа	$n_{\text{He}} = 1.8 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$
Температура нейтрального газа	$T_n \approx 2 \text{ К}$
Радиус пылевых частиц первой фракции	$r_{d1} \approx 1\text{--}5 \text{ мкм}$
Радиус пылевых частиц второй фракции	$r_{d2} \approx 15\text{--}35 \text{ нм}$
Плотность частиц пыли первой фракции	$\rho_1 = 7200 \text{ кг/м}^3$
Плотность частиц пыли второй фракции	$\rho_1 = 1100\text{--}1500 \text{ кг/м}^3$
Напряженность электрического поля	$E \approx 2000 \text{ В/м}$
Приведенная напряженность электрического поля	$E/N \approx 10 \text{ Тд}$

Рассмотрим подробнее волны плотности, распространяющиеся во фракции 2. Как видно из рисунка 4.7, фракция 2 заполняет более широкую часть трубы, чем фракция 1. Волны исследовались в той же осевой области, где левитировали частицы фракции 1. Наблюдаемый волновой процесс был достаточно сложным. Однако мы рассмотрим некоторые его особенности. Будем использовать одномерное приближение, поскольку в первом приближении волны можно считать плоскими. Направим ось OZ вертикально вниз (от анода к катоду). Волновое возмущение плотности субмикронных частиц (фракция 2) не может быть описано гармонической функцией ($\delta n_{d2} \neq \exp(i\omega t + ikz)$). Действительно, ширина областей сжатия Δ^+ заметно меньше ширины областей разрежения Δ^- , следовательно, волны являются нелинейными. При этом $\Delta^+ \approx 100$ мкм для всех случаев, а Δ^- зависит от z и t . Такое поведение характерно для сильно нелинейных волн. Особенно велики были амплитуды отдельных гребней волн (светлые полосы на рисунке 4.7). Эти гребни имеют солитонный профиль концентрации пыли. Согласно наблюдениям, скорость нелинейных волн в разных частях пылевой структуры была разной, но не превышала 1 см/с ($V \leq 1$ см/с). По нашим оценкам, пылеакустическая скорость для субмикронной фракции пыли должна значительно превышать наблюдаемую скорость волны. Т.е. должно выполняться неравенство $C_{d2} \gg V$. Этот факт указывает на наличие дрейфа частиц второй фракции, причем скорость дрейфа должна быть примерно равна фазовой скорости волн. Влияние наблюдаемых волн на частицы первой фракции было незначительным. Следовательно, электрическое поле разряда значительно превышало электрическое поле волн. Для теоретической интерпретации эксперимента будем использовать стандартные модели пылевой плазмы тлеющего разряда, представленные в первой главе. Гидродинамическая модель будет использоваться для расчета параметров волн.

4.2.2 Теоретическая интерпретация экспериментальных результатов

Начнем с оценки дебаевского радиуса - λ_D ; эта проблема при сверхнизких температурах обсуждалась в [23,28,37]. Для λ_D мы можем написать:

$$\lambda_D^{-2} = \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2} \quad (4.1)$$

где $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi e^2 n_{e,i})^{1/2}$ — дебаевские радиусы для электронов и ионов соответственно. Ширина наблюдаемых солитоноподобных профилей плотности пыли составляет $L \approx 100$ мкм (рисунок 4.7). Как было показано в первой главе (см. также [44]), ширина пыле-акустического солитона большой амплитуды составляет около $1 - 3 \lambda_D$. Под шириной солитона подразумевалась ширина профиля плотности пыли. Этот параметр легко измерить экспериментально. В нашем случае $\Delta_+ \approx 100$ мкм, поэтому имеем $\lambda_D \approx 30 - 100$ мкм, что хорошо согласуется с [28,37] и существенно превышает оценки, приведенные в [23,25]. Полагаем $\lambda_D = 30$ мкм. То есть будем считать, что ширина профиля плотности гребня волны содержит не менее трех дебаевских радиусов (верхняя оценка из статьи [44]). Из уравнения (4.1) и данных таблицы 4.2 следует, что λ_D соответствует дебаевскому радиусу иона $\lambda_D = \lambda_{Di}$, что указывает на дозвуковой характер дрейфа ионов. При сверхзвуковом дрейфе $\lambda_D = \lambda_{De}$ [см., например, 45]. В этом случае, полагая $T_e \approx 1$ эВ (см. таблица 4.2), имеем $\lambda_{De} \gg \lambda_{Di}$, следовательно, ширина нелинейных волновых профилей должна быть много больше наблюдаемой величины. Зная λ_D , можно оценить начальную концентрацию пылевых частиц второй фракции - n_{0d2} . Концентрация n_{0d2} достаточна для эффективного рассеяния лазерного излучения внутри профиля волны, однако в невозмущенном состоянии конденсированные частицы слабо рассеивают свет. Будем считать, что заряд частицы пропорционален радиусу, а также $Z = 10^3$ для $r_d = 0.5$ мкм. Тогда получаем $Z_2 = 5$ при $r = r_{d2}$. Согласно [37,46,47] при снижении температуры разряда до криогенных значений Z

уменьшается в 2-3 раза по сравнению с нормальными условиями, таким образом, в конечном итоге имеем $Z_2=1-2$. Для столь малых зарядов можно принять, что расстояние между частицами равно дебаевскому радиусу $L_2 \approx \lambda_{Di} \approx 30$ мкм, тогда $n_{0d2} = \lambda_{Di}^{-3} = 3.7 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$. Далее, из условия квазинейтральности $n_{0i} - n_{0e} - Z_1 \cdot n_{0d1} - Z_2 \cdot n_{0d2} = 0$ получаем $n_{0i} = n_{0e} + Z_1 \cdot n_{0d1} + Z_2 \cdot n_{0d2}$. Учитывая данные таблицы 4.3, можно получить $n_{0i} = 2.3 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$. Далее из (4.1) получаем оценку для ионной температуры $T_i = 45$ К. Таким образом, из анализа волнового процесса следует $T_i \gg T_n$ при $E/N \approx 10$ Тд, что подтверждает результаты работ [32-34,37], полученные другими методами. Величину n_{0e} можно приближенно оценить из выражения для тока разряда $I/S \approx j = e \cdot n_{0e} \cdot u_{0e}$, где $S = \pi R^2$ – площадь поперечного сечения разрядной трубки, j – плотность тока, u_{0e} – скорость дрейфа электроны. Для различных слоев тлеющего разряда в разных экспериментах $u_{0e}/v_{Te} \sim 0.1-1$, где $v_{Te} = (T_e/m_e)^{1/2}$ – тепловая скорость электронов. Тогда, полагая $I = 50$ мкА (верхняя оценка тока разряда в нашем эксперименте), получим $n_{0e} \sim I/\pi \cdot R^2 \cdot e \cdot A \cdot v_{Te} \sim 10^6-10^7 \text{ см}^{-3}$, при этом $A = u_{0e}/v_{Te} = 0.1-1$. Значение n_{0e} на оси разряда может быть в несколько раз выше полученной оценки из-за радиальной неоднородности тока. Наконец, оценим длину свободного пробега ионов по формуле $l_i = (n_a \cdot \sigma_{in})^{-1}$ [48], где σ_{in} – сечение рассеяния ионов на атомах гелия. В соответствии с [34] (таблица Па) $\sigma_{in} = 10^{-14} \text{ см}^2$ при $T_n = 4.35$ К (нет данных при $T_n = 2$ К) и $E/N = 10$ Тд, тогда $l_i = 5.5$ мкм. Таким образом, $\lambda_D > l_i$ (т.е. ионы являются столкновительными). Расчетные данные приведены в таблице 4.3. Далее приведен расчет сил, действующих на частицы пыли.

Скорость дрейфа ионов, согласно [34] (таблица Па), составляет $u_{0d2} = 5.2 \cdot 10^3 \text{ см/с}$ при $E/N = 10$ Тд, учитывая, что основными ионами являются He^+ [37]. Заметим, что тип иона не так важен для оценок, поскольку подвижности ионов He^+ , He_2^+ и He_3^+ не сильно различаются [49,50]. Полагая $T_i = 45$ К, можно получить оценку тепловой скорости ионов $v_{Ti} = (T_i/m_i)^{1/2} = 3.05 \cdot 10^2 \text{ см/с}$, следовательно, $u_{0d2} \ll v_{Ti}$.

В вертикальном направлении основными силами, которые следует учитывать, являются: гравитационная сила F_G , электрическая сила,

возникающая вследствие электрического поля вертикального разряда F_E , сила трения (нейтрального увлечения) F_{nd} и сила ионного увлечения F_{id} . Первые три силы описываются простыми выражениями:

$$F_G = \frac{4}{3} \pi r_d^3 \rho_d g \quad (4.2)$$

$$F_E = -eZ_a E \quad (4.3)$$

$$F_{nd} = \frac{8}{3} \sqrt{2\pi} r_d^2 m_n n_n \gamma v_{Tn} v_{da} \equiv m_d v_{nd} v_{da} \quad (4.4)$$

где r_d и ρ_d - радиус и массовая плотность пылевых частиц, $a = 1,2$ для частиц первой и второй фракций соответственно, $g=981$ см/с², m_n , n_n и $v_{Tn} = \sqrt{T_n/m_n}$ - масса, плотность и тепловая скорость атомов нейтрального газа соответственно, v_{da} - скорость пылевых частиц относительно нейтрального газа, v_{nd} - частота пыле-нейтральных столкновений, γ - коэффициент порядка единицы, зависящий в точных процессах, протекающих на поверхности частицы, γ принимает значения от 1 до $1 + \pi/8$ (см. [13]).

Силы увлечения ионов рассчитывались в соответствии с [51] (формула (11)). Значения главных сил приведены в таблице 4.3 (с учетом данных таблицы 4.2).

Как видно из таблицы 4.3, для крупных частиц (фракция "1") гравитация уравновешивается электростатической силой. Крупные частицы можно наблюдать визуально, поэтому параметры их движения можно легко определить. Скорость крупных частиц мала, поэтому нейтральной силой сопротивления для них можно пренебречь, как и силой ионного увлечения. Частицы фракции "2" невидимы, и для наблюдений доступна лишь модуляция их концентрации, индуцируемая волнами. Однако этого достаточно для определения важных параметров движения частиц. Из таблицы 4.3 следует $F_E \approx F_{nd} \gg F_G \sim F_{id}$, т.е. электрическая сила может быть уравновешена только

нейтральной силой сопротивления при наличии дрейфа $u_{0d2} \approx 20$ см/с, направленного вверх.

Таблица 4.3 - Расчетные параметры плазмы.

Концентрация пылевых частиц первой фракции	$n_{d1} = 3.0 \times 10^5 \text{ см}^{-3}$
Концентрация пылевых частиц второй фракции	$n_{d2} = 3.7 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$
Заряд пыли первой фракции	$Z_1 \approx 500$
Загрузка пыли второй фракции	$Z_2 = 2$
Концентрация электронов	$n_e \approx 1 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$
Концентрация ионов	$n_i \approx 2.3 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$
Электронная температура	$T_e \approx 10^4 \text{ К}$
Ионная температура	$T_i \approx 45 \text{ К}$
Электронный дебаевский радиус	$\lambda_{De} = 2.2 \times 10^{-1} \text{ см}$
Ионный дебаевский радиус	$\lambda_{Di} = 3.0 \times 10^{-3} \text{ см}$
Длина свободного пробега ионов	$l_i = 5.5 \text{ мкм}$
Гравитационная сила для частиц первой фракции	$F_{G1} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ Н}$
Гравитационная сила для частиц второй фракции	$F_{G2} = 2.0 \times 10^{-18} \text{ Н}$
Электрическая сила для частиц первой фракции	$F_{E1} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ Н}$
Электрическая сила для частиц второй фракции	$F_{E2} = 3.2 \times 10^{-16} \text{ Н}$
Сила ионного увлечения частиц первой фракции	$F_{id1} = 3.0 \times 10^{-14} \text{ Н}$
Сила ионного увлечения частиц второй фракции	$F_{id2} = 4.9 \times 10^{-18} \text{ Н}$
Сила трения для частиц первой фракции при $u_{0d1} = 5 \times 10^{-3} \text{ м/с}$	$F_{nd1} = 1.6 \times 10^{-15} \text{ Н}$
Сила трения для частиц второй фракции при $u_{0d2} = 0.2 \text{ м/с}$, $\gamma = 1 + \pi/8$	$F_{nd2} = 2.2 \times 10^{-16} \text{ Н}$
Тепловая скорость электронов	$v_{Te} = 4 \times 10^7 \text{ см/с}$
Тепловая скорость ионов	$v_{Ti} = 3 \times 10^4 \text{ см/с}$

Учитывая данные таблиц 4.2, 4.3 и полагая $Z_2 = 2$, получаем $u_{0d2}/C_{d2}=4.7$, здесь C_{d2} – пыле-акустическая скорость для фракции "2" (см. [2,52]), которая определяется выражением:

$$C_{d2} = \sqrt{\frac{Z_2^2 n_{0d2} T_e T_i}{m_{d2}(n_{0e} T_i + n_{0i} T_e)}}$$

Таким образом, дрейф фракции "2" является сверхзвуковым. В этих условиях для фракции "2" наиболее вероятно фазовое состояние "жидкость" или «газ». Гребни солитоноподобных волн движутся вниз относительно частиц второй фракции со скоростью, равной или большей u_{0d2} . При этом в фиксированной системе координат скорость волны составляет $V_0 \leq 1$ см/с. В первом приближении волны можно считать стоящими в фиксированной системе координат, поскольку $|V_0/u_{0d2}| \ll 1$ см/с. Аналогичная ситуация для частиц микронного размера описана в [53]. Зная основные параметры пылевой плазмы, можно рассчитать основные параметров нелинейных волн.

Будем считать, что в невозмущенном состоянии на пылевые частицы второй фракции действуют только электрическая сила F_{E2} и нейтральная сила сопротивления F_{nd2} (за счет дрейфа частиц, направленного вверх). Остальные силы незначительны (см. таблицу 4.3). Волны практически не влияют на параметры первой фракции, поэтому будем считать $N_{d1} = n_{d1}/n_{0d1} = 1$. Динамику пылевых частиц можно описать системой одномерных гидродинамических уравнений. Поскольку анализируемая модель является многокомпонентной, мы вынуждены записать всю систему уравнений целиком. В системе координат второй фракции, а именно в системе, движущейся вверх со скоростью u_{0d2} , уравнения принимают вид:

$$\frac{\partial v_{d2}}{\partial t} + v_{d2} \frac{\partial v_{d2}}{\partial z} = -\frac{eZ_2}{m_{d2}} (E + E') - v_{nd2} (v_{d2} - u_{0d2}) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial n_{d2}}{\partial t} + \frac{\partial n_{d2} v_{d2}}{\partial z} = 0 \quad (4.6)$$

где v_{d2} , n_{d2} , m_{d2} – скорость, концентрация и масса частиц второй фракции, $E' = -\partial \varphi / \partial z$ – электростатическое поле волны, φ – потенциал, v_{nd2} – частота пыли нейтральных столкновений, которую легко найти из уравнения (4.4), все остальные параметры приведены в таблицах 4.2, 4.3. Учитывая, что $\sum F_0 = 0$, где F_0 – силы нулевого порядка (т.е. $v_{nd2} u_{0d2} - eZ_2 E / m_{d2} = 0$), уравнение (4.5) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial v_{d2}}{\partial t} + v_{d2} \frac{\partial v_{d2}}{\partial z} = -\frac{eZ_2}{m_{d2}} E' - v_{nd2} v_{d2} \quad (4.7)$$

В первом приближении в стационарном случае согласно [34] уравнения (4.6), (4.7) можно преобразовать к виду:

$$N_{d2}(\Phi) = \frac{n_{d2}}{n_{0d2}} = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2Z_2 \Phi}} \quad (4.8)$$

где $\Phi = e\varphi / C_{d2}^2 m_{d2}$ – нормированный потенциал, $M = V / C_{d2}$ – число Маха, V – установившаяся скорость волны в движущейся системе отсчета. Концентрации электронов и ионов можно описать распределением Больцмана:

$$N_e(\Phi) = \frac{n_e}{n_{0e}} = \exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) \equiv \exp\left(\frac{Z_2 \Phi}{\delta_1 + \beta \delta_2}\right) \quad (4.9)$$

$$N_i(\Phi) = \frac{n_i}{n_{0i}} = \exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right) \equiv \exp\left(-\frac{Z_2\Phi\beta}{\delta_1 + \beta\delta_2}\right) \quad (4.10)$$

где $\beta = T_e/T_i$, $\delta_1 = n_{0e}/Z_2n_{0d2}$, $\delta_2 = n_{0i}/Z_2n_{0d2}$. Уравнения (4.8) – (4.10) связаны стационарным уравнением Пуассона:

$$\frac{d^2\Phi}{dS^2} = \frac{1}{Z_2}(\delta_1 N_e - \delta_2 N_i + \delta_3 N_{d2}) \quad (4.11)$$

где $S = (z - Vt)/\lambda_{Di}$, $\delta_3 = n_{0d1}/Z_2n_{0d2}$, из условия квазинейтральности следует равенство $\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 + 1 = 0$.

