

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи

Нефедкин Никита Евгеньевич

**Коллективная динамика двухуровневых атомов в
устройствах нанооптики и плазмоники**

Специальность 01.04.13 —
«Электрофизика, электрофизические установки»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Андрианов Евгений Сергеевич

Москва — 2019

Оглавление

	Стр.
Введение	5
Глава 1. Обзор существующих результатов и вспомогательные результаты	13
1.1 Управляющее уравнение в форме Линдблада, уравнение Дике . . .	13
1.2 Уравнения, описывающие динамику взаимодействующих классических нелинейных излучателей	21
1.3 Экспериментальные реализации сверхизлучения	25
1.4 Учёт каналов диссипации	27
1.5 Использование и перспективы однофотонных источников	30
1.6 Система уравнений, описывающая коллективную динамику числа фотонов в модах, инверсию населенностей атомов, а также энергетические потоки между разными модами через активную среду. Учёт спонтанного излучения	33
Глава 2. Нелинейный механизм сверхизлучения	37
2.1 Введение	37
2.2 Сверхизлучение классических нелинейных эмиттеров	41
2.2.1 Динамика медленно меняющихся амплитуд	42
2.2.2 Флуктуационный механизм сверхизлучения	44
2.2.3 Выводы	51
2.3 Сверхизлучение атомов в состоянии с ненулевым дипольным моментом	53
2.3.1 Модель сверхизлучения Дике	53
2.3.2 Сверхизлучение состояний с ненулевым дипольным моментом	55
2.3.3 Выводы	65
2.4 Сверхизлучение в низкодобротном резонаторе	66
2.4.1 Два режима сверхизлучения	67
2.4.2 Выводы	74
2.5 Заключение	75

Глава 3. Нелинейные эффекты и нестационарные процессы в двумерных плазмонных лазерах с распределённой обратной связью	78
3.1 Кооперация мод в двумерном плазмонном лазере с распределенной обратной связью	79
3.1.1 Модель плазмонного DFB лазера	79
3.1.2 Лазерная кривая и диаграмма направленности излучения для двумерного плазмонного DFB лазера	81
3.1.3 Упрощенная модель кооперации мод	84
3.1.4 Кооперация мод в двумерном плазмонном DFB лазере	86
3.1.5 Сравнение одномерной и двумерной систем	88
3.1.6 Проявление кооперации мод в двумерном плазмонном лазере с распределенной обратной связью	90
3.1.7 Выводы	92
3.2 Время отклика плазмонного DFB лазера в режиме амплитудной модуляции накачки	93
3.2.1 Временной отклик двумерного плазмонного DFB лазера на внешнюю накачку	93
3.2.2 Одномодовое приближение	95
3.2.3 Выводы	100
3.3 Заключение	101
Глава 4. Когерентные свойства излучения плазмонных систем	103
4.1 Стохастический резонанс в режиме компенсации потерь плазмонного нанолазера	104
4.1.1 Динамика нанолазера в присутствии внешнего электромагнитного поля	104
4.1.2 Компенсация потерь в присутствии шума	108
4.1.3 Стохастический резонанс в режиме компенсации потерь	111
4.1.4 Выводы	113
4.2 Функция когерентности второго порядка излучения плазмонной наноплазмонной антенны, запитываемой однофотонным источником	114
4.2.1 Модель описания взаимодействия наноплазмонной антенны с однофотонным источником	114

4.2.2	Вычисление функции когерентности в рамках численного моделирования	115
4.2.3	Аналитические результаты в пределе малого числа квантов возбуждения поля наноантенны	117
4.2.4	Оптимальная скорость накачки	119
4.2.5	Сравнение с экспериментом	120
4.2.6	Выводы	122
Заключение		124
Список литературы		126

Введение

Плазмоника на настоящий момент является быстроразвивающейся областью оптики. Она изучает волновые явления на поверхностях металлов и на границах раздела металл-диэлектрик (полупроводник) на масштабах, много меньших длины волны в вакууме. Малые масштабы этих явлений дают возможность использования плазмоники в таких приложениях, как создание наноразмерных источников когерентного излучения (нанолазеры и спазеры [1–4]); сенсорика и спектроскопия, в частности, SERS [5]; а также квантовая криптография и квантовые вычисления, где требуются однофотонные источники с высокой скоростью излучения [6–8]. В большинстве приложений плазмоники используется взаимодействие локализованного электромагнитного поля с атомами. Поэтому при создании плазмонных устройств необходимо исследование коллективных эффектов, возникающих вследствие этого взаимодействия.