Как показано в предыдущих разделах, уравнение (4.11) может иметь решения в виде солитона, нелинейной (кноидальной) волны или линейной волны в зависимости от начальных условий. Для описания солитоноподобных пыле-акустических волн большой амплитуды воспользуемся солитонным решением уравнения (4.11). Такие решения уравнения (4.11) хорошо изучены. Воспользуемся методом Рунге-Кутты для численного интегрирования уравнения Пуассона. На рисунке 4.8 представлены профили солитонов при $M=1.55$ и $M=1.7$. Остальные параметры модели: $\beta=222$, $\delta_1=0.135$, $\delta_2=3.16$, $\delta_3=2.03$ (см. таблицу 4.3). При интегрировании использовались граничные следующие условия: $\Phi(-10)=-5 \cdot 10^{-4}$ и $d\Phi/dS(-10)=10^{-5}$ при $M=1.7$; $\Phi(-10)=-8 \cdot 10^{-4}$ и $d\Phi/dS(-10)=10^{-5}$ при $M=1.55$.

Из рисунка 4.8 видно, что ширина волны составляет $\Delta_\varphi \approx 3-5 \lambda_{Di}$, а ширина профиля плотности частиц $\Delta_{Nd2} \approx 1 \lambda_{Di}$. Наша простая модель «холодной» плазмы не учитывает давление пылевой фракции. Однако в более реалистичных и сложных моделях ширина солитонов может увеличиться в несколько раз (см., например, модель «теплой» плазмы в [13]). Поэтому, в приведенных выше рассуждениях мы предположили $\Delta_{Nd2} = 3 \lambda_{Di}$.

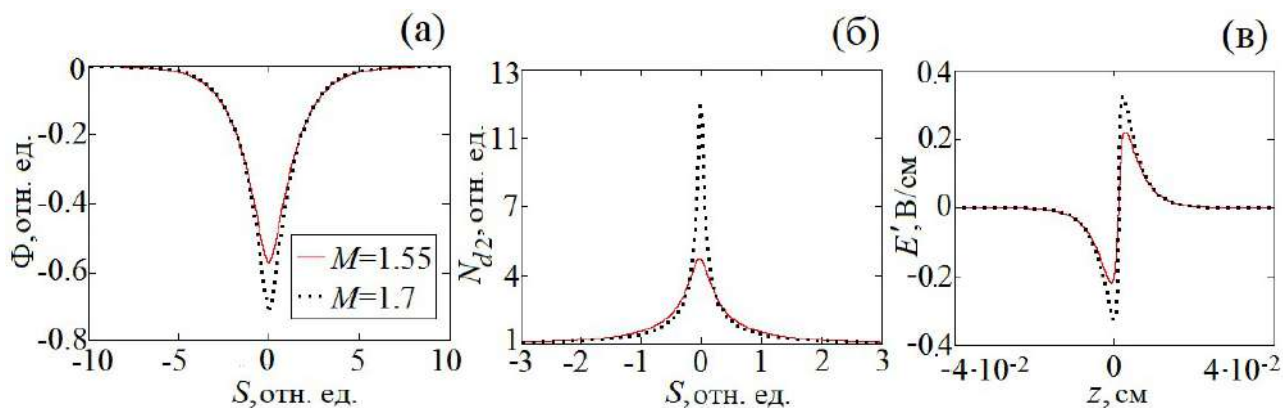


Рисунок 4.8 – Профили солитонов при $M=1.7$ (сплошная кривая) и $M=1.55$ (пунктирная кривая); (а) потенциал; (б) концентрация пылевых частиц второй фракции; (в) размерное электрическое поле солитона.

Плотность пыли в центре солитона увеличивается в 4-10 раз. При таком увеличении плотности солитоноподобные профили легко наблюдать в оптическом диапазоне за счет рассеяния света.

Электрическое поле внутри солитона возмущается на величину $\Delta E' < 0.5$ В/см (рисунок 4.8(в)). Выполнение неравенства $\Delta E' \ll E$ указывает на то, что нелинейные волны не должны оказывать заметного влияния на пылевые частицы первой фракции, что наблюдается экспериментально. Скорость волны $V = 7$ см/с, что соответствует по порядку величины u_{0d2} .

4.3 Нелинейные пыле-акустические волны в околоидеальной (газоподобной) криогенной пылевой плазме тлеющего разряда

В данном разделе работы представлена интерпретация экспериментов по исследованию криогенной пылевой плазмы в тлеющем разряде при температуре буферного газа 83 К. Важной особенностью пылевой плазмы является переменный (самосогласованный) заряд пылевых частиц, который определяется параметрами среды. В большинстве случаев заряд пыли является макроскопической величиной [13,54], которая может достигать 10^5 элементарных зарядов. Указанная особенность определяет некоторые новые

механизмы возбуждения и затухания плазменных неустойчивостей [55,56]. Большая величина заряда пылевых частиц обуславливает сильное межчастичное взаимодействие, которое можно формализовать в терминах потенциальной энергии W_p . Межчастичное взаимодействие, в свою очередь, является причиной сильной неидеальности пылевой плазмы [57]. Важно отметить, что идеальной называют плазму, в которой потенциальная энергия взаимодействия между частицами значительно меньше их средней кинетической энергии W_k . Другими словами, идеальность плазмы определяется выполнением условия $W_k \gg W_p$. Количественно степень идеальности описывается параметром неидеальности Γ , величина которого суть отношение потенциальной энергии взаимодействия соседних частиц и средней кинетической энергии пылинок. Указанный параметр определяет фазовое состояние пылевой плазмы. В соответствии с результатами [58], газообразному состоянию соответствует условие $\Gamma \leq 1$ (идеальный газ описывается более сильным неравенством $\Gamma \ll 1$); условие $1 < \Gamma < 100$ соответствует жидкости; условие $100 < \Gamma < 170$ определяет промежуточное состояние; состояние кристалл соответствует условию $\Gamma > 170$. Как правило, лабораторная пылевая плазма являлась сильно неидеальной, что обусловлено большим зарядом частиц и сильным межчастичным взаимодействием [57]. В работе [59] исследовалась термическая пылевая плазма (пылевая фракция инжектировалась в пламя горелки). Были определены режимы, в которых плазма находилась в агрегатном состоянии «газ» имея значение параметра неидеальности порядка единицы ($\Gamma \approx 1$). Газоподобная пылевая плазма, формируемая в криогенном разряде постоянного тока, описана в работах [60,61]. Описанный в указанных работах эксперимент был проведен при температуре нейтрального газа 83 К. На основе анализа траекторий движения пылевых частиц, парных корреляционных функций, а также функций распределения был сделан вывод о том, что пылевая плазма была в околоидеальном состоянии (газовом) с малым параметром неидеальности $\Gamma \approx 0.2-0.4 < 1$. При этом, в плазменно-пылевой структуре самовозбуждалась плоская пыле-акустическая волна.

В предлагаемом разделе работы представлены основные результаты, полученные в работах [60,61].

4.3.1 Результаты наблюдений

Экспериментальная установка подробно описана в работе [60]. Здесь кратко опишем ее особенности: разряд генерировался в разрядной трубке, помещенной в двухступенчатый криостат. Первая ступень которого представляла собой ванну с жидким азотом, а вторая ступень — ванну с жидким гелием. Эксперимент проводился в тлеющем разряде низкого давления при температуре буферного газа 83 К. Вертикально ориентированная стеклянная трубка имела внутренний диаметр 2 см, расстояние между электродами 60 см. В зону разряда вводился полидисперсный порошок CeO_2 с размером частиц в диапазоне от 0.5 до 10 мкм. Пылевые частицы приобретали отрицательный заряд и начинали левитировать в объеме разрядной плазмы. Детально исследовалась нижняя страта, в которой напряженность поля составляла около 10 В/см. Эксперимент был записан высокоскоростной цифровой камерой MotionPro Y3. Разрешение составило 1128×1504 пикселей (78 пикселей/мм или 13 мкм/пиксель), а скорость записи видео – 500 кадров в секунду. Для подсветки использовался круговой лазерный луч диаметром около 10 мм с длиной волны 532 нм и мощностью 85 мВт. Параметры пылевой плазмы приведены в таблице 4.4. Для расчета параметров λ_D , ω_d и C_d использовались стандартные формулы: $\lambda_D = \sqrt{T_i/4\pi e^2 n_{0i}}$, $\omega_d = \sqrt{4\pi n_{0d} Z^2 e^2 / m_d}$, $C_d = \sqrt{Z^2 n_{0d} T_i / m_d n_{0i}}$. Коэффициент неидеальности рассчитывали по следующей формуле [58]:

$$\Gamma = \frac{(eZ)^2}{k_B T_d \Delta} \exp(-\Delta/\lambda_D), \quad (4.12)$$

где Δ – межчастичное расстояние.

Таблица 4.4 - Параметры плазмы

T_e – температура электронов, эВ	1
T_i – температура ионов, эВ	0.2
T_d – кинетическая температура пыли, эВ	20
T_{He} – температура буферного газа, эВ	0.0083
p_{He} – давление буферного газа, Па	75
Δ – межчастичное расстояние, мкм	250
n_e – электронная концентрация, см ⁻³	10 ⁸
n_i – ионная концентрация, см ⁻³	3·10 ⁸
$n_d \approx \Delta^{-3}$ – концентрация пылевой фракции, см ⁻³	10 ⁵
I – разрядный ток, мА	1.35
U – напряжение разряда, В	1820
Напряженность электрического поля в страте, В/см	10
ρ_{CeO_2} – плотность пылевых частиц CeO ₂ , г/см ³	7.65
r_d – эффективный радиус пылевых частиц, мкм	1
m_d – масса пылевых частиц, г	3.2·10 ⁻¹¹
λ_D – радиус Дебая, мкм	130
ω_d – плазменная частота пылевой фракции, рад/с	190
C_d – пыле-акустическая скорость, см/с	2.4
Z – заряд пылевых частиц	2000
Γ – параметр неидеальности	0.2

В работе [60] показано, что рассматриваемая криогенная пылевая плазма находилась в газообразном агрегатном состоянии. Такой вывод был сделан из анализа динамики отдельных заряженных частиц пыли. Анализ траекторий частиц на временных интервалах $\Delta t=0.1$ с и $\Delta t=0.2$ выявил хаотичность движения пылевых частиц. При этом не наблюдалось точек равновесия, наличие которых характеризует жидкое и кристаллическое фазовые состояния. Указанная особенность движения частиц была характерна для всех областей

пылевого облака. При этом облако не имело четких границ (видеоизображение плазменно-пылевой структуры представлено в работе [60]). Парная корреляционная функция, не имеющая локальных минимумов и максимумов, указывала на отсутствие порядка в расположении пылевых частиц в облаке. Из анализа пылевых функций распределения была установлена средняя квадратичная скорость частиц пылевой фракции $v_{rms}=1.6$ см/с. Следовательно, кинетическая температура пылевой фракции, рассчитанная по известной формуле $T_d=m_d v_{rms}^2/3k_B$, где k_B – постоянная Больцмана, лежала в диапазоне $T_d \approx 0.5 - 20$ эВ [60,61]. Таким образом, $T_d > T_i$.

Отметим, что около идеальная пылевая плазма крайне редко наблюдается в экспериментах. Как указывалось выше (см. [60,61]) в исследуемой пылевой плазме наблюдалась самовозбуждаемая пыле-акустическая волна с интересными свойствами.

4.3.2 Пыле-акустические волны

Уникальность рассматриваемого эксперимента состояла в том, что исследуемая пыле-акустическая волна характеризовалась едва заметным возмущением пылевой концентрации пыли. На рисунке 4.9 представлены фотографии исходного пылевого облака, а также последовательность фотографий волны с интервалом $\Delta t=8$ мс. Анализируемая область обозначена прямоугольником на рисунке 4.9(а). Стрелками на рисунке 4.9(б) указаны области сжатия пылевой компоненты, вызываемые пыле-акустической волной. Как указывалось выше, волну можно наблюдать на видеозаписи, представленной в [60].

Анализ показал, что пыле-акустическая волна распространялась сверху вниз со скоростью $v \approx 4-5$ см/с. Волна имела следующие параметры: частота $\nu \approx 30$ Гц, длина волны $\lambda \approx 0.05$ см. Драйвером неустойчивости являлся ионный поток (сила ионного увлечения).

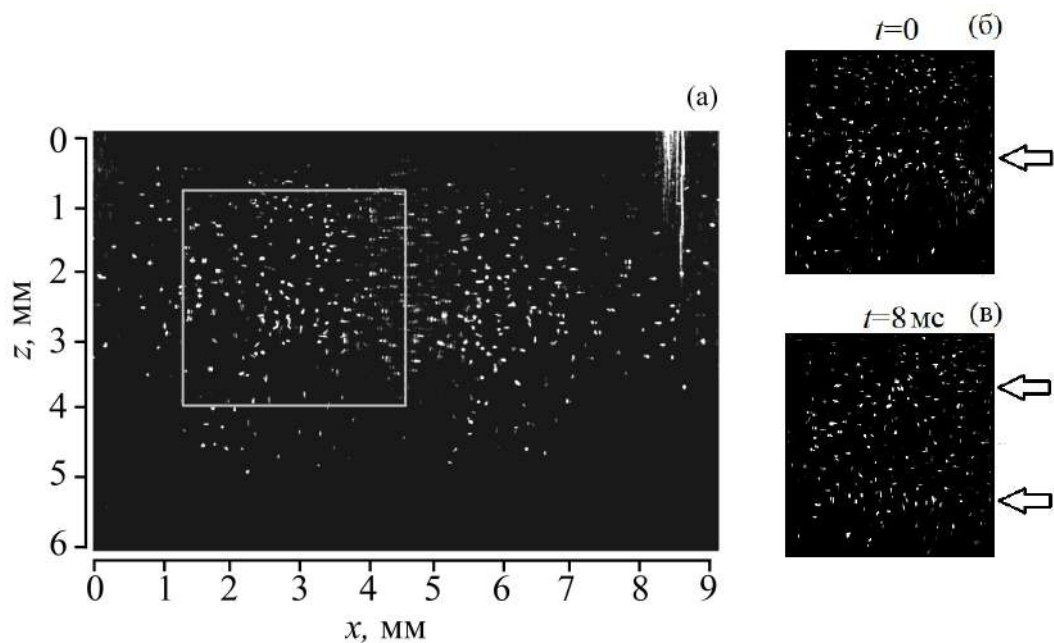


Рисунок 4.9 – (а) фотография пылевого облака; (б), (в) последовательность фотоизображений левой части плазменно-пылевого облака (отмечена прямоугольником на левой панели) в разные моменты времени: (б) $t=0$; (в) $t=8$ мс [61].

В работе [60] рассмотрена линейная стадия неустойчивости, в то время как в [61] – нелинейная. Для исследования линейных волновых свойств было построено дисперсионное соотношение, а нелинейные параметры изучались путем анализа взаимодействия пылевых частиц с фронтом волной на основе моделей представленных в третьей главе. Относительно большие размеры пылевых частиц, позволяют напрямую анализировать видеоизображения плазменно-пылевых структур (см., например, [7-10]). В процессе анализа фиксировались траектории и скорости частиц участвующих в волновом процессе. Высокая интенсивность движения частиц приводила к тому, что они часто покидали область, подсвеченную лазерным лучом. Лишь часть частиц в процессе своего хаотического движения оставалась в поле зрения камеры достаточное для анализа время. Положение четырех выбранных пылевых частиц представлено на рисунке 4.10 для разных моментов времени.

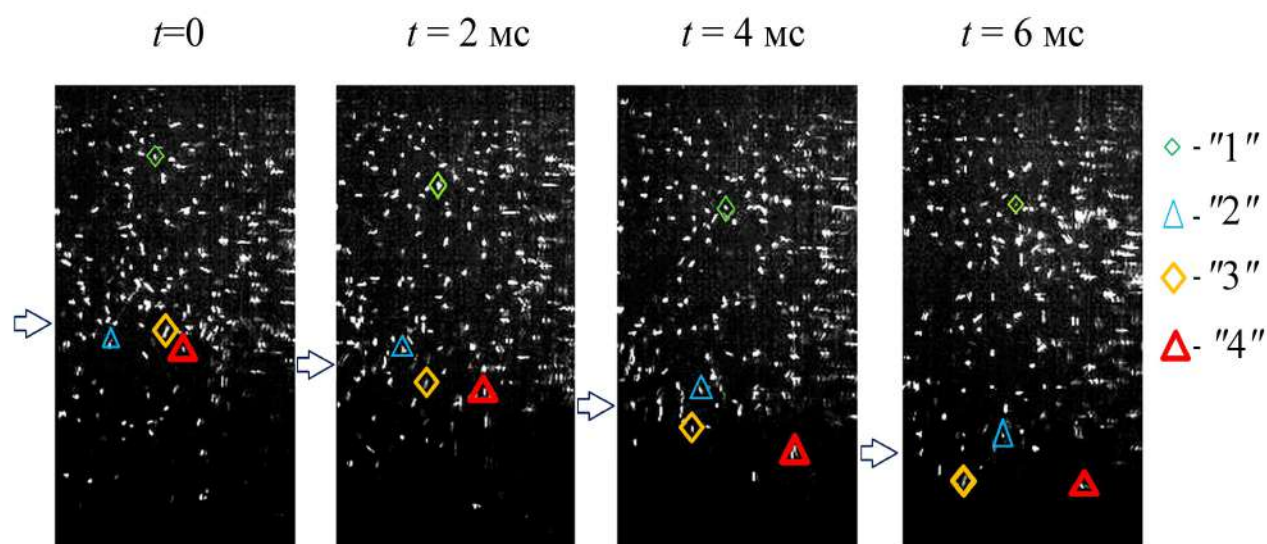


Рисунок 4.10 - Изображения пылевого облака в разные моменты времени. Положение выбранных пылевых частиц, взаимодействующих с волной отмечены символами " \diamond ", " Δ ". Стрелки слева от фотографий отображают положение переднего фронта пыле-акустической волны [61].

Как видно из рисунка 4.10, на движение пылевых частиц в верхней части облака (частица "1") волна почти не влияет. Это указывает на то, что вверху амплитуда волн мала, их можно считать линейными. В то же время, большая доля пылевых частиц, расположенных в центральной по вертикали части пылевого облака (частицы "2", "3" и "4") захватывается волной (ее передним фронтом) и двигаются вместе с ней вплоть до нижней границы пылевой структуры. Таким образом, при движении сверху вниз, пыле-акустическая волна усиливается и становится нелинейной. Отметим, что волна не вызывает сильного возмущения пылевой концентрации. Волновой пыле-акустический процесс, рассмотренный в работах [7-10] в условиях сильно неидеальной пылевой плазмы индуцировал заметную модуляцию концентрации пылевой фракции (это отчетливо наблюдалась на фото- и видеоизображениях пылевых облаков).

На рисунке 4.11 представлены графики временной зависимости z -координаты выбранных пылевых частиц. Отметим, что частицы на рисунках

4.10 и 4.11 не идентичны, хоть и относятся к одному эксперименту. Для рисунка 4.10 были выбраны пылевые частицы, движущиеся в разных частях облака, но в фиксированные моменты времени. На рисунке 4.11, отображены данные, соответствующие разным частицам и разным моментам времени. Такой подход позволяет установить период волн.

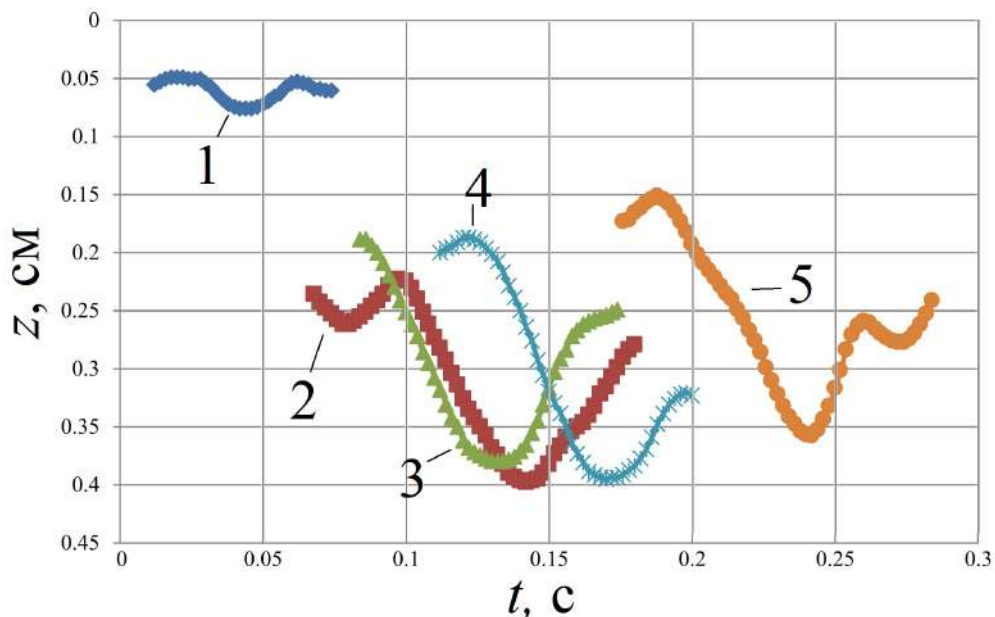


Рисунок 4.11 - График временной зависимости z -координаты выбранных пылевых частиц. Ось oz направлена сверху вниз, чтобы соответствовать направлению движения пыле-акустической волны.

Как упоминалось выше, движение пылевых частиц (частица "1") в верхней части пылевого облака представляет собой суперпозицию колебательного движения малой амплитуды и хаотического (теплового) движения. В контексте нелинейных процессов, интерес представляет движение частиц в средней и нижней областях пылевой структуры (частицы "2"- "5"). Эти частицы перемещаются вместе с волной вниз на большое расстояние (соизмеримое с вертикальными размерами пылевого облака). Скорость такого движения составляет $v_d \approx 5$ см/с и равняется скорости волны. Такой случай,

согласно результатам работ [7-10], соответствует распространению нелинейной волны, амплитуда электрического поля которой достаточна для отражения (рассеяния) заряженных частиц передним фронтом. Частицы "2,3" движутся в одинаковой фазе, соответствующей одному фронту волны. Незначительное отклонение их траекторий, по-видимому, обусловлено небольшими отличиями размеров и зарядов частиц. Частица "4" принадлежит к следующему волновому фронту, поскольку отстает на период волны, а частица "5" еще на два периода. При наличии диссипации отражение пылевых частиц от фронта волны имеет характер неупругого рассеяния [1,62]. Конкуренция сил трения и электростатических сил, воздействующих на пылевую частицу со стороны волны, приводит к «прилипанию» рассеиваемых частиц к переднему фронту волны. В статье [9] это явление получило название "непотенциального захвата" частиц (no-trough trapping). Захваченные в рамках такого процесса пылевые частицы переносятся волновым фронтом волны вниз. Скорость их движения примерно совпадает со скоростью волны. Формулой (18) из [62] позволяет оценить электрическое поле нелинейной волны в такой ситуации. Эта формула выражает равенство движущей и диссипативной сил, которые одновременно воздействуют на заряженную пылевую частицу, увлекаемую волной. Для рассматриваемого случая, упомянутую формулу можно записать в следующем виде:

$$eZE_W = \frac{8}{3} \sqrt{2\pi} r_d^2 m_{He} n_{He} \gamma v_{THe} v_d. \quad (4.13)$$

Здесь E_W – электрическое поле волны, m_{He} , $v_{THe} = \sqrt{T_{He}/m_{He}}$, $n_{He} = p/kT_{He}$ – масса, тепловая скорость и концентрация атомов буферного газа, $\gamma \approx 1$ – параметр аккомодации [57], v_d – скорость частицы относительно нейтрального газа. Левая часть формулы (4.13) определяет силу, действующую на заряженную пылевую частицу со стороны электростатического поля

нелинейной волны, при этом правая часть представляет силу трения (нейтрального увлечения). Пользуясь данными таблицы 4.4, из формулы (4.13) можно получить нижнюю оценку $E_W=4$ В/см. Как следует из [62], амплитуда электрического поля нелинейной волны может превышать полученное значение. Очевидно, что электрическое поле волны оказывается сопоставимо с электрическим полем буферного разряда, что свидетельствует в пользу сильной нелинейности наблюдаемого волнового процесса.

Газовое агрегатное состояние рассматриваемой разрядной пылевой плазмы, и, как следствие, высокая кинетическая температура пылевой компоненты могут являться объяснением малой амплитуды профиля пылевой концентрации нелинейной пыле-акустической волны. Действительно, согласно [13], ширина профиля пыле-акустического солитона растет, а его амплитуда падает с ростом кинетической температуры пылевой фракции (см. рисунок 7.5 из [13]). Такое положение дел объясняется высоким давлением пылевой фракции ($p_d=n_d k T_d$). Давление является причиной расширения профиля нелинейной волны. Механизм разогрева пылевой фракции в криогенной разрядной плазме [60,61] не исследовался, он является предметом следующих работ.

Выводы к главе 4

В четвертой Главе представлены результаты интерпретации экспериментальных данных по исследованию нелинейных плазменных волн и солитонов.

Исследована эволюция плоского пыле-акустического солитона в пылевом облаке в плазме тлеющего разряда. Экспериментально определены профили концентрации пыли, скорость волны, параметры движения отдельных пылевой частицы (траектории и скорости). Анализ траекторий отдельных частиц выявил эволюцию солитона, в том числе его распад и появление многопоточкового

движения. Установлено, что после достижения критической амплитуды солитонный фронт ускоряет частицы до собственной скорости, значительно (на несколько порядков) превышающей тепловую скорость пылевых частиц. Профили концентрации сверхкритического солитона некоторое время сохраняют солитонную форму. Скорость движения сверхкритического солитона равна начальной скорости солитона. Достигнув нижней кромки пылевого облака, структура полностью распадается, а ускоренные частицы выбрасываются далеко за пределы невозмущенного облака. Теоретическая интерпретация результатов проведена с использованием гидродинамической модели (Главы 1-3), в рамках которых были получены профили электрического поля и потенциала, а также профиль концентрации пыли. Для расчета основных параметров многопоточкового течения мы использовали одночастичный подход, основанный на данных гидродинамической теории. Таким образом, были рассчитаны траектории частиц и профили скорости распадающегося солитона. Рассмотрены как диссипативный, так и консервативный случаи. В первом случае скорости ускоренных частиц и скорости солитона равны, и частицы при взаимодействии с волной испытывают затухающие колебания, что согласуется с экспериментальными результатами [1,2].

Детально исследована нелинейная пыле-акустическая неустойчивость, возбуждаемая в конденсированной субмикронной фракции пыли в четырехкомпонентной пылевой плазме тлеющего разряда постоянного тока при температуре газа $T_n \approx 2$ К [42,43]. Плазма содержала инжектированные частицы CeO_2 микронного размера и конденсированные наночастицы, а также электронный и ионный фон. Наноразмерная фракция конденсировалась из продуктов ионного распыления полимерного конуса, выполняющего функцию фокусировки электронного потока. Для теоретической интерпретации экспериментальных результатов использовалась простая гидродинамическая модель, позволяющая оценить следующие параметры разряда: λ_{Di} , T_i , скорости дрейфа частиц и т. д. Независимо от других авторов [32-36] было показано, что

ионы в разряде перегреваются при наличии значительного электрического поля. При этом длина экранирования определялась ионной популяцией ($\lambda_D = \lambda_{Di}$). Полученные оценки λ_{Di} хорошо согласуются с результатами [28] и в несколько раз превышают оценки [23,25]. Это расхождение связано с тем, что в [23,25] полагалось $T_i = T_n$, в то время как из нашего анализа следует $T_i \gg T_n$. Оценки других параметров разряда, а именно E/N , l_i , согласуются с [23]. Анализ действующих сил показал, что вторая (невидимая) фракция пыли дрейфует вверх со скоростью, в несколько раз превышающей пыле-акустическую скорость. Рассчитанное электрическое поле внутри гребней сильно нелинейных волн оказалось на порядок меньше поля разряда, что объясняет отсутствие связи между волнами и микронными частицами первой фракции. Кратко рассмотрены причины возбуждения неустойчивости. Наиболее вероятной причиной является нейтральная сила сопротивления, возникающая при дрейфе частиц второй фракции. Линейная стадия такой неустойчивости теоретически рассмотрена в [63]. Из расчетов следует, что скорость нелинейной волны V должна либо быть равной скорости дрейфа u_{0d2} , либо немного превышать ее (т.е. $V \geq u_{0d2}$). В сделанных оценках скорость солитона и скорость дрейфа совпадают по порядку величины.