Ярким примером такого коллективного эффекта является сверхизлучение. Оно проявляется как резкое усиление спонтанного излучения в сравнении со скоростью релаксации отдельного атома, γ_0 , в ансамбле двухуровневых атомов, находящихся в состоянии Дике, которое полностью симметрично относительно перестановки любых двух излучателей [9; 10]. Сверхизлучение — хороший способ получения быстрых импульсов, но создание макроскопического состояния Дике, симметричного по перестановкам любых двух атомов, до сих пор остается сложной задачей. Эксперименты и некоторые теоретические работы, однако, демонстрируют появление сверхизлучения как в системах классических излучателей, так и в системах различных квантовых излучателей [11; 12]. В связи с этим существует проблема объяснения общего механизма сверхизлучения в системах, где излучатели различимы и не находятся в симметричном или антисимметричном состоянии, и системах неразличимых излучателей. Также актуальным вопросом является поведение ансамбля атомов при помещении его вблизи плазмонной структуры (нанорезонатора), а именно, как влияет плазмонный нанорезонатор и его параметры на интенсивность и скорость сверхизлучения.

Важным направлением в плазмонике является создание нано- и микро-размерных плазмонных устройств, генерирующих когерентный свет [13; 14].

Такие устройства, как нанолазеры, спазеры, а также лазеры с распределенной обратной связью, востребованы во множестве приложений оптоэлектроники, фотоники и сенсорики. Их работа основана на использовании плазмонного резонанса металлических структур. Моды структуры взаимодействуют с атомами активной среды, окружающей или покрывающей металл. Это взаимодействие приводит к появлению положительной обратной связи и лазированию [15; 16]. Практические применения данных устройств, такие как усиление оптических сигналов и плазмонная спектроскопия, требуют определенную ширину линии излучения плазмонного лазера и диаграмму направленности [17]. В случае использования лазеров с распределенной обратной связью в оптоэлектронике и сенсорики наиболее значимой характеристикой является время отклика лазера на внешнее воздействие, то есть частота амплитудной модуляции. На настоящий момент экспериментально получена частота модуляции, достигающая сотен ГГц [18], что на порядок превосходит рекорд для полупроводниковых лазеров [19].

В настоящее время стоит вопрос об увеличении интенсивности излучения наноразмерных однофотонных источников [20–23]. Одним из возможных способов её увеличения является использование эффекта Парселла [24]. Источник размещают вблизи плазмонной металлической структуры или внутри резонатора. Изменение интенсивности пропорционально добротности моды резонатора и обратно пропорционально её объему. Роль моды резонаторы выполняют локализованные поверхностные плазмоны. Для плазмонных структур характерны сильная локализация поля и относительно невысокая добротность. Это приводит к тому, что характерное значение фактора Парселла достигает $10^1 - 10^3$. В этом случае можно было бы ожидать однофотонного источника, который бы излучал один фотон в пикосекунду, что является достаточным для реализации сверхбыстрых квантовых устройств. Однако взаимодействие с модой резонатора в общем случае влечет изменение статистических свойств излучения системы [25]. Иными словами, она перестает испускать одиночные фотоны. Таким образом, необходимо выявить условия, при которых система, оставаясь однофотонным источником, излучает фотоны с высокой интенсивностью.

В настоящее время теория многих коллективных эффектов далека от своего завершения. Поэтому исследование коллективной динамики атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем плазмонных структур, является

актуальной задачей, решение которой поможет в создании новых плазмонных устройств.

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование коллективных свойств систем, состоящих из атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем плазмонных структур:

1. Исследование механизма возникновения сверхизлучения в системах классических и квантовых излучателей; выявление роли резонатора для явления сверхизлучения.
2. Изучение динамики плазмонного лазера с распределенной обратной связью, формирования диаграммы направленности излучения; исследование возможности реализации сверхбыстрой амплитудной модуляции сигнала плазмонного лазера с распределенной обратной связью; определение влияния тепловых шумов на эффект компенсации потерь в плазмонном нанолазере.
3. Исследование функции когерентности второго порядка излучения системы металлической наноантенны, запитываемой однофотонным источником; выявление влияния температуры наноантенны на статистические характеристики излучения; определение условий, при которых интенсивность излучения системы металлической наноантенны, запитываемой однофотонным источником, максимальна.

Научная новизна:

1. Впервые продемонстрировано, что в процессе эволюции системы классических нелинейных и квантовых излучателей в некоторый момент из-за нелинейности формируется точка сгущения фазовых траекторий дипольных моментов излучателей, в которой возникает сверхизлучательный пик. В точке сгущения фаз дисперсия фаз дипольных моментов классических эмиттеров минимальна. В случае сверхизлучения Дике квантовых эмиттеров минимальна дисперсия оператора разности косинусов фаз любых двух эмиттеров.
2. Предсказано существование оптимальной добротности резонатора, для которой интенсивность сверхизлучения атомов максимальна.
3. Впервые предсказано существование явления модовой кооперации в двумерных плазмонных лазерах с распределенной обратной связью, проявляющееся в генерации мод с большими излучательными потерями и высоким порогом.