Также в четвертой Главе представлены результаты интерпретации экспериментов по исследованию криогенной пылевой плазмы тлеющего разряда находящейся в газоподобном (околоидеальном) состоянии [60,61]. Проведены оценки параметра неидеальности, значение которого оказалось уникально малым $\Gamma \approx 0.2 \ll 1$. Кроме того, в пылевом облаке наблюдалась пыле-акустическая неустойчивость с необычными свойствами. Главной особенностью волнового процесса являлось слабая модуляция пылевой концентрации (т.е. малая амплитуда Δn_d), на первый взгляд, обусловленная линейностью процесса. Однако детальные исследования показали, что это не так. Анализ динамики отдельных пылевых частиц (на основе модели предложенной в Главе 3 [62]) показал, что электрическое поле волны

соизмеримо с электрическим полем разряда, что характерно для сильно нелинейных волн. Малая амплитуда возмущения пылевой концентрации при сильной нелинейности волны, по-видимому, обусловлена высокой кинетической температурой пылевой фракции и, соответственно, газообразным фазовым состоянием пылевого облака.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации представлены результаты теоретического исследования процессов взаимодействия солитонов акустического типа (ионно-, электронно- и пыле-акустических) с заряженными частицами плазмы, а также результаты интерпретации экспериментальных данных. Главным результатом работы является детальный анализ свойства плазменных солитонов, которое заключается в одностороннем переносе заряженных частиц электрическим полем уединенной волны (Глава 2). В частности, в рамках гидродинамической модели холодной двухкомпонентной плазмы показано, что ионно-звуковой солитон сжатия переносит (смещает в направлении своего движения) все ионы фона на расстояние до 4.5 радиусов Дебая. С использованием уравнения КдВ была найдена зависимость величины (дистанции) одностороннего переноса ионов от амплитуды солитона: $\Delta X(\Phi_0) = 2\sqrt{6\Phi_0}$. Характер данной зависимости указывает на то, что переносом заряженных частиц нельзя пренебрегать для ионно-звуковых солитонов произвольной (в том числе сколь угодно малой) амплитуды. Проведен анализ и обобщение результатов на солитоны других типов. Результаты представлены в сравнении с изученным ранее явлением волнового переноса, получившим название дрейфа Стокса.

Перенос заряженных частиц солитонами должен ассоциироваться с электрическими токами. Соответствующие электрические токи получили название "*солитонные токи*", детальное исследование их свойств представлено в диссертации. В частности, на основе гидродинамических моделей и одночастичного приближения показано, что ионные токи, индуцируемые ионно-звуковыми солитонами имеют импульсный характер с ненулевой постоянной составляющей. Для экспериментальной регистрации солитонных токов необходимо иметь приборы с временным разрешением на уровне периода ионной плазменной частоты или более высокое. В противном случае, солитонные токи можно ошибочно интерпретировать как токи ионных пучков.

Полученные результаты обобщены на случай электронно- и пыле-акустических солитонов.

Плазма, населенная волнами является неравновесной. С практической точки зрения полезно знать функции распределения неравновесной плазмы. В диссертационной работе представлены расчеты для функций распределения плазменных фракций, возмущаемых солитонами. Показано, что в областях, населенных солитонами, функции распределения по скоростям имеют несимметричную форму, сходную с функциями распределения по скоростям для плазмы, которая содержит пучки заряженных частиц. Возмущенные функции распределения по скоростям были получены усреднением по ансамблю частиц и усреднением по времени для одного пробного иона (на основе эргодической гипотезы). Результаты, полученные с помощью указанных подходов, полностью согласуются. В рамках эргодической гипотезы удалось получить аналитические формулы для описания возмущенных солитонами функций распределения плазмы по скоростям. Далее, имея выражения для указанных функций распределения, были рассчитаны солитонные токи, причем величина постоянной составляющей солитонных токов совпала со значением, полученным ранее в рамках гидродинамической модели и одночастичного приближения. Зная возмущенные функции распределения по скоростям для заряженных частиц, удалось рассчитать возмущенные функции распределения по энергиям.

Концепция диссипативных солитонов позволяет рассмотреть свойства уединенных волн с учетом таких процессов как диссипация, подкачка внешней энергии, производство энтропии. Указанная концепция описывает процессы самоорганизации (в т.ч. самовозбуждение волн) в термодинамически открытых системах. В рамках диссертации, свойства слабодиссипативных пыле-акустических солитонов проанализированы на основе гидродинамического и одночастичного приближения (Глава 3). Обнаружены существенные различия в свойствах диссипативных и консервативных солитонов. Рассчитаны важные динамические характеристики, такие как траектории, фазовые траектории и

скорости дрейфа пылевых частиц, взаимодействующих с солитоном и группой солитонов. Показано, что солитоны в группе могут влиять друг на друга посредством диссипации. Показано, что диссипативные солитоны существенно сильнее влияют на окружающую среду по сравнению с классическими солитонами. Проанализированы процессы тепловыделения, определяющие производство энтропии. Выявлена роль диссипации в упорядочении траекторий заряженных частиц. Полученные результаты свидетельствуют о том, что диссипативные солитоны обладают такими свойствами диссипативных структур, как упорядоченность, производство энтропии и др.

В рамках гидродинамической модели и одночастичного приближения описан процесс отражения (рассеяния) заряженных частиц пыле-акустическими солитонами. Рассеяние является упругим в консервативном (бесстолкновительном) случае и неупругим – при наличии диссипации. В первом случае скорость отраженных частиц близка к удвоенной скорости волны. Во втором случае скорость отраженных частиц примерно равна скорости волны; частицы как бы "прилипают" к переднему фронту солитона или нелинейной волны. В диссипативном случае, движение рассеиваемых заряженных частиц имеет колебательный характер. Рассчитаны спектры, декременты и другие параметры нового колебательного процесса.

В диссертации представлены новые методы анализа нелинейных волновых процессов в плазме (Глава 1). В частности, описан новый метод анализа пыле-акустических волн в пылевой плазме, учитывающий самосогласованный заряд пыли. Главное его преимущество заключается в использовании только аналитических функций. Построена теоретическая модель формирования ультрамедленных пыле-акустических солитонов. Определены области плазменных параметров, при которых могут существовать пыле-акустические солитоны с существенно дозвуковыми скоростями (близкими к нулю). Разработан простой (бесконтактный) метод оценки радиуса Дебая в коллоидной плазме, населенной нелинейными пыле-акустическими

волнами и солитонами, основанный только на анализе фотоизображений пылевых облаков.

В четвертой главе представлены примеры использования теоретических результатов для интерпретации экспериментов. Описаны эксперименты по исследованию эволюции нелинейных пыле-акустических волн и солитонов в пылевой разрядной плазме. Особое внимание уделено интерпретации экспериментов по исследованию криогенной пылевой плазмы, где приходится сталкиваться с дефицитом диагностических методик. С использованием разработанных теоретических моделей и методов получены оценки важных плазменных параметров, таких как радиус Дебая, температура ионов и др.

Публикации по теме диссертации

1. Volosevich A.V. Theoretical models of localized electrostatic structures in the auroral magnetosphere / A.V. Volosevich, Yu.I Galperid, F.M. Truhachev // Adv. Space Res. – 2002. -V. 30(7). – P. 1677-1680.
2. Volosevich A.V. Localized nonlinear electrostatic structures in the magnetosphere / A.V. Volosevich, F.M. Trukhachev, Yu.I. Galperin // International J. Geomagnetism and Aeronomy. – 2003. – V. 4(3). – P. 195–199.
3. Simonchik L.V. Solitary model of the charge particle transport in the collisionless plasma / L.V. Simonchik, F.M. Truhachev // Probl. At. Sci. Technol., Ser.: Plasma Phys. (13). 2007. № 1. P. 49.
4. Arkhipenko V.I. Suppression and feedback control of anomalous induced backscattering by pump–frequency modulation / V.I. Arkhipenko, E.Z. Gusakov, L.V. Simonchik, F.M.Truhachev // Phys. Rev. Letter. – 2008. – Vol. 101. – P. 175004.
5. Arkhipenko V.I. Resonant suppression and feedback control of anomalous induced backscattering by the pump frequency modulation / V.I. Arkhipenko, E.Z. Gusakov, L.V. Simonchik, F.M.Truhachev // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2009. – V. 51. – P. 125005.
6. Трухачев Ф.М. Электрические токи в плазме, индуцированные солитонами / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов // Космические исследования. – 2016. – Т. 54(5). – С. 377 – 383.
7. Трухачев Ф.М. Электрические токи, индуцированные в плазме ионно-звуковыми солитонами: учет захваченных электронов / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов, М.М. Могилевский, Д.В. Чугунин // Письма в ЖТФ. – 2018. – Вып. 11. – С. 87.
8. Трухачёв Ф.М. Анализ пыле-акустических солитонов с учётом самосогласованного заряда пылевых частиц с использованием рядов Тейлора и функции Ламберта / Ф. М. Трухачёв, М. М. Васильев, О. Ф. Петров, Е. Ю. Севрюгов // Вестник ОИВТ РАН. – 2018. – Т. 1. – С. 26.

9. Петров О.Ф. Крупномасштабный перенос заряженных макрочастиц, индуцированный пыле-акустическими солитонами / О. Ф. Петров, Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, Н. В. Герасименко // ЖЭТФ. – 2018. – Т. 153(6). – С. 1012.
10. Trukhachev F. M. A new approach to analysis of dust-acoustic solitons with a self-consistent charge of dust particles / F. M. Trukhachev, O. F. Petrov, M. M. Vasiliev, E. Yu. Sevryugov // J. Phys. A: Math. Theor. – 2019. – V. 52. – P. 345501.
11. Trukhachev F.M. Dust-acoustic soliton breaking and the associated acceleration of charged particles / F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov, E.V. Vasilieva // Phys. Rev. E. – 2019. – V. 100. – P. 063202.
12. Трухачев Ф.М. Солитонные токи (обзор) / Ф.М. Трухачев, М. М. Васильев, О.Ф. Петров // ТВТ. – 2020. – Т. 58 (4). – С. 563–583.
13. Trukhachev F.M. Relationship between the dust-acoustic soliton parameters and the Debye radius / F. M. Trukhachev, O. F. Petrov, M. M. Vasiliev, A. V. Tomov // J. Phys.: Conf. Ser. – 2020. – V. 1556. – P. 012073.
14. Gerasimenko N.V. One-dimensional nonlinear parametric instability of inhomogeneous plasma: time domain problem / N.V. Gerasimenko, F.M. Trukhachev, E.Z. Gusakov, L.V. Simonchik, A.V. Tomov // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2021. – V. 24 (3) – P. 272.
15. Trukhachev F.M. Microdynamic and thermodynamic properties of dissipative dust-acoustic solitons / F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov, E.V. Vasilieva // J. Phys. A: Math. Theor. – 2021. – V. 54. – P. 095702.
16. Trukhachev F.M. Elastic and inelastic particles scattering by dust acoustic soliton. A new oscillatory process in dusty plasma / F.M. Trukhachev, N.V. Gerasimenko, M. M. Vasiliev, O.F. Petrov // New J. Phys. – 2021. – V.23. – P. 093016.
17. Trukhachev F.M. Dust-acoustic waves in weakly coupled (gaseous) cryogenic dusty plasma / F.M. Trukhachev, R.E. Boltnev, A. A. Alekseevskaya, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov // Phys. Plasmas. 2021. V.28. P.093701.

18. Трухачев Ф.М. Влияние ионно-звуковых солитонов на функции распределения фоновой плазмы / Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, О. Ф. Петров // Физика плазмы. – 2022. – Т. 48(10). – С. 967-974.
19. Trukhachev F.M. Dust-acoustic nonlinear waves in a nanoparticle fraction of ultracold (2K) multicomponent dusty plasma / F.M. Trukhachev, R.E. Boltnev, M.M.Vasiliev, O.F. Petrov, // *Molecules* 2022, 27, 227.
20. Boltnev R.E. Synthesis of nanoclusters and quasy one-dimensional structures in glow discharge at $T \approx 2$ K / R.E. Boltnev, E.A. Kononov, F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2020. – V. 29. – P. 085004.
21. Трухачёв Ф.М. Особенности функций распределения по скоростям и энергиям для пылевой фракции в присутствии пыле-акустического солитона / Ф.М. Трухачёв, Н.В. Герасименко, М.М. Васильев, О.Ф. Петров // *Вестник ОИВТ РАН.* – 2022. – Т. 7. – С.15.
22. Трухачёв Ф.М. Нелинейные пыле-акустические волны в околоидеальной (газоподобной) криогенной пылевой плазме тлеющего разряда / Ф. М. Трухачёв, Р.Е. Болтнев, А.А. Алексеевская, М.М. Васильев, О.Ф.Петров // *Физика плазмы.* 2023. – Т. 49(1). – С. 1-7.
23. Trukhachev F.M. Unidirectional transport of ions and perturbation of plasma distribution functions by ion-acoustic solitons: Numerical simulation and analytical solution / F.M. Trukhachev, N. V. Gerasimenko, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov // *Physics of Plasmas*, 2023, 30 (2), 022113.
24. Трухачев Ф.М. Возмущенная ионно-звуковыми солитонами функция распределения по скоростям ионов плазмы: аналитический расчет на базе КдВ-уравнения / Ф.М. Трухачева, Н.В. Герасименко, М.М. Васильев, О.Ф. Петров // *Физика плазмы.* – 2023. – Т. 49(10). – С. 975–981.
25. Trukhachev F. M. Matter transport as fundamental property of acoustic solitons in plasma / F.M. Trukhachev, N.V. Gerasimenko, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov// *Phys. Plasmas.* – 2023. – V. 30. – P. 112302.

ЛИТЕРАТУРА**Список использованных источников во Введении:**

1. Арцимович Л.А. Физика плазмы для физиков / Л.А. Арцимович, Р.З. Сагдеев // – М.: Атомиздат. – 1979. – 129 с.
2. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи / М.: Мир. – 1987. – 480 с.
3. Russell J. S. 1838 Report of the Committee on Waves Report of the 7th Meeting of British Association for the Advancement of Science (Liverpool: John Murray). – 1838. – pp. 417.
4. Russell J. S. Report on Waves. Published in the York, 1844 BA reports. – 1845. – P. 311-390, plus plates 47-57.
5. Korteweg D.J. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves / D.J. Korteweg, G. De Vries // Phil. Mag. (ser. 5). – 1895. – V. 39. – P. 422.
6. Губанков В.Н. Солитоны. Серия: Новое в жизни, науке, технике. Сер Физика №12` М. Знание. – 1987. – 64 с.
7. Drazin P. G.; Johnson, R. S. Solitons: an introduction (2nd ed.). Cambridge University Press. – 1989. – 222 p.
8. Белова Т. И. Солитоны и их взаимодействия в классической теории поля / Т. И. Белова, А. Е. Кудрявцев // УФН. – 1997. Т. – 167. – С.377–406.
9. Davydov A. S. Solitons in molecular systems / Phys. Scr. – 1979. – V. 20. – P. 387.
10. Chen T. Excitation of ion acoustic waves with probes / T. Chen, L. Schott //Phys. Fluids. – 1977. – V.20. - P. 844–850..
11. Ze F. Excitation of spherical ion acoustic solitons with a conducting probe / F. Ze, N. Hershkowitz, C. Chan, K. E. Lonngren // Phys. Fluids. – 1979. –V. 22. – P. 1554–1557.