4. Показано, что время отклика плазмонного лазера с распределенной обратной связью на внешний импульс сильно зависит от площади пятна накачки. Установлено, что существует его оптимальный размер, при котором частота амплитудной модуляции достигает 1 ТГц.
5. Впервые показано, что у отклика плазмонного нанолазера на внешнее поле в режиме компенсации потерь наблюдается подавление шумов и сужение спектра фазовых флуктуаций.
6. Показано, что отношение энергии тепловых флуктуаций наноантенны к энергии взаимодействия наноантенны и однофотонного источника является управляющим параметром для статистических свойств излучения системы, состоящей из наноантенны, запитываемой однофотонным источником. В пределе малого отношения система демонстрирует однофотонные свойства.

Достоверность

Достоверность результатов, представленных в диссертации, подтверждается совпадением теоретических результатов с результатами экспериментов и численного моделирования, публикациями в ведущих мировых научных журналах и докладами на международных конференциях.

Практическая значимость

Результаты диссертационной работы посвящены широко обсуждаемым научным проблемам и имеют перспективы практических применений. Результаты, полученные в диссертации, позволяют значительно улучшить характеристики некоторых существующих устройств нанооптики и плазмоники. Эффекты, предсказанные в работе, могут быть использованы в создании новых устройств.

В диссертационной работе подробно изучено явление сверхизлучения в системе классических нелинейных излучателей и предложен механизм его возникновения. Продемонстрировано, что в процессе эволюции системы в некоторый момент из-за нелинейности формируется точка сгущения фазовых траекторий излучателей, в которой возникает сверхизлучательный пик. В квантовом случае сверхизлучение наблюдается как для состояний Дике, когда все эмиттеры тождественны, а суммарный дипольный момент системы равен нулю, так и для состояний различимых эмиттеров, не являющихся состояниями Дике. Для этих состояний, когда дипольные моменты эмиттеров отличны от нуля, поведение квантовой системы аналогично поведению классической. Имеется точка сгущения фаз дипольных моментов. Для состояния Дике можно определить

оператор косинуса фазы эмиттера. В численном эксперименте и аналитически показано, что в процессе эволюции системы существует момент времени, когда дисперсия разности операторов косинуса фазы любых двух эмиттеров достигает минимума. В этот момент возникает сверхизлучение. Данный механизм сверхизлучения объясняет возможность возникновения этого явления из состояний, отличных от состояния Дике. Также рассмотрено сверхизлучение атомов в резонаторе. На основе предложенного механизма сверхизлучения предсказано существование оптимальной добротности резонатора, для которой интенсивность сверхизлучения атомов максимальна. Полученный результат важен в связи с недавними разработками в области создания микро- и нанорезонаторов [26; 27]. Существование оптимального значения скорости диссипации моды в резонаторе можно использовать для увеличения взаимодействия между модой электромагнитного поля в резонаторе и атомами, а также усиления сверхизлучения путем настройки параметров резонатора. Показано, что резонаторы с большими потерями могут быть предпочтительнее для увеличения отклика электромагнитного поля, взаимодействующего с атомами.

В диссертационной работе предсказано существование явления модовой кооперации в двумерных плазмонных лазерах с распределённой обратной связью. Этот эффект состоит в том, что в режиме постоянной накачки в плазмонном лазере генерация происходит на светлых модах с большими излучательными потерями, а не на тёмных модах с малыми излучательными потерями. Этот эффект возникает вследствие того, что светлые моды синхронизированы по фазе и их амплитуды конструктивно интерферируют в области накачки. Показано, что модовая кооперация возникает только в двумерных структурах и не имеет места в одномерных плазмонных лазерах. Так как темные моды находятся на краю разрешенной зоны, а светлые — в середине зоны, то эффект модовой кооперации объясняет уширение диаграммы направленности излучения лазера, ранее наблюдавшееся в эксперименте [16; 28]. В помощь этого эффекта становится возможным управлять шириной диаграммы направленности, что необходимо для применения двумерных лазеров с распределенной обратной связью в спектроскопии.

В работе исследован режим импульсной накачки двумерного плазмонного лазера. Показано, что время отклика лазера на внешний импульс сильно зависит от площади пятна накачки. Установлено, что существует его оптимальный размер, при котором время отклика системы достигает 1 пикосекунды, что со-

ответствует частоте амплитудной модуляции в 1 ТГц. Полученный результат открывает возможность увеличения как частоты модуляции плазмонных лазеров, так и их энергоэффективности.

В работе рассмотрен отклик плазмонного нанолазера, состоящего из металлической наночастицы, взаимодействующей с накачиваемой активной средой, на внешнее электромагнитное поле. Показано, что у отклика плазмонного нанолазера на внешнее поле в режиме компенсации потерь наблюдается подавление шумов и сужение спектра фазовых флуктуаций. Улучшение спектральных характеристик сигнала является следствием возникновения стохастического резонанса в режиме компенсации потерь.