12. Aziz F. Experimental and simulation studies on soliton generation in a double-plasma device: role of fast ions / F. Aziz, [et.al.] // *Plasma Phys. Control. Fusion.* – 2011. – V. 53. – P. 065012.
13. Kerner B.S. Autosolitons. A new approach to problems of self-organization and turbulence / B.S. Kerner, V.V. Osipov // Springer Netherlands. – 1994. – pp.672.
14. Heinrich J. Laboratory observations of self-excited dust acoustic shocks / J. Heinrich, S.-H. Kim, R. L. Merlino // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 103. – P. 115002.
15. Ghosh A. Dissipative solitons in pair-ion plasmas / S. Ghosh, A. Adak, M. Khan // *Phys. Plasmas.* – 2014. – V. 21. – P. 012303.
16. Khan S. Weakly dissipative dust acoustic solitons in the presence of superthermal particles / S. Khan, [et. al.] // *Contributions to Plasma Physics.* – 2017. – V. 57. – P. 223.
17. El-Shewy K. Cylindrical dissipative soliton propagation in nonthermal mesospheric plasmas / E. K. El-Shewy, A. A. El-Rahman // *Phys. Scr.* – 2018. – V. 93. – P. 115202.
18. Farooq M. Dissipative ion acoustic solitary waves in collisional, magneto-rotating, non-thermal electron–positron–ion plasma / M. Farooq, A. Mushtaq, J. Qasim // *Contrib. Plasma Phys.* (published online). – 2018. <https://doi.org/10.1002/ctpp.201800055>,
19. Shan S.A. Dissipative electron-acoustic solitons in a cold electron beam plasma with superthermal trapped electrons // *Astrophys. Space Sci.* – 2019. – V. 364. - P. 36.
20. Pereira N.R. Dissipative electron-acoustic solitons in a cold electron beam plasma with superthermal trapped electrons // *Phys. Fluids.* – 1977. – V. 20. – P. 1733.
21. Sultana S. Dissipative high-frequency envelope soliton modes in nonthermal plasmas / S. Sultana, R. Schlickeiser, I. S. Elkamash, I. Kourakis // *Phys. Rev. E.* – 2019. – V. 98. – P. 033207.

22. Heidemann R. Dissipative Dark Soliton in a Complex Plasma / R. Heidemann, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 102. – P. 135002.
23. Samsonov D. Dissipative longitudinal solitons in a two-dimensional strongly coupled complex (dusty) plasma / D. Samsonov, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – V. 88. – P. 095004.
24. Akhmediev N. Dissipative solitons in the complex ginzburg-landau and swift-hohenberg equations. *Lecture Notes in Physics* / N. Akhmediev, A. Ankiewicz // Springer, Berlin, Heidelberg. – 2005. – V. 661. – P. 17-34.
25. Akhmediev N. Dissipative solitons: present understanding, applications and new developments / N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J-M. Soto-Crespo, P. Grelu // *International Journal of Bifurcation and Chaos.* – 2009. – V. 19(8). – P. 2621–2636.
26. Cross M.C. Pattern formation outside of equilibrium / M. C. Cross, P. C. Hohenberg // *Rev. Mod. Phys.* – 1993. – V. 65. – P. 851.
27. Trukhachev F.M. Dust-acoustic soliton breaking and the associated acceleration of charged particles / F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov, E.V. Vasilieva // *Phys. Rev. E.* – 2019. – V. 100. – P. 063202.
28. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика // М. Наука. – 1981. – сс. 504.
29. Adam J. Review of tokamak plasma heating by wave damping in the ion cyclotron range of frequency // *Plasma Phys. Control. Fusion.* – 1987. – V. 29. – P. 443.
30. Ландау Л. Д. Собрание трудов. М. – 2008. – Т. 2. – 450 сс.
31. O’Neil T. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillations // *Phys. Fluids.* – 1965. – V. 8. – P. 2255.
32. Bailey, Jr. V. L. Nonlinear oscillations in a collisionless plasma / V. L. Bailey, Jr., J. Denavit // *Phys. Fluids.* – 1970. – V. 13. – P. 451.
33. Davidson R. C. *Methods in Nonlinear Plasma Theory.* – Academic, New York. – 1972. – pp. 63–70.

34. Drummond W. E. The damping of plasma waves // *Phys. Plasmas*. – 2005. – V. 12. – P. 092311.
35. Tsintsadze N.L. Nonlinear Landau damping of transverse electromagnetic waves in dusty plasmas / N. L. Tsintsadze, Rozina Chaudhary, H. A. Shah, G. Murtaza // *Phys. Plasmas*. – 2009. – V. 16. – P. 043702.
36. Stasiewicz K. Stochastic ion heating by orbit chaotization on electrostatic waves and nonlinear structures // K. Stasiewicz, R. Lundin, G. Marklund // *Phys. Scr.* – 2000. – V. 84. – P. 60.
37. Wang C.B. Heating of ions by Alfvén waves via nonresonant interactions / C.B. Wang, C.S. Wu, P.H. Yoon // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – V. 96. – P. 125001.
38. Arkhipenko V.I. Suppression and feedback control of anomalous induced backscattering by pump–frequency modulation / V.I. Arkhipenko, E.Z. Gusakov, L.V. Simonchik, F.M. Truhachev // *Phys. Rev. Letter.* – 2008. – Vol. 101. – P. 175004.
39. Arkhipenko V.I. Resonant suppression and feedback control of anomalous induced backscattering by the pump frequency modulation / V.I. Arkhipenko, E.Z. Gusakov, L.V. Simonchik, F.M. Truhachev // *Plasma Phys. Control. Fusion*. – 2009. – V. 51. – P. 125005.
40. Singh N. Electrostatic wave generation and transverse ion acceleration by Alfvénic wave components of broadband extremely low frequency turbulence / N. Singh, G. Khazanov, A. Mukhter // *J. Geophys. Res.* – 2007. – V. 112. – P. A06210.
41. Alberti S. Plasma heating with millimetre waves // *Nature Phys.* – 2007. – V. 3. – P. 376–377.
42. Esarey E. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators / E. Esarey, C.B. Schroeder, W.P. Leemans // *Rev. Mod. Phys.* – 2009. – V. 81. – P. 1229–1285.
43. Dong C. Ion pseudoheating by low-frequency Alfvén waves revisited / C. Dong, N. Singh // *Phys. Plasmas*. – 2013. – V. 20. – P. 012121.

44. Escande D.F. Relevant heating of the quiet solar corona by Alfvén waves: a result of adiabaticity breakdown / D.F. Escande, V. Gondret, Fabio Sattin // *Scientific Reports*. – 2019. – V. 9(1). – P. 14274.
45. Gerasimenko N.V. One-dimensional nonlinear parametric instability of inhomogeneous plasma: time domain problem / N.V. Gerasimenko, [et.al.] // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. – 2021. – V. 24 (3) – P. 272.
46. Seo J. Ion heating by nonlinear Landau damping of high-n toroidal Alfvén eigenmodes in ITER / J. Seo, Y.-S. Na, T.S. Hahm // *Nuclear Fusion*. – 2021. – V. 61:9. – P. 096022.
47. Modena A. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves / A. Modena, [et. al.] // *Nature*. – 1995. – V. 377. – P .606.
48. Adli E. Acceleration of electrons in the plasma wakefield of a proton bunch / E. Adli, [et al.] // *Nature*. – 2018. – V. 561. – P. 363–367.
49. Matsumoto H. et al., Electrostatic solitary waves (ESW) in the magnetotail: BEN wave forms observed by Geotail / H. Matsumoto, [et al.] // *Geophys. Res. Lett.* – 1994. – V. 21. – P. 2915–2918.
50. Pickett J.S. Solitary waves observed in the auroral zone: The Cluster multispacecraft perspective / J.S. Pickett, [et al.] // *Nonlinear Processes Geophys.* – 2004. – V. 11. – P. 183–196.
51. Bounds S. Solitary structures associated with ion and electron beams near 1 Re altitude / S. J. Bounds, [et al.] // *Geophys. Res.* – 1999. – V. 104. – P. 28709–28717.
52. McFadden J.P. FAST observations of ion solitary waves / J.P. McFadden, [et al.] // *J. Geophys. Res.* – 2003. –V. 108 (4). – P. 8018.
53. Temerin M. Observations of double layers and solitary waves in the auroral plasma / M. Temerin, K. Cerny, W. Lotko, F.S. Mozer // *Phys. Rev. Lett.* – 1982. – V. 48. – P. 1175–1179.
54. Bostrom R. Characteristics of solitary waves and weak double layers in the magnetospheric plasma / R. Bostrom, [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1988. –V. 61. –P. 82–85.

55. Lakhina G. S. Electrostatic Solitary Structures in Space Plasmas: Soliton Perspective / G. S. Lakhina, S. Singh, R. Rubia, S. Devanandhan // Plasma. – 2021. – V. 4. – P. 681.
56. Волосевич А., Гальперин Ю., Нелинейные электростатические волны и движущиеся локализованные структуры во внешней плазмосфере и в авроральной магнитосфере, Космич. исслед., т. 38, N5, с. 549-560, 2000.
57. Prigogine I. Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes // Interscience Publishers, Inc., New York, 2nd ed. – 1961. – pp. 119.
58. Климонтович Ю.Л. Критерии относительной степени упорядоченности открытых систем // УФН. – 1996. – Т. 166. – С. 1231–1243.
59. Турицын С.К. Диссипативные солитоны в волоконных лазерах / С.К. Турицын, [и др.] // УФН. – 2016. – Т. 186. – С. 713–742.
60. Skarka V. Extension of the stability criterion for dissipative optical soliton solutions of a two-dimensional Ginzburg–Landau system generated from asymmetric inputs / V.Skarka, D.V. Timotijevi'c, N.B. Aleksi'c // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2008. – V. 10. – P. 075102.
61. Mao D. Observation of a giant-chirp dissipative soliton and near chirp-free pulse in a slight-normal-dispersion fiber laser / D. Mao, B.Q. Jiang, W.D. Zhang, J. L. Zhao // Laser Phys. – 2014. –V.24. –P.105103.
62. Lin S. Generation of noise-like pulse and dissipative soliton pair in actively mode-locked fiber laser / S. Lin, J. Yu, W. Li // Laser Phys. – 2019. – V. 29. – P. 025106.
63. Choi S.Y. All-fiber dissipative soliton laser with 10.2 nJ pulse energy using an evanescent field interaction with graphene saturable absorber / S.Y. Choi // Laser Phys. Lett. – 2014. – V. 11. – P. 015101.
64. P.K Shukla, A.A Mamun, Introduction to Dusty Plasma Physics. CRC Press. – 2015. – 450 pp.
65. Петров О.Ф. Крупномасштабный перенос заряженных макрочастиц, индуцированный пыле-акустическими солитонами / О. Ф. Петров, Ф. М.

- Трухачев, М. М. Васильев, Н. В. Герасименко // ЖЭТФ. – 2018. – Т. 153(6). – С. 1012.
66. Трухачев Ф.М. Солитонные токи (обзор) / Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, О. Ф. Петров // ТВТ. – 2020. – Т. 58 (4). – С. 563–583.
67. Фортов В.Е. Пылевая плазма / В. Е. Фортов, [и др.] // УФН. – 2004. – Т. 174. – С. 495.
68. Молотков В. И. Пылезвуковые волны в плазме тлеющего разряда постоянного тока / В. И. Молотков, А. П. Нефедов, В. М. Торчинекий, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак // ЖЭТФ. – 1999. – Т. 116. – №. 3(9). – С. 902-907.
69. Stokes G.G. On the theory of oscillatory waves // Trans. Camb. Philos. Soc. – 1847. – 8. – P. 441–455.
70. Konno K. Propagation of Ion Acoustic Cnoidal Wave / K. Konno, T. Mitsuhashi, Y. H. Ichikawa // Journal of the Physical Society of Japan. – 1979. – V. 46. – P. 1907.
71. Dubinov A.E. The separation of ions and fluxe in nonlinear ion-acoustic waves / A.E. Dubinov, I.N. Kitayev, D.Yu Kolotkov // Physics of Plasmas. – 2021. – V. 28(8). – P. 083702.
72. Trukhachev F. M. Matter transport as fundamental property of acoustic solitons in plasma / F. M. Trukhachev, N. V. Gerasimenko, M. M. Vasiliev, O. F. Petrov // Phys. Plasmas – 2023. – V. 30. – P. 112302.
73. Трухачев Ф.М. Электрические токи в плазме, индуцированные солитонами / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов // Космические исследования. – 2016. – Т. 54(5). – С. 377 – 383.
74. Трухачев Ф.М. Электрические токи, индуцированные в плазме ионно-звуковыми солитонами: учет захваченных электронов / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов, М.М. Могилевский, Д.В. Чугунин // Письма в ЖТФ. – 2018. – Вып. 11. – С. 87.
75. Трухачев Ф.М. Влияние ионно-звуковых солитонов на функции распределения фоновой плазмы / Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, О. Ф. Петров // Физика плазмы. – 2022. – Т. 48(10). – С. 967-974.

76. Trukhachev F.M., Unidirectional transport of ions and perturbation of plasma distribution functions by ion-acoustic solitons: Numerical simulation and analytical solution / F.M. Trukhachev, N. V. Gerasimenko, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov // *Physics of Plasmas*, 2023, 30 (2), 022113.
77. Трухачев Ф. М. Возмущенная ионно-звуковыми солитонами функция распределения по скоростям ионов плазмы: аналитический расчет на базе КдВ-уравнения / Ф. М. Трухачева, Н. В. Герасименко, М. М. Васильева, О. Ф. Петров // *Физика плазмы*. – 2023. – Т. 49(10). – С. 975–981.

Список использованных источников в Главе 1:

1. Власов А. А. О вибрационных свойствах электронного газа // *ЖЭТФ*. – 1938. – Т. 8 (3). – С. 291.
2. Арцимович Л.А. Физика плазмы для физиков / Л.А. Арцимович, Р.З. Сагдеев // – М.: Атомиздат. – 1979. – 129 с.
3. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика / Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский // – М. Наука. – 1979. – 528 с.
4. Сыроватский С. И. Магнитная гидродинамика // *УФН*. – 1957. – Т. 62. – С. 247-303.
5. Молотков В. И. Пылезвуковые волны в плазме тлеющего разряда постоянного тока / В. И. Молотков, А. П. Нефедов, В. М. Торчинекий, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак // *ЖЭТФ*. – 1999. – Т. 116. – №. 3(9). – С. 902-907.
6. Bernstein I. B. Exact nonlinear plasma oscillations / I. B. Bernstein, J. M. Greene, M.D. Kruskal // *Physical Review*. – 1957. – V. 108. – P. 546.
7. Hutchinson I. H. electron holes in phase space: what they are and why they matter // *Physics of Plasmas*. – 2017. – V. 24. – P. 055601.
8. H. Schamel. Pattern formation in Vlasov-Poisson plasmas beyond Landau caused by the continuous spectra of electron and ion hole equilibria // *Reviews of Modern Plasma Physics*. – 2023. – V. 7. – P. 11.
9. Ахиезер А. И. Электродинамика плазмы / А. И. Ахиезер. – 2-е изд., перераб. – М.: Наука, 1974. – 720 с.

10. Сагдеев Р.З. Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме // Вопросы теории плазмы / Ред. Леонтович М.А. М.: Атомиздат. – 1964. – Вып. 4. – С. 20.
11. Stokes G.G. On the theory of oscillatory waves // Trans. Camb. Philos. Soc. – 1847. – 8. – P. 441–455.
12. Falkovich G. Fluid Mechanics (A short course for physicists). Cambridge University Press. – 2011. – 171 p. ISBN 978-1-107-00575-4.
13. Korteweg D.J., De Vries, G. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves // Phil. Mag. (ser. 5) – 1895. – V. 39. – P. 422.
14. Washimi H., Taniuti, T. Propagation of ion-acoustic solitary waves of small amplitude // Phys. Rev. Lett. – 1966. – V. 17. – P. 996.
15. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи / М.: Мир. – 1987. – 480 с.
16. Карпман В.И. Теория возмущений для солитонов / В.И. Карпман, Е.М. Маслов // ЖЭТФ. – 1977. – Т. 73. – С. 532.
17. Herman R.L. A direct approach to studying soliton perturbations // J. Phys. A. – 1990. – V. 23. – P. 2327.
18. Ghosh S. Dissipative solitons in pair ion plasmas / S. Ghosh, A. Adak, M. Khan // Phys. Plasmas. – 2014. – V. 21. – P. 012303.
19. Khan S. Weakly Dissipative Dust Acoustic Solitons in the Presence of Superthermal Particles / S. Khan [et.al.] // Contributions to Plasma Physics. – 2017. – V. 57. – P. 223.
20. Губанков В.Н. Солитоны. Серия: Новое в жизни, науке, технике. Сер Физика №12` М. Знание. – 1987. – 64 с.
21. Drazin P. G.; Johnson, R. S. Solitons: an introduction (2nd ed.). Cambridge University Press. – 1989. – 222 p.
22. Белова Т. И. Солитоны и их взаимодействия в классической теории поля / Т. И. Белова, А. Е. Кудрявцев // УФН. – 1997. Т. – 167. – С.377–406.

23. Davydov A. S. Solitons in molecular systems / *Phys. Scr.* – 1979. – V. 20. – P. 387.
24. Volosevich A.V. Theoretical models of localized electrostatic structures in the auroral magnetosphere /A.V. Volosevich, Yu.1 Galperid, F.M. Truhachev // *Adv. Space Res.* – 2002. -V. 30(7). – P. 1677-1680.
25. Ghosh S. S. Large Mach number ion acoustic rarefactive solitary waves for a two electron temperature warm ion plasma / S. S. Ghosh, K. K. Ghosh, A. N. Sekar Iyengar // *Physics of Plasmas.* – 1996. – V. 3. – P. 3939.
26. Трухачев Ф. М. Возмущенная ионно-звуковыми солитонами функция распределения по скоростям ионов плазмы: аналитический расчет на базе КДВ-уравнения / Ф. М. Трухачева, Н. В. Герасименко, М. М. Васильева, О. Ф. Петров // *Физика плазмы.* – 2023. – Т. 49(10). – С. 975–981.
27. Трухачев Ф.М. Солитонные токи (обзор) / Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, О. Ф. Петров // *ТВТ.* – 2020. – Т. 58 (4). – С. 563–583.
28. Trukhachev F.M., Unidirectional transport of ions and perturbation of plasma distribution functions by ion-acoustic solitons: Numerical simulation and analytical solution / F.M. Trukhachev, N. V. Gerasimenko, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov // *Physics of Plasmas*, 2023, 30 (2), 022113.
29. Трухачев Ф.М. Электрические токи в плазме, индуцированные солитонами / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов // *Космические исследования.* – 2016. – Т. 54(5). – С. 377 – 383.
30. Gary S.P. The electron-acoustic mode / Gary S.P., Tokar R.L. // *Phys. Fluids.* – 1985. – V. 28. – P. 2439–2441.
31. Berthomier M. Electron-acoustic solitons in an electron-beam plasma system / M. Berthomier, R. Pottelette, M. Malingre, Y. Khotyaintsev // *Physics of Plasmas.* – 2000. – V. 7. – P. 2987.
32. Tagare S. Electron acoustic solitons in the Earth's magnetotail / S. Tagare, S. Singh, R. Reddy, G. Lakhina // *Nonlinear Processes in Geophysics.* – 2004. – V. 11. – P. 215.

33. El-Shewy E. Effect of the presence of excess superthermal hot electrons on electron-acoustic solitary waves in auroral zone plasma / E. El-Shewy // *Astrophysics and Space Science*. – 2011. – V. 335. – P. 389.
34. Rao N. N. Dust-acoustic waves in dusty plasmas / N. N. Rao, P. K. Shukla // *Planet. Space Sci.* – 1990. – V. 38(4). – P. 543.
35. Фортов В.Е. Пылевая плазма / В. Е. Фортов, [и др.] // *УФН*. – 2004. – Т. 174. – С. 495.
36. P.K Shukla, A.A Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*. CRC Press. – 2015. – 450 pp.
37. Kotsarenko N.Ya. Electrostatic Spatially Limited Solitons in a Magnetised Dusty Plasma / N.Ya. Kotsarenko, S.V. Koshevaya, G.A. Stewart, D. Maravilla // *J. Planet Space Sci.* – 1998. – V. 46. – P. 429.
38. Петров О.Ф. Крупномасштабный перенос заряженных макрочастиц, индуцированный пыле-акустическими солитонами / О. Ф. Петров, Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, Н. В. Герасименко // *ЖЭТФ*. – 2018. – Т. 153(6). – С. 1012.
39. Trukhachev F.M. Dust-acoustic soliton breaking and the associated acceleration of charged particles / F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov, E.V. Vasilieva // *Phys. Rev. E*. – 2019. – V. 100. – P. 063202.
40. Trukhachev F. M. Elastic and inelastic particles scattering by dust acoustic soliton. A new oscillatory process in dusty plasma / F.M. Trukhachev, N.V. Gerasimenko, M. M. Vasiliev, O.F. Petrov // *New J. Phys.* – 2021. – V.23. – P. 093016.
41. Merlino R. L. Electron and ion inertia effects on current-driven collisional dust acoustic, dust ion acoustic, and ion acoustic instabilities / R. L. Merlino, N. D'Angelo // *Phys. Plasmas*. – 2005. – V. 12. – P. 054504.
42. Mendoza-Briceno C. A. Large amplitude electrostatic solitary structures in a hot non-thermal dusty plasma / C. A. Mendoza-Briceno, S. M. Russel, A. A. Mamun // *Planet. Space Sci.* – 2000. – V. – P. 48 599.

43. Varma R.K. Electrostatic oscillations in the presence of grain-charge perturbations in dusty plasmas / R.K. Varma, P.K. Shukla, V. Krishan // *Phys. Rev. E.* – 1993. – V. 47. – P. 3612.
44. Melandse F. A new damping effect for the dust-acoustic wave Plane / F. Melandse, T. Aslaksen, O. Havnes // *Space Sci.* – 1993. – V. 41. - P. 312.
45. Fortov V. E. Mechanism of dust-acoustic instability in a direct current glow discharge plasma / V. E. Fortov, [et.al.] // *Phys. Plasmas.* – 2000. – V. 7(5). – P. 1374.
46. Rao N. N. Nonlinear dust-acoustic waves with dust charge fluctuations / N. N. Rao, P. K. Shukla // *Planet. Space Sci.* – 1994. – V. 42(3). – P. 221.
47. Ma J. X. Dust-acoustic soliton in a dusty plasma / J. X. Ma, J. Liu // *Phys. Plasmas.* – 1997. – V. 4. – P. 253.
48. Barnes M. S. Transport of dust particles in glow-discharge plasmas / M. S. Barnes, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68. – P. 313.
49. Trukhachev F. M. A new approach to analysis of dust-acoustic solitons with a self-consistent charge of dust particles / F. M. Trukhachev, O. F. Petrov, M. M. Vasiliev, E. Yu. Sevryugov // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2019. – V. 52. – P. 345501.
50. Boyd J.P. Global Approximations to the Principal Real-Valued Branch of the Lambert W-function // *Appl. Math. Lett.* – 1998. – V. 11(6). – P. 27.
51. Kotsarenko N.Ya. Electrostatic spatially limited solitons in a magnetised dusty plasma / N.Ya. Kotsarenko, S.V. Koshevaya, G.A. Stewart, D. Maravilla // *Planet. Space Sci.* – 1998. – V. 46(4). – P. 429.
52. Трухачёв Ф.М. Анализ пыле-акустических солитонов с учётом самосогласованного заряда пылевых частиц с использованием рядов Тейлора и функции Ламберта / Ф. М. Трухачёв, М. М. Васильев, О.Ф. Петров, Е. Ю. Севрюгов // *Вестник ОИВТ РАН.* – 2018. – Т. 1. – С. 26.
53. D'Angelo N. Coulomb solids and low-frequency fluctuations in RF dusty plasmas // *J. Phys. D. Appl. Phys.* – 1995. – V. 28. – P. 1009-1010.

54. Chakrabarti N. Nonstationary nonlinear dust-acoustic waves in unmagnetized plasma / N. Chakrabarti, M. S. Janaki // *Phys. Plasmas*. – 2003. – V. 10(8). – P. 3043.
55. Wu J. Observation of a non-propagating hydrodynamic soliton / J. Wu, R. Keolian, I. Rudnick // *Phys. Rev. Lett.* – 1984. – V. 52. – P. 1421.
56. Zhou X. Numerical Calculation of a Standing Soliton / X. Zhou, Y. Rui // *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation* , 4, 3, p. 207 (1999).
57. Schwabe M. Highly resolved self-excited density waves in a complex plasma / M. Schwabe, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – V. 99. – P. 095002.
58. Teng L.-W. Wave-Particle Dynamics of Wave Breaking in the Self-Excited Dust Acoustic Wave / L.-W. Teng, M.-C. Chang, Y.-P. Tseng, L. I // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 103. – P. 245005.
59. Trukhachev F. M. Relationship between the dust-acoustic soliton parameters and the Debye radius / F. M. Trukhachev, O. F. Petrov, M. M. Vasiliev, A. V. Tomov // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2020. – V. 1556. – P. 012073.
60. Liu J. Dust-acoustic soliton in a streaming plasma / J. Liu, J. X. Ma // *Chin. Phys. Lett.* – 1997. – V. 14. – P. 432.

Список источников к Главе 2

1. Russell J. S. 1838 Report of the Committee on Waves Report of the 7th Meeting of British Association for the Advancement of Science (Liverpool: John Murray). – 1838. – pp. 417.
2. Russell J. S. Report on Waves. Published in the York, 1844 BA reports. – 1845. –P. 311-390, plus plates 47-57.
3. Korteweg D.J. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves / D.J. Korteweg, G. De Vries // *Phil. Mag. (ser. 5)*. – 1895. – V. 39. – P. 422.

4. Сагдеев Р.З. Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме // Вопросы теории плазмы / Ред. Леонтович М.А. М.: Атомиздат. – 1964. – Вып. 4. – С. 20.
5. Washimi H. Propagation of Ion-Acoustic Solitary Waves of Small Amplitude / H. Washimi, T. Taniuti // Phys. Rev. Lett. – 1966. – V. 17. – P. 996.
6. Tran M. Q. Ion acoustic solitons in a plasma: A review of their experimental properties and related theories. Phys. Scr. – 1979. – V. 20. – P. 317.
7. Lonngren K. E. Soliton in Action, edited by K. Lonngren and A. Scott. – Academic, New York, – 1978. – 297 pp.
8. Ikezi H. High power soliton generation at microwave frequencies / H. Ikezi // Journal of Applied Physics. – 1988. – V. 64. – P. 3277.
9. Hussain S. Magnetosonic wave in pair-ion electron collisional plasmas / S. Hussain, H. Hasnain // Physics of Plasmas. – 2017. – V. 24. – P. 032106.
10. Newell A.C. Solitons in mathematics and physics. – SIAM, Philadelphia. – 1985. – 260 pp.
11. Manukure S. A short overview of solitons and applications. Partial Differential Equations / S. Manukure, T. Booker // Appl. Math., – 2021. – V. 4. – P. 100140.
12. Stokes G.G. On the theory of oscillatory waves // Trans. Camb. Philos. Soc. – 1847. – 8. – P. 441–455.
13. Ven den Bremer T.S. Breivik O. Stokes drift / T.S. Ven den Bremer O. Breivik // Philos. Trans. R. Soc. A. – 2017. – V. 376. – P. 20170104.
14. G. Falkovich. Fluid Mechanics (A short course for physicists). – Cambridge University Press. – 2011. – 171 pp. ISBN 978-1-107-00575-4.
15. Fenton J.D., The numerical solution of steady water wave problems // Computers & Geosciences. – 1988. – V. 14(3). – P. 357-368.
16. Konno K. Propagation of Ion Acoustic Cnoidal Wave / K. Konno, T. Mitsuhashi, Y. H. Ichikawa // Journal of the Physical Society of Japan. – 1979. – V. 46. – P. 1907.

17. Dubinov A.E. The separation of ions and fluxe in nonlinear ion-acoustic waves / A.E. Dubinov, I.N. Kitayev, D.Yu Kolotkov // *Physics of Plasmas*. – 2021. – V. 28(8). – P. 083702.
18. Алешин И.М. Некоторые новые свойства сильно нелинейного ионного звука / И.М. Алешин, Д.В. Перегудов // *Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия*. – 2000. – № 1. – С. 8-11.
19. Simonchik L.V. Solitary model of the charge particle transport in the collisionless plasma / L.V. Simonchik, F.M. Truhachev // *Probl. At. Sci. Technol., Ser.: Plasma Phys.* (13). 2007. № 1. P. 49.
20. Трухачев Ф.М. Электрические токи в плазме, индуцированные солитонами / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов // *Космические исследования*. – 2016. – Т. 54(5). – С. 377 – 383.
21. Трухачев Ф.М. Солитонные токи (обзор) / Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, О. Ф. Петров // *ТВТ*. – 2020. – Т. 58 (4). – С. 563–583.
22. Трухачев Ф.М. Электрические токи, индуцированные в плазме ионно-звуковыми солитонами: учет захваченных электронов / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов, М.М. Могилевский, Д.В. Чугунин // *Письма в ЖТФ*. – 2018. – Вып. 11. – С. 87.
23. Trukhachev F.M., Vasiliev, M.M., Petrov, O.F., Vasilieva, E.V., Dust-acoustic soliton breaking and the associated acceleration of charged / F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov, E.V. Vasilieva, // *Phys. Rev. E*. – 2019. – V. 100. – P. 063202.
24. Bole J. Soliton Currents In The South China Sea: Measurements And Theoretical Modeling / J. Bole, C. Ebbesmeyer, R. Romea // in *Offshore Technology Conference .OnePetro*. – 1994 (<https://doi.org/10.4043/7417-MS>).
25. A. E. Dubinov X. I. Lebedeva, Ambiplasma separation into matter and antimatter by a train of baryon-acoustic solitons in the problem of the baryon asymmetry of the Universe, *Chaos, Solitons & Fractals* 152, 111391, (2021).