Для многих практических применений в области квантовой обработки информации, криптографии и квантовых вычислений необходимы однофотонные источники, которые имеют нанометровые размеры и высокую интенсивность излучения [7; 8]. Твердотельные оптические квантовые излучатели обладают нужным размером, но имеют низкую интенсивность излучения, а именно один фотон в наносекунду. Плазмонная наноантенна позволяет увеличить интенсивность излучения однофотонного источника за счет эффекта Парселла [22; 23]. В случае большого фактора Парселла возбужденный однофотонный источник передает большую часть энергии наноантенне, которая затем ее переизлучает. Однако сама плазмонная наноантенна не является однофотонным источником, и возникает вопрос о статистических свойствах излучения всей системы. В диссертационной работе, показано, что существуют условия, при которых плазмонная наноантенна излучает одиночные фотоны. Полученные результаты могут быть использованы для создания однофотонных источников на основе плазмоники с интенсивностью излучения, на три порядка превосходящей интенсивность отдельного твердотельного однофотонного источника и достигающей одного фотона в пикосекунду.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Как в квантовом, так и в классическом случае сверхизлучение является следствием конструктивной интерференции огибающих дипольных моментов излучателей. В процессе эволюции системы излучателей в некоторый момент из-за нелинейности формируется точка притяжения фаз, в которой возникает сверхизлучательный пик. В момент сверхизлучения дисперсия разности косинусов фаз любых двух эмиттеров минимальна.

2. Рассмотрено сверхизлучение атомов в резонаторе. На основе предложенного механизма сверхизлучения предсказано существование оптимальной добротности резонатора, для которой интенсивность пика сверхизлучения атомов максимальна.
3. Предсказано явление модовой кооперации, проявляющееся в том, что в режиме непрерывной накачки плазмонный лазер с распределенной обратной связью излучает через светлые моды с большими излучательными потерями. Модовая кооперация проявляется в виде уширения диаграммы направленности излучения лазера, ранее наблюдавшееся в эксперименте.
4. Существует оптимальный размер пятна накачки двумерного плазмонного лазера, при котором время отклика системы достигает 1 пикосекунды, что соответствует частоте амплитудной модуляции в 1 ТГц.
5. В режиме компенсации потерь у отклика плазмонного нанолазера на внешнее поле наблюдается подавление шумов и сужение спектра фазовых флуктуаций. В режиме компенсации потерь эффективный коэффициент диффузии фазы дипольного момента плазмонного нанолазера уменьшается на порядок.
6. Плазмонная нанополость, запитываемая однофотонным источником, может излучать одиночные фотоны в том случае, когда отношение энергии тепловых флуктуаций к энергии взаимодействия антенны и источника много меньше единицы.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих международных и российских конференциях: 57-я, 58-я, 60-я, 61-я, 62-я научные конференции МФТИ, Москва, Россия, 2014 – 2018; 15-я, 16-я, 17-я, 18-я, 19-я ежегодные научные конференции ИТПЭ РАН, Москва, Россия, 2015 – 2018; Научно-техническая конференция молодых ученых ВНИИА, Москва, Россия, 2015 – 2019; International Conference Days on Diffraction, St. Peterburg, Russia, 2015, 2017; International Conference on Metamaterials and Nanophotonics METANANO, Anapa, Russia, 2016; Moscow International Symposium on Magnetism, Moscow, Russia, 2016; International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics META, Seoul, South Korea, 2017; Nanophotonics and Micro/Nano Optics International Conference NANOP,

Rome, Italy, 2018; International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics META, Lisbon, Portugal, 2019;

Личный вклад. Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автор принимал непосредственное участие в выборе объектов исследования, постановке задач, разработке теоретических подходов, численном моделировании и обсуждении полученных результатов.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 7 печатных изданиях, 7 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 138 страниц, включая 47 рисунков и 0 таблиц. Список литературы содержит 145 наименований.

Глава 1. Обзор существующих результатов и вспомогательные результаты

1.1 Управляющее уравнение в форме Линдблада, уравнение Дике

Наиболее общий подход для описания открытых квантовых систем заключается в использовании формализма управляющего уравнения Линдблада. В настоящем разделе будет приведен краткий вывод этого уравнения применительно к явлению сверхизлучения.

Рассматриваемая система состоит из N двухуровневых атомов, находящихся в малом объеме ($V \ll \lambda^3$), и электрического поля \mathbf{E} [10]. Электрическое поле после процедуры квантования [29] представляется в виде суперпозиции операторов рождения и уничтожения фотона в моде с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией ε , $\hat{a}_{\mathbf{k},\varepsilon}^+$ и $\hat{a}_{\mathbf{k},\varepsilon}$. Части квантованного $\hat{\mathbf{E}}$ с положительной частотой \hat{E}^+ и с отрицательной частотой \hat{E}^- имеют вид:

$$\begin{aligned}\hat{E}^+(\mathbf{r}) &= -i \sum_{\mathbf{k},\varepsilon} \xi_{k\varepsilon} \hat{a}_{k\varepsilon} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \\ \hat{E}^-(\mathbf{r}) &= i \sum_{\mathbf{k},\varepsilon} \xi_{k\varepsilon} \hat{a}_{\mathbf{k}\varepsilon}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}},\end{aligned}\tag{1.1}$$

где

$$\xi_{k\varepsilon} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{\mathcal{V}}} \varepsilon\tag{1.2}$$

это электрическое поле «на один фотон» (\mathcal{V} — произвольный объем квантования, который во много раз больше, чем объем системы N атомов). Поляризация поля ε и волновые вектора \mathbf{k} удовлетворяют условию $\varepsilon \cdot \mathbf{k} = 0$, а операторы $\hat{a}_{\mathbf{k},\varepsilon}^+$ и $\hat{a}_{\mathbf{k},\varepsilon}$ — коммутационному соотношению $[\hat{a}_{\mathbf{k},\varepsilon}, \hat{a}_{\mathbf{k}',\varepsilon'}^+] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{\varepsilon\varepsilon'}$.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид:

$$\hat{H} = \underbrace{\sum_{\mathbf{k},\varepsilon} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k},\varepsilon}^+ \hat{a}_{\mathbf{k},\varepsilon} + \frac{1}{2} \right)}_{\hat{H}_{\text{rad}}} + \underbrace{\hbar\omega_{TLS} \sum_i \hat{\sigma}_i^+ \hat{\sigma}_i}_{\hat{H}_{\text{at}}} - \underbrace{\sum_i \left(\hat{E}^+(\mathbf{r}_i) + \hat{E}^-(\mathbf{r}_i) \right) \cdot \mathcal{D}_i}_{\hat{V}},\tag{1.3}$$

где $\hat{\sigma}_i^+ = |e\rangle\langle g|$ и $\hat{\sigma}_i = |g\rangle\langle g|$ — это повышающий и понижающий операторы двухуровневого атома с уровнями $|e\rangle$ (возбужденный) и $|g\rangle$ (основной). $\omega_{\mathbf{k}}$ —

частота моды поля с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией ϵ . \hat{V} — гамильтониан взаимодействия поля с атомами в дипольном приближении, где $\mathcal{D}_i = \mathbf{d}_{eg}^i(\hat{\sigma}_i + \hat{\sigma}_i^\dagger)$ — дипольный момент i -го атома, а \mathbf{d}_{eg}^i — дипольный момент перехода i -го атома из возбужденного состояния в основное.

В представлении Шредингера система взаимодействующих атомов и поля описывается матрицей плотности P , которая подчиняется следующему уравнению:

$$i\hbar \frac{dP}{dt} = [\hat{H}, P]. \quad (1.4)$$

Переходя к представлению взаимодействия,

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= e^{i(\hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{rad}})t/\hbar} P e^{-i(\hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{rad}})t/\hbar}, \\ \tilde{V} &= e^{i(\hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{rad}})t/\hbar} \hat{V} e^{-i(\hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{rad}})t/\hbar}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

от (1.4) переходим к уравнению

$$i\hbar \frac{d\tilde{P}}{dt} = [\tilde{V}, \tilde{P}]. \quad (1.6)$$

В контексте проблемы СИ наибольший интерес представляет динамика атомной подсистемы ($P = |\Psi\rangle\langle\Psi| = \rho_{\text{at}} \otimes \rho_{\text{rad}}$), которая зависит только от атомного оператора $\tilde{\rho}$, который определяется как след по полевым степеням свободы системы [10]:

$$\tilde{\rho}(t) = \text{Tr}_{\text{rad}} \tilde{P}(t). \quad (1.7)$$

После непосредственного интегрирования уравнения (1.6) с учетом (1.7) получаем интегро-дифференциальное уравнение на $\tilde{\rho}$

$$\frac{d\tilde{\rho}}{dt} = -\frac{1}{\hbar^2} \text{Tr}_{\text{rad}} \int_0^t d\tau \left[\tilde{V}(t), \left[\tilde{V}(t - \tau), \tilde{P}(t - \tau) \right] \right]. \quad (1.8)$$

Для решения (1.8) используем такое начальное условие ($t = 0$), когда все атомы находятся в возбужденном состоянии, а поле — в вакуумном состоянии.

$$\tilde{P}(0) = P(0) = |0\rangle_{\text{rad}} \langle 0| \otimes \prod_i |e\rangle_{ii} \langle e|. \quad (1.9)$$

Несмотря на его обманчиво простой внешний вид, уравнение (1.8) является чрезвычайно сложным, поскольку оно содержит суммирование по всем