26. Трухачев Ф.М. Влияние ионно-звуковых солитонов на функции распределения фоновой плазмы / Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, О. Ф. Петров // Физика плазмы. – 2022. – Т. 48(10). – С. 967-974.
27. Trukhachev F.M. Unidirectional transport of ions and perturbation of plasma distribution functions by ion-acoustic solitons: Numerical simulation and analytical solution / F.M. Trukhachev, N. V. Gerasimenko, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov // Physics of Plasmas. – 2023. – V. 30(2). – P. 022113.
28. Трухачев Ф.М. Возмущенная ионно-звуковыми солитонами функция распределения по скоростям ионов плазмы: аналитический расчет на базе КдВ-уравнения / Ф. М. Трухачев, Н. В. Герасименко, М. М. Васильева, О. Ф. Петрова // Физика плазмы. – 2023. – Т. 49 (10). – С. 975–981.
29. Trukhachev F. M. Matter transport as fundamental property of acoustic solitons in plasma/ F. M. Trukhachev, N. V. Gerasimenko, M. M. Vasiliev, O. F. Petrov// Phys. Plasmas – 2023. – V. 30. – P. 112302.
30. Bernstein I. B. Exact Nonlinear Plasma Oscillations / I. B. Bernstein, J. M. Greene, and M. D. Kruskal // Physical Review. – 1957. – V. 108. – P. 546.
31. Гуревич А.В. Распределение захваченных частиц в потенциальной яме в отсутствии столкновений // ЖЭТФ. – 1967. – Т. 53(3). – С. 953–964.
32. Chang M.C. Micro-origin of no-trough trapping in self-excited nonlinear dust acoustic waves / M.C. Chang, L.W. Teng, I. Lin // Phys. Rev. Lett. – 2012. – V. 85. – P. 046410.
33. Trukhachev F. M. Elastic and inelastic particles scattering by dust acoustic soliton. A new oscillatory process in dusty plasma / F.M. Trukhachev, N.V. Gerasimenko, M. M. Vasiliev, O.F. Petrov // New J. Phys. – 2021. – V.23. – P. 093016.
34. Pickett J.S. Solitary waves observed in the auroral zone: the Cluster multi-spacecraft perspective / J.S. Pickett, [et.al.] // Nonlinear Processes in Geophysics. – 2004. – V.11. – P.183 – 196.

35. Bounds S. Solitary potential structures associated with ion and electron beams near 1RE altitude / S. Bounds, [et.al.] // J. Geophys. Res. – 1999. – V.104. – P. 28709.
36. Lakhina G. S. Electrostatic Solitary Structures in Space Plasmas: Soliton Perspective / G. S. Lakhina, S. Singh, R. Rubia, S. Devanandhan // Plasma. – 2021. – V. 4. – P. 681.
37. Tagare S. Electron acoustic solitons in the Earth's magnetotail / S. Tagare, S. Singh, R. Reddy, G. Lakhina // Nonlinear Processes in Geophysics. – 2004. – V. 11. – P. 215.
38. Mamun A. Arbitrary amplitude dust-acoustic solitary structures in a three-component dusty plasma // Astrophysics and Space Science. – 1999. –V. 268. – P. 443–454.
39. Петров О.Ф. Крупномасштабный перенос заряженных макрочастиц, индуцированный пыле-акустическими солитонами / О. Ф. Петров, Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, Н. В. Герасименко // ЖЭТФ. – 2018. – Т. 153(6). – С. 1012.
40. Trukhachev F.M. Microdynamic and thermodynamic properties of dissipative dust-acoustic solitons / F. M. Trukhachev, M. M. Vasiliev, O. F. Petrov, E. V. Vasilieva // J. Phys. A: Math. Theor. – 2021. – V. 54. – P. 095702.
41. Balachandran A.P. The nucleon as a soliton // Pramana – J. Phys. – 1985. – V. 25(4). – P. 473-479.
42. Johnston C.R., Epstein M. On the Exact Amplitude, Speed and Shape of Ion-Acoustic Waves // Physics of Plasmas. 2000. V. 7. P. 906.
43. Ghosh S.S., Ghosh K.K., Sekar Lyender A.N. Large mach number ion acoustic rarefactive solitary waves for a two electron temperature warm ion plasma // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 3939 - 3945.
44. Pickett J.S. Solitary waves observed in the auroral zone: the Cluster multi-spacecraft perspective / J.S. Pickett, [et.al.] // Nonlinear Processes in Geophysics. – 2004. – V.11. – P.183 – 196.

45. Bounds S. Solitary potential structures associated with ion and electron beams near 1RE altitude / S. Bounds, [et.al.] // J. Geophys. Res. – 1999. – V .104. – P. 28709.
46. Lakhina G. S. Electrostatic Solitary Structures in Space Plasmas: Soliton Perspective / G. S. Lakhina, S. Singh, R. Rubia, S. Devanandhan // Plasma. – 2021. – V. 4. – P. 681.
47. Volosevich A.V. Localized nonlinear electrostatic structures in the magnetosphere / A.V. Volosevich, F.M. Trukhachev, Yu.I. Galperin //International J. Geomagnetism and Aeronomy. – 2003. – V. 4(3). – P. 195–199.
48. Okutsu E., Nakamura M., Nakamura Y., Itoh T. Amplification of ion-acoustic solitons by an ion beam // Plasma Physics. 1978. 20. P. 561 - 568.
49. Abrol P. S., Tagare S. G. Ion-beam generated ion acoustic solitons in beam plasma system with non-isothermal electrons // Plasma Physics. 1980. V.22. P. 831 - 841.
50. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. 182 с.
51. Gary S.P. The electron-acoustic mode / Gary S.P., Tokar R.L. // Phys. Fluids. – 1985. – V. 28. – P. 2439–2441.
52. Berthomier M. Electron-acoustic solitons in an electron-beam plasma system / M. Berthomier, R. Pottelette, M. Malingre, Y. Khotyaintsev // Physics of Plasmas. – 2000. – V. 7. – P. 2987.
53. Tagare S. Electron acoustic solitons in the Earth's magnetotail / S. Tagare, S. Singh, R. Reddy, G. Lakhina // Nonlinear Processes in Geophysics. – 2004. – V. 11. – P. 215.
54. El-Shewy E. Effect of the presence of excess superthermal hot electrons on electron-acoustic solitary waves in auroral zone plasma / E. El-Shewy // Astrophysics and Space Science. – 2011. – V. 335. – P. 389.
55. Ландау Л. Д. Собрание трудов. М. – 2008. – Т. 2. – 450 сс.

56. O'Neil T. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillations // *Phys. Fluids*. – 1965. – V. 8. – P. 2255.
57. Bailey, Jr. V. L. Nonlinear oscillations in a collisionless plasma / V. L. Bailey, Jr., J. Denavit // *Phys. Fluids*. – 1970. – V. 13. – P. 451.
58. Davidson R. C. *Methods in Nonlinear Plasma Theory*. – Academic, New York. – 1972. – pp. 63–70.
59. Drummond W. E. The damping of plasma waves // *Phys. Plasmas*. – 2005. – V. 12. – P. 092311.
60. Tsintsadze N.L. Nonlinear Landau damping of transverse electromagnetic waves in dusty plasmas / N. L. Tsintsadze, Rozina Chaudhary, H. A. Shah, G. Murtaza // *Phys. Plasmas*. – 2009. – V. 16. – P. 043702.
61. Stasiewicz K. Stochastic ion heating by orbit chaotization on electrostatic waves and nonlinear structures // K. Stasiewicz, R. Lundin, G. Marklund // *Phys. Scr.* – 2000. – V. 84. – P. 60.
62. Wang C.B. Heating of ions by Alfvén waves via nonresonant interactions / C.B. Wang, C.S. Wu, P.H. Yoon // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – V. 96. – P. 125001.
63. Singh N. Electrostatic wave generation and transverse ion acceleration by Alfvénic wave components of broadband extremely low frequency turbulence / N. Singh, G. Khazanov, A. Mukhter // *J. Geophys. Res.* – 2007. – V. 112. – P. A06210.
64. Alberti S. Plasma heating with millimetre waves // *Nature Phys.* – 2007. – V. 3. – P. 376–377.
65. Esarey E. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators / E. Esarey, C.B. Schroeder, W.P. Leemans // *Rev. Mod. Phys.* – 2009. – V. 81. – P. 1229–1285.
66. Dong C. Ion pseudoheating by low-frequency Alfvén waves revisited / C. Dong, N. Singh // *Phys. Plasmas*. – 2013. – V. 20. – P. 012121.
67. Escande D.F. Relevant heating of the quiet solar corona by Alfvén waves: a result of adiabaticity breakdown / D.F. Escande, V. Gondret, Fabio Sattin // *Scientific Reports*. – 2019. – V. 9(1). – P. 14274.

68. Seo J. Ion heating by nonlinear Landau damping of high-n toroidal Alfvén eigenmodes in ITER / J. Seo, Y.-S. Na, T.S. Hahm // *Nuclear Fusion*. – 2021. – V. 61:9. – P. 096022.
69. Modena A. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves / A. Modena, [et al.] // *Nature*. – 1995. – V. 377. – P. 606–608.
70. Johnston C.R., Epstein M. On the exact amplitude, speed and shape of ion-acoustic waves // *Physics of Plasmas*. – 2000. – V. 7. – P. 906.
71. И. П. Корнфельд, Я. Г. Синай, С. В. Фомин. Эргодическая теория. — М.: Наука, – 1980. – 193 сс.
72. Трухачёв Ф.М. Особенности функций распределения по скоростям и энергиям для пылевой фракции в присутствии пыле-акустического солитона / Ф.М. Трухачёв, Н.В. Герасименко, М.М. Васильев, О.Ф. Петров // *Вестник ОИВТ РАН*. – 2022. – Т. 7. – С.15.

Список источников к Главе 3

1. Akhmediev N. Dissipative solitons in the complex ginzburg-landau and swift-hohenberg equations. *Lecture Notes in Physics* / N. Akhmediev, A. Ankiewicz // Springer, Berlin, Heidelberg. – 2005. – V. 661. – P. 17-34.
2. Akhmediev N. Dissipative solitons: present understanding, applications and new developments / N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J-M. Soto-Crespo, P. Grelu // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. – 2009. – V. 19(8). – P. 2621–2636.
3. Cross M.C. Pattern formation outside of equilibrium / M. C. Cross, P. C. Hohenberg // *Rev. Mod. Phys.* – 1993. – V. 65. – P. 851.
4. Kerner B.S. Autosolitons. A new approach to problems of self-organization and turbulence / B.S. Kerner, V.V. Osipov // Springer Netherlands. – 1994. – pp.672.
5. Heinrich J. Laboratory observations of self-excited dust acoustic shocks /J. Heinrich, S.-H. Kim, R. L. Merlino // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 103. – P. 115002.

6. Ghosh A. Dissipative solitons in pair-ion plasmas / S. Ghosh, A. Adak, M. Khan // *Phys. Plasmas*. – 2014. – V. 21. – P. 012303.
7. Khan S. Weakly dissipative dust acoustic solitons in the presence of superthermal particles / S. Khan, [et. al.] // *Contributions to Plasma Physics*. – 2017. – V. 57. – P. 223.
8. El-Shewy K. Cylindrical dissipative soliton propagation in nonthermal mesospheric plasmas / E. K. El-Shewy, A. A. El-Rahman // *Phys. Scr.* – 2018. – V. 93. – P. 115202.
9. Farooq M. Dissipative ion acoustic solitary waves in collisional, magnetorotating, non-thermal electron–positron–ion plasma / M. Farooq, A. Mushtaq, J. Qasim // *Contrib. Plasma Phys.* (published online). – 2018. <https://doi.org/10.1002/ctpp.201800055>,
10. Shan S.A. Dissipative electron-acoustic solitons in a cold electron beam plasma with superthermal trapped electrons // *Astrophys. Space Sci.* – 2019. – V. 364. - P. 36.
11. Pereira N.R. Dissipative electron-acoustic solitons in a cold electron beam plasma with superthermal trapped electrons // *Phys. Fluids*. – 1977. – V. 20. – P. 1733.
12. Sultana S. Dissipative high-frequency envelope soliton modes in nonthermal plasmas / S. Sultana, R. Schlickeiser, I. S. Elkamash, I. Kourakis // *Phys. Rev. E*. – 2019. – V. 98. – P. 033207.
13. Heidemann R. Dissipative Dark Soliton in a Complex Plasma / R. Heidemann, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 102. – P. 135002.
14. Samsonov D. Dissipative longitudinal solitons in a two-dimensional strongly coupled complex (dusty) plasma / D. Samsonov, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – V. 88. – P. 095004.
15. Shukla P.K. Introduction to Dusty Plasma Physics / P. K Shukla, A. A Mamun // Institute of Physics Publishing, Bristol. UK. – 2002. – cc. 270.
16. Reddy R.V. Ion acoustic double layers and solitons in auroral plasma / R. V. Reddy, G. S. Lakhina // *Planet. Space Sci.* – 1991. – V. 39. – P. 1343.

17. Bounds S. Solitary potential structures associated with ion and electron beams near 1RE altitude / S. Bounds, [et.al.] // J. Geophys. Res. – 1999. – V. 104. – P. 28709.
18. Trines R. Spontaneous generation of self-organized solitary wave structures at earth's magnetopause / R. Trines, [et.al.] // Phys. Rev. Lett. – 2007. – V. 99. – P. 205006.
19. Shi J. An interpretation for the bipolar electric field structures parallel to the magnetic field observed in the auroral ionosphere / J. Shi, [et.al.] // Ann. Geophys. – 2008. – V. 26. – P. 1431.
20. Trukhachev F.M. Dust-acoustic soliton breaking and the associated acceleration of charged / F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov, E.V. Vasilieva, // Phys. Rev. E. – 2019. – V. 100. – P. 063202.
21. Schwabe M. Highly Resolved Self-Excited Density Waves in a Complex Plasma / M. Schwabe, [et.al.] // Phys. Rev. Lett. – 2007. – V. 99. – P. 095002.
22. Teng L.-W. Wave-particle dynamics of wave breaking in the self-excited dust acoustic wave / L.-W. Teng, M.-C. Chang, Y.-P. Tseng, L. I // Phys. Rev. Lett. – 2009. – V. 103. – P. 245005.
23. Молотков В. И. Пылезвуковые волны в плазме тлеющего разряда постоянного тока / В. И. Молотков, А. П. Нефедов, В. М. Торчинекий, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак // ЖЭТФ. – 1999. – Т. 116. – №. 3(9). – С. 902-907.
24. Chang M.C. Micro-origin of no-trough trapping in self-excited nonlinear dust acoustic waves / M.C. Chang, L.W. Teng, I. Lin // Phys. Rev. Lett. – 2012. – V. 85. – P. 046410.
25. Трухачев Ф.М. Электрические токи в плазме, индуцированные солитонами / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов // Космические исследования. – 2016. – Т. 54(5). – С. 377 – 383.
26. Петров О.Ф. Крупномасштабный перенос заряженных макрочастиц, индуцированный пыле-акустическими солитонами / О. Ф. Петров, Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, Н. В. Герасименко // ЖЭТФ. – 2018. – Т. 153(6). – С. 1012.

27. Trukhachev F.M. Microdynamic and thermodynamic properties of dissipative dust-acoustic solitons / F. M. Trukhachev, M. M. Vasiliev, O. F. Petrov, E. V. Vasilieva // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2021. – V. 54. – P. 095702.
28. Fortov V. E. Mechanism of dust-acoustic instability in a direct current glow discharge plasma / V. E. Fortov, [et.al.] // *Phys. Plasmas.* – 2000. – V. 7(5). – P. 1374.
29. Kotsarenko N.Ya. Electrostatic spatially limited solitons in a magnetised dusty plasma / N.Ya. Kotsarenko, S.V. Koshevaya, G.A. Stewart, D. Maravilla // *Planet. Space Sci.* – 1998. – V. 46(4). – P. 429.
30. Ghosh S. Dissipative solitons in pair ion plasmas / S. Ghosh, A. Adak, M. Khan // *Phys. Plasmas.* – 2014. – V. 21. – P. 012303.
31. Khan S. Weakly dissipative dust acoustic solitons in the presence of superthermal particles / S. Khan [et.al.] // *Contributions to Plasma Physics.* – 2017. – V. 57. – P. 223.
32. Prigogine I. Introduction to thermodynamics of irreversible processes // Interscience Publishers, Inc., New York, 2nd ed. – 1961. – pp. 119.
33. Климонтович Ю.Л. Критерии относительной степени упорядоченности открытых систем // *УФН.* – 1996. – Т. 166. – С. 1231–1243.
34. Dawson J. M. Nonlinear Electron Oscillations in a Cold Plasma // *Phys. Rev.* – 1959. – V. 113. – P. 383.
35. CofTey T. P. Breaking of Large Amplitude Plasma Oscillations // *Phys.Fluids.* – 1971. – V. 14. – P. 1402.
36. Bauer B. S. Experimental observation of superstrong electron plasma waves and wave breaking / B.S. Bauer, A.Y. Wong, V.K. Decyk, G. Rosenthal // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68. – P. 3706.
37. Фортов В.Е. ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА / В. Е. Фортов, [и др.] // *УФН.* – 2004. – Т. 174. – С. 495.
38. Trukhachev F. M. Elastic and inelastic particles scattering by dust acoustic soliton. A new oscillatory process in dusty plasma / F.M. Trukhachev, N.V.