полевыми модами и атомам. Кроме того, эволюция $\tilde{\rho}$ в момент времени t зависит от всей предыдущей истории системы *атом+поле*, описываемой $\tilde{P}(t - \tau)$. Чтобы решить это уравнение и выразить эволюцию атомной системы, необходимо сделать приближение, известное как приближение Борна-Маркова [30; 31]. Оно заключается в том, что пренебрегается корреляциями между атомами и полем (Борн) и рассматривается время корреляции атом-поле как пренебрежимо малое по сравнению со временем эволюции атомной системы (Марков). Практически, Борновское приближение осуществляется путем замены $\tilde{P}(t - \tau)$ на $\tilde{\rho}(t - \tau) \otimes |0\rangle_{\text{rad}} \langle 0|$ в уравнении (1.8). Марковское приближение заключается в замене $\tilde{\rho}(t - \tau)$ на $\tilde{\rho}(t)$. Таким образом, становится возможным заменить верхний предел интеграла на бесконечность, и в итоге получается следующее уравнение:

$$\left[\frac{d\tilde{\rho}}{dt} \right]_{\text{B-M}} = -\frac{1}{\hbar^2} \text{Tr} \int_0^{+\infty} d\tau \left[\tilde{V}(t), \left[\tilde{V}(t - \tau), \tilde{\rho}(t) \otimes |0\rangle_{\text{rad}} \langle 0| \right] \right]. \quad (1.10)$$

После перехода от представления взаимодействия обратно к $\rho(t)$:

$$\rho(t) = e^{-i(\hat{H}_{\text{at}})t/\hbar} \tilde{\rho}(t) e^{i(\hat{H}_{\text{at}})t/\hbar} \quad (1.11)$$

имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & \frac{1}{i\hbar} \left[\sum_j \hat{H}_{j,\rho} \right] - \\ & - \frac{d^2}{4\pi^2\hbar} \sum_{i,j} \int_0^{+\infty} k^3 F_{ij}(kr_{ij}) \left[\pi\delta(k_0 - k) + i\mathcal{P} \frac{1}{k_0 - k} \right] \times \\ & \times (\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j^- \rho - \hat{\sigma}_j^- \rho \hat{\sigma}_i) dk - \\ & - \frac{d^2}{4\pi^2\hbar} \sum_{i,j} \int_0^{+\infty} k^3 F_{ij}(kr_{ij}) \left[\pi\delta(k_0 + k) - i\mathcal{P} \frac{1}{k_0 + k} \right] \times \\ & \times (\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j^+ \rho - \hat{\sigma}_j^+ \rho \hat{\sigma}_i) dk + \text{h. c.}, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где

$$\begin{aligned} F_{ij}(kr_{ij}) = & \int d\Omega (\varepsilon \cdot \varepsilon_a)^2 \exp(ik(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)) = \\ & 4\pi \left[1 - \frac{(\varepsilon_a \cdot \mathbf{r}_{ij})^2}{r_{ij}^2} \right] \frac{\sin kr_{ij}}{kr_{ij}} + 4\pi \left[1 - 3 \frac{(\varepsilon_a \cdot \mathbf{r}_{ij})^2}{r_{ij}^2} \right] \left[\frac{\cos kr_{ij}}{(kr_{ij})^2} - \frac{\sin kr_{ij}}{(kr_{ij})^3} \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

есть результат интегрирования по углам $d\Omega$.

У уравнения (1.12) возьмем действительную часть, которая отвечает члену с $\delta(k_0 - k)$, то есть описывает взаимодействие с резонансными фотонами ($k_0 = k$) [$\delta(k_0 + k)$ не дает вклада, так как интегрирование проводится от 0 до ∞]. В малом объеме, когда $k_0 r_{ij} \ll 1$, $F_{ij}(k_0 r_{ij})$ можно заменить на $8\pi/3$ для любых r_{ij} . Таким образом, (1.12) можно записать как

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{\text{real}} = -\frac{\gamma}{2} \sum_{i,j} \{\hat{\sigma}_i^+ \hat{\sigma}_j^-, \rho\} + \gamma \sum_{i,j} \hat{\sigma}_j^- \rho \hat{\sigma}_i^+, \quad (1.14)$$

где

$$\gamma = \frac{4\omega_0^3 d^2}{3\hbar c^3}. \quad (1.15)$$

Теперь, вводя коллективные операторы $\hat{J}^- = \sum_j \hat{\sigma}_j^-$ и $\hat{J}^+ = \sum_j \hat{\sigma}_j^+$, уравнение (1.14) можно переписать

$$\dot{\rho} = \frac{\gamma}{2} \left(2\hat{J}^- \rho \hat{J}^+ - \hat{J}^+ \hat{J}^- \rho - \rho \hat{J}^+ \hat{J}^- \right). \quad (1.16)$$

Полученное уравнение описывает коллективную динамику ансамбля двухуровневых атомов, находящихся в субволновом объеме, и является отправной точкой для изучения СИ.

Остановимся подробнее на выводе уравнения Дике и определении состояний Дике [9]. Для оператора квадрата момента импульса \hat{J}^2 и проекции момента импульса на ось z , \hat{J}^z , существует базис из собственных векторов, определяемый следующим образом [32]:

$$\hat{J}^2 |j, m\rangle = j(j+1) |j, m\rangle \quad (1.17)$$

$$\hat{J}^z |j, m\rangle = 2m |j, m\rangle, \quad (1.18)$$

где j пробегает значения от 0 до N , а m при заданном j пробегает значения от $-j$ до j . Рассмотрим состояния Дике и с их помощью получим требуемые для вывода уравнения Дике коммутационные соотношения. Собственные значения рассматриваемой системы есть

$$E_n = n\hbar\omega_{TLS}, \quad (1.19)$$

где n — число заполнения верхнего уровня. Здесь энергия отсчитывается от основного уровня. Соответствующая собственная функция будет, к примеру, иметь следующий вид:

$$\psi = |e_1\rangle |e_2\rangle \dots |e_n\rangle |g_{n+1}\rangle \dots |g_N\rangle e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}. \quad (1.20)$$

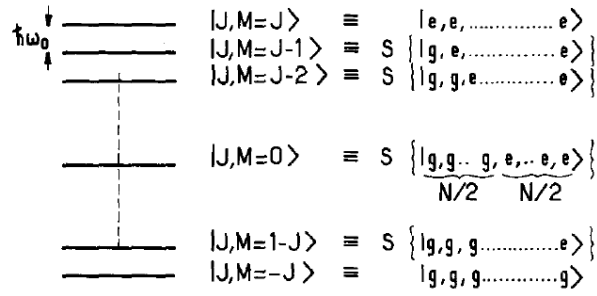


Рисунок 1.1 — Система состояний $|j, m\rangle$ или симметризованных состояний Дике $|n, N\rangle$, $\omega_0 \equiv \omega_{TLS}$. Рисунок взят из работы [10].

Здесь $|e_i\rangle, |g_i\rangle$ обозначают верхний и нижний уровни соответственно, а индекс нумерует атомы. Из выражения (1.20) нетрудно заметить, что уровень n вырожден с кратностью $C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$. Следовательно, следует учесть все соответствующие перестановки. Таким образом, получаем выражение для собственной функции:

$$\Psi = |n, N\rangle = \sqrt{\frac{n!(N-n)!}{N!}} \sum_p |e_{i_1}\rangle |e_{i_2}\rangle \dots |e_{i_n}\rangle |g_{i_{n+1}}\rangle \dots |g_N\rangle e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}. \quad (1.21)$$

Индекс под суммой означает все возможные перестановки. Заметим также, что состояния с разным n ортогональны и образуют базис. Однако такой способ задания базиса не единственен: можно составить различные суперпозиции с другими типами симметрии. Например, состояние, описывающее возбуждения с $n = 0, \dots, N-i$, симметричные по перестановкам, и i антисимметричных возбуждений. Как бы то ни было, эти комбинации отличаются друг от друга значением изотопического спина, который для всей системы, следуя нашим обозначениям, записывается как \hat{J}^z . Получаем схожее с (1.18) выражение для состояний $|n, N\rangle$:

$$\hat{J}^z |n, N\rangle = 2m |n, N\rangle = (2n - N) |n, N\rangle. \quad (1.22)$$

Видно, что магнитное квантовое число m определяет инверсию населенностей. Далее имеем коллективные операторы «понижения» и «повышения» \hat{J}^-, \hat{J}^+ ; они определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{J}^- &= \frac{1}{2} \left(\hat{J}_x - i\hat{J}_y \right) \\ \hat{J}^+ &= \frac{1}{2} \left(\hat{J}_x + i\hat{J}_y \right), \end{aligned} \quad (1.23)$$

где операторы $\hat{J}_{x,y} = \sum_i^N \hat{\sigma}_{x,y}^i$, а $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y$ суть соответствующие матрицы Паули. Поэтому [32] \hat{J}^-, \hat{J}^+ связаны следующим коммутационным соотношением с введенным выше \hat{J}^z :

$$\hat{J}^z = [\hat{J}^+, \hat{J}^-] \quad (1.24)$$

Теперь найдем собственные значения введенных операторов. Для этого рассмотрим перестановку

$$P(n) = |e_1\rangle |e_2\rangle \dots |e_n\rangle |g_{n+1}\rangle \dots |g_N\rangle \quad (1.25)$$

и подействуем на нее оператором \hat{J}^- , тогда получим:

$$P(n-1) = |e_2\rangle \dots |e_n\rangle |g_1\rangle |g_{n+1}\rangle \dots |g_N\rangle \quad (1.26)$$

Понятно, что такую же перестановку можно получить из перестановки, отличающейся транспозицией $|e_1\rangle$ и $|g_j\rangle$, ($j = n+1, \dots, N$), и число таких перестановок $N - n$. Учитывая нормировочный множитель в (1.21), имеем (для \hat{J}^+ рассуждения аналогичны):

$$\begin{aligned} \hat{J}^- |n, N\rangle &= \sqrt{n(N-n+1)} |n-1, N\rangle \\ \hat{J}^+ |n, N\rangle &= \sqrt{(n+1)(N-n)} |n+1, N\rangle \end{aligned} \quad (1.27)$$