Gerasimenko, M. M. Vasiliev, O.F. Petrov // *New J. Phys.* – 2021. – V.23. – P. 093016.

39. Mendoza-Briceno C. A. Large amplitude electrostatic solitary structures in a hot non-thermal dusty plasma / C. A. Mendoza-Briceno, S. M. Russel, A. A. Mamun // *Planet. Space Sci.* – 2000. – V. – P. 48 599.

Список источников к Главе 4

1. Trukhachev F.M. Dust-acoustic soliton breaking and the associated acceleration of charged particles / F.M. Trukhachev, M.M. Vasiliev, O.F. Petrov, E.V. Vasilieva // *Phys. Rev. E.* – 2019. – V. 100. – P. 063202.
2. Петров О.Ф. Крупномасштабный перенос заряженных макрочастиц, индуцированный пыле-акустическими солитонами / О. Ф. Петров, Ф. М. Трухачев, М. М. Васильев, Н. В. Герасименко // *ЖЭТФ.* – 2018. – Т. 153(6). – С. 1012.
3. Yaroshenko V. Determination of the ion-drag force in a complex plasma / V. Yaroshenko, [et.al.] // *Phys. Plasmas.* – 2005. –V. 12. –P. 093503.
4. Майоров С.А. Характеристики дрейфа электронов в газовом разряде низкого давления // *Краткие сообщения по физике ФИАН.* – 2012. – №. 2. – С. 31-39.
5. Ellis H.W. Transport properties of gaseous ions over a wide energy range / H.W. Ellis, [et.al.] // *At. Data Nucl. Data Tables.* – 1976. – V. 17. – P. 177.
6. Майоров С.А. О дрейфе ионов в газе во внешнем электрическом поле // *Физика плазмы.* – 2009. – Т. 35(9). – С. 869.
7. Schwabe M. Highly resolved self-excited density waves in a complex plasma / M. Schwabe, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – V. 99. – P. 095002.
8. Teng L.-W. Wave-Particle Dynamics of Wave Breaking in the Self-Excited Dust Acoustic Wave / L.-W. Teng, M.-C. Chang, Y.-P. Tseng, L. I // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 103. – P. 245005.

9. Chang M.C. Micro-origin of no-trough trapping in self-excited nonlinear dust acoustic waves / M.C. Chang, L.W. Teng, I. Lin // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 85. – P. 046410.
10. Liao C.-T. Lagrangian-Eulerian micromotion and wave heating in nonlinear self-excited dust-acoustic waves / C.-T. Liao, [et.al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V. 100. – P. 185004.
11. Сагдеев Р.З. Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме // *Вопросы теории плазмы* / Ред. Леонтович М.А. М.: Атомиздат. – 1964. – Вып. 4. – С. 20.
12. Bauer B. S. Experimental observation of superstrong electron plasma waves and wave breaking / B.S. Bauer, A.Y. Wong, V.K. Decyk, G. Rosenthal // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68. – P. 3706.
13. P.K Shukla, A.A Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*. CRC Press. – 2015. – 450 pp.
14. Prigogine I. *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes* // Interscience Publishers, Inc., New York, 2nd ed. – 1961. – pp. 119.
15. Климонтович Ю.Л. Критерии относительной степени упорядоченности открытых систем // *УФН.* – 1996. – Т. 166. – С. 1231–1243.
16. Samsonov D. Dissipative longitudinal solitons in a two-dimensional strongly coupled complex (dusty) plasma / D. Samsonov, A.V. Ivlev, R. A. Quinn, G. Morfill // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – V. 88. – P. 095004.
17. Bandyopadhyay P. Experimental Study of Nonlinear Dust Acoustic Solitary Waves in a Dusty Plasma / P. Bandyopadhyay, G. Prasad, A. Sen, P. K. Kaw // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V. 101. – P 065006.
18. Ghosh S. Dissipative solitons in pair ion plasmas / S. Ghosh, A. Adak, M. Khan // *Phys. Plasmas.* – 2014. – V. 21. – P. 012303.
19. Khan S. Weakly Dissipative Dust Acoustic Solitons in the Presence of Superthermal Particles / S. Khan [et.al.] // *Contributions to Plasma Physics.* – 2017. – V. 57. – P. 223.

20. Trukhachev F.M. Microdynamic and thermodynamic properties of dissipative dust-acoustic solitons / F. M. Trukhachev, M. M. Vasiliev, O. F. Petrov, E. V. Vasilieva // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2021. – V. 54. – P. 095702.
21. Tanikawa T. Trapping of plasma waves in cavitons / T. Tanikawa, A. Y. Wong, D. L. Eggleston // *Phys. Fluids* 27, 1416 (1984).
22. Трухачев Ф.М. Электрические токи в плазме, индуцированные солитонами / Ф.М. Трухачев, А.В. Томов // *Космические исследования.* – 2016. – Т. 54(5). – С. 377 – 383.
23. Antipov S.N. Dust structures in cryogenic gas discharges / S. N. Antipov, [et.al] // *Phys. Plasmas.* – 2007. – V. 14. – P. 090701.
24. Ishihara O. Complex plasma research under extreme conditions // *AIP Conference Proceedings.* – 2008. – V. 1041 – P. 139.
25. Ishihara O. Low-dimensional structures in a complex cryogenic plasma // *Plasma Phys. Control. Fusion.* – 2012. – V. 5. – P. 124020.
26. Shindo M. Dynamics of charged dust near liquid helium surface / M. Shindo, A. Samarian, O. Ishihara // *Proceedings of the 12th Asia Pacific Physics Conference JPS (Conf. Proc.).* – 2014. – V. 1. – P. 015049.
27. Polyakov D.N. Synergetics of dusty plasma and technological aspects of the application of cryogenic dusty plasma / D.N. Polyakov, L.M. Vasilyak, V.V. Shumova // *Surf. Eng. Appl. Electrochem.* – 2015. – V. 51. – P. 143.
28. Самойлов И.С. Пылевая плазма в тлеющем разряде гелия в диапазоне температур 5–300 К / И.С. Самойлов, [и др.] // *ЖЭТФ.* – 2017. – Т. 151(3). – С. 582–591.
29. Sundar S. Ultracold ions wake in dusty plasmas / S. Sundar, Z.A. Moldabekov // *New J. Phys.* – 2020. – V. 22. – P. 033028.
30. Maiorov S.A. Metastable state of supercooled plasma / S.A. Maiorov, A.N. Tkachev, S.I. Yakovlenko // *Phys. Scr.* – 1995. – V. 51. – P. 498.
31. Killian T.C. Ultracold neutral plasmas / T.C. Killian, T. Pattard, T. Pohl, J. M. Rost // *Phys. Reports.* – 2007. – V. 449. – P. 77.

32. Ellis H.W. Transport properties of gaseous ions over a wide energy range. Part III / H.W. Ellis, M.G. Thackston, E.W. McDaniel, E.A. Mason // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. – 1984. – V. 31. – P. 113.
33. Saito N. Mobilities of He⁺, Ne⁺, Ar⁺, and Kr⁺ in He gas at 4.35 K / N. Saito, T.M. Kojima, N. Kobayashi, Y. Kaneko // *J. Chem. Phys.* – 1994. – V. 100. – P. 5726.
34. Viehland L.A. Transport properties of gaseous ions over a wide energy range, IV / L.A. Viehland, E.A. Mason // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. – 1995. – V. 60. – P. 137.
35. Храпак А.Г. Аппроксимация подвижности атомарных ионов благородных газов в собственном газе / А.Г. Храпак, Р.И. Голятина, С.А. Майоров, С.А. Храпак // *ТВТ*. – 2020. – Т. 58(4). – С. 590–595.
36. Ramazanov T.S. Ion heating in dusty plasma of noble gas mixtures / T.S. Ramazanov, [et.al.] // *Contributions to Plasma Physics*. – 2011. – V. 51. – P. 505.
37. Антипов С.Н. Заряд и структуры пылевых частиц в газовом разряде при криогенных температурах / С.Н. Антипов, [и др.] // *ЖЭТФ*. – 2008. – V. 106. – P. 830.
38. Mikikian M. Formation and behaviour of dust particle clouds in a radio-frequency discharge: Results in the laboratory and under micro-gravity conditions / M. Mikikian, [et.al.] // *New J. Phys.* – 2003. – V. 5. – P. 19.1.
39. Болтнев Р.Е. Явления самоорганизации в криогенной газоразрядной плазме: формирование пылевого облака наночастиц и плазменно-пылевых волн / Р. Е. Болтнев, М. М. Васильев, Е. А. Кононов, О. Ф. Петров // *ЖЭТФ*. – 2018. – V. 126. – С. 561.
40. Boltnev, R. E.; Vasiliev, M. M.; Petrov, O. F. An experimental setup for investigation of cryogenic helium plasma and dusty plasma structures within a wide temperature range. *Instrum. and Exp. Techniques* 2018, 61, 626.
41. Boltnev R. E. Formation of solid helical filaments at temperatures of superfluid helium as self-organization phenomena in ultracold dusty plasma / R. E. Boltnev

- M. M. Vasiliev, E. A. Kononov, O.F. Petrov // *Sci. Rep.* – 2019. – V. 9. – P. 3261:1.
42. Boltnev R.E. Synthesis of nanoclusters and quasy one-dimensional structures in glow discharge at $T \approx 2$ K / R.E. Boltnev, [et. al.] // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2020. – V. 29. – P. 085004.
 43. Trukhachev F.M. Dust-acoustic nonlinear waves in a nanoparticle fraction of ultracold (2K) multicomponent dusty plasma / F.M. Trukhachev, R.E. Boltnev, M.M.Vasiliev, O.F. Petrov // *Molecules* 2022, 27, 227.
 44. Trukhachev F. M. Relationship between the dust-acoustic soliton parameters and the Debye radius / F. M. Trukhachev, O. F. Petrov, M. M. Vasiliev, A. V. Tomov // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2020. – V. 1556. – P. 012073.
 45. Liu J. Dust-acoustic soliton in a streaming plasma / J. Liu, J.X. Ma// *Chin. Phys. Lett.* – 1997. – V. 14. – P. 432.
 46. Kubota J. Coulomb cluster in a plasma under cryogenic environment / J. Kubota, C. Kojima, W. Sekine, O. Ishihara // *J. Plasma Fusion Res. Series.* – 2009. – V. 8. – P. 286.
 47. Uotani N. Dust Charging in Collisional Plasma in Cryogenic Environment / N.J. Uotani, [et.al.]// *Plasma Fusion Res. Series*, 2010, 9, 404.
 48. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – М. Наука. – 1992. – сс. 536.
 49. Hornbeck J. The drift velocities of molecular and atomic ions in helium, neon, and argon // *Phys. Rev.* – 1951. – V. 84. – P. 615.
 50. Patterson P. L. Temperature dependence of helium-ion mobilities. *Phys. Rev. A.* – 1970. – V.2. – P. 1154.
 51. Khrapak A. Ion drag force in complex plasmas / A. Khrapak, A.V. Ivlev, G.E. Morfill, H.M. Thomas // *Physical Review E.* – 2002. – V. 66. – P. 046414-1.
 52. Kotsarenko N.Ya. Electrostatic spatially limited solitons in a magnetised dusty plasma / N.Ya. Kotsarenko, S.V. Koshevaya, G.A. Stewart, D. Maravilla // *Planet. Space Sci.* – 1998. – V. 46(4). – P. 429.
 53. Fortov V.E. Solitary model of charged particle transport in dusty plasma / V.E. Fortov, [et.al.] // *34th EPS Conference on Plasma Phys. Warsaw.* – 2007. – V.315. – P.066.

54. Trukhachev F. M. A new approach to analysis of dust-acoustic solitons with a self-consistent charge of dust particles / F. M. Trukhachev, O. F. Petrov, M. M. Vasiliev, E. Yu. Sevryugov // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2019. – V. 52. – P. 345501.
55. Fortov V. E. Mechanism of dust-acoustic instability in a direct current glow discharge plasma / V. E. Fortov, [et.al.] // *Phys. Plasmas.* – 2000. – V. 7(5). – P. 1374.
56. Jana M.R. Collective effects due to charge-fluctuation dynamics in a dusty plasma / M.R. Jana, A. Sen, P.K. Kaw // *Phys. Rev. E.* – 1993. – V. 48. – P. 3930.
57. Фортов В.Е. Пылевая плазма / В. Е. Фортов, [и др.] // *УФН.* – 2004. – Т. 174. – С. 495.
58. Thomas H.M. Melting dynamics of a plasma crystal / H.M. Thomas, G.E. Morfill // *Nature.* – 1996. – V. 379. – P. 806.
59. Нефедов А.П. Кристаллические структуры в плазме с сильным взаимодействием макрочастиц / А.П. Нефедов, О.Ф. Петров, В.Е. Фортов // *УФН.* 1997. Т.167. С.1215.
60. Trukhachev F.M. Dust-acoustic waves in weakly coupled (gaseous) cryogenic dusty plasma / F.M. Trukhachev, [et.al.] // *Phys. Plasmas.* 2021. V.28. P.093701.
61. Трухачёв Ф.М. Нелинейные пыле-акустические волны в околоидеальной (газоподобной) криогенной пылевой плазме тлеющего разряда / Ф. М. Трухачёв, [и др.] // *Физика плазмы.* – 2023. – Т. 49(1). – С. 1-7.
62. Trukhachev F.M. Elastic and inelastic particles scattering by dust acoustic soliton. A new oscillatory process in dusty plasma / F.M. Trukhachev, N.V. Gerasimenko, M. M. Vasiliev, O.F. Petrov // *New J. Phys.* – 2021. – V.23. – P. 093016.
63. D'Angelo N. Current-driven dust-acoustic instability in a collisional plasma / N. D'Angelo, R. L. Merlino // *Planet. Space Sci.* – 1996. – V. 44. – P. 1593.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность своему научному консультанту Васильеву М.М. за обсуждение результатов и полезные замечания. Автор также благодарен своим коллегам и соавторам Петрову О.Ф., Волосевич А.В., Гальперину Ю.И., Симончику Л.В., Архипенко В.И., Гусакову Е.З., Томову А.В., Герасименко Н.В., Болтневу Р.Е., Лисину Е.А., Косс К.Г., Кононову Е.А., Васильевой Е.В., Алексеевской А.А., Севрюгову Е.Ю., Могилевскому М.М., Чугунину Д.В. А также своей семье за поддержку и терпение.