Теперь нетрудно будет получить собственные значения для \hat{J}_x, \hat{J}_y [32]:

$$\begin{aligned} \langle m-1 | \hat{J}_x |m\rangle &= \langle m | \hat{J}_x |m-1\rangle = \sqrt{(j+m)(j-m+1)} \\ \langle m-1 | \hat{J}_y |m\rangle &= \langle m | \hat{J}_y |m-1\rangle = \frac{1}{i} \sqrt{(j+m)(j-m+1)} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Здесь, следуя Дике, $j = \frac{N}{2}$, $m = \frac{1}{2}(2n - N)$ [9]. И наконец, из полученных выше выражений следует, что построенное нами состояние (1.21) является также собственным для $\hat{J}^2 = \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + (\hat{J}^z)^2$.

$$\hat{J}^2 |n, N\rangle = \frac{N}{2} \left(\frac{N}{2} + 1 \right) |n, N\rangle \quad (1.29)$$

Состояния $|n, N\rangle$, которые удовлетворяют соотношениям (1.22), (1.29), называются состояниями Дике. Таким образом, мы ввели состояния Дике, симметричные по перестановкам двух любых атомов. Покажем, что \hat{J}^2 коммутирует с гамильтонианом (1.3), то есть является инвариантом системы. Оператор

$\hat{J}^2 = \frac{1}{2} (\hat{J}^+ \hat{J}^- + \hat{J}^- \hat{J}^+) + \frac{1}{4} (\hat{J}^z)^2$ удовлетворяет следующим коммутационным соотношениям

$$[\hat{J}^2, \hat{J}^z] = 0 \quad (1.30)$$

$$[\hat{J}^2, \hat{J}^+] = 0 \quad (1.31)$$

$$[\hat{J}^2, \hat{J}^-] = 0, \quad (1.32)$$

Таким образом, действительно, оператор \hat{J}^2 — инвариант системы, $[\hat{H}, \hat{J}^2] = 0$.

Теперь, используя уравнение (1.16), запишем уравнение движения для среднего значения оператора инверсии:

$$\frac{d\langle \hat{J}^z \rangle}{dt} = -\frac{\gamma}{2} \left(2\langle J^2 \rangle - \frac{1}{2}\langle (\hat{J}^z)^2 \rangle + \langle \hat{J}^z \rangle \right). \quad (1.33)$$

Вследствие того, что оператор \hat{J}^2 — интеграл движения (1.30–1.32), в (1.33) его можно заменить как $\langle J^2 \rangle = \frac{N}{2} (\frac{N}{2} + 1)$, то есть значением в начальный момент времени. Также, если пренебречь флуктуациями $\langle (\hat{J}^z)^2 \rangle = \langle \hat{J}^z \rangle^2$, нетрудно получить уравнение Дике [9]

$$\frac{d\langle \hat{J}^z \rangle}{dt} = -\gamma_0 \left(\frac{N^2}{4} + \frac{N}{2} - \frac{1}{4}\langle \hat{J}^z \rangle^2 + \frac{1}{2}\langle \hat{J}^z \rangle \right). \quad (1.34)$$

Решая данное уравнение, Дике получил временную зависимость инверсии

$$\langle \hat{J}^z \rangle = 1 - (N + 1) \tanh(\gamma_0(N + 1)(t - t_{\text{delay}})/4), \quad (1.35)$$

где t_{delay} определяется начальным условием $\langle \hat{J}^z(0) \rangle = N$ и равняется

$$t_{\text{delay}} = \frac{2 \log N}{\gamma_0(N + 1)}. \quad (1.36)$$

Интенсивность излучения имеет форму «спекла»

$$I(t) = -\frac{d\langle \hat{J}^z(t) \rangle}{dt} = \gamma_0 \left(\frac{N + 1}{2} \right)^2 \text{sech}^2(\gamma_0(N + 1)(t - t_{\text{delay}})/4). \quad (1.37)$$

Из (1.37) видно, что максимум интенсивности приходится на время $t = t_{\text{delay}}$. Таким образом, t_{delay} имеет смысл времени задержки всплеска СИ. Следует заметить, что в начальный момент времени инверсия системы — $\langle \hat{J}^z(0) \rangle = N$, в то время как при t_{delay} , соответственно (1.35), $\langle \hat{J}^z(0) \rangle = 1$, то есть в этот

момент $n \approx N/2$. Таким образом, всплеск СИ возникает, когда около половины атомов возбуждены.

Выражение (1.36) для времени задержки СИ всплеска следует из решения уравнения Дике (1.34). Это время может быть найдено в предположении, что система эволюционирует только по состояниям Дике (2.1). Действительно, это время состоит из времён единичных переходов между соседними состояниями от $|N, N\rangle$ до $|N, N/2\rangle$. В соответствии с *золотым* правилом Ферми, вероятность перехода из состояния $|N, n\rangle$ в состояние $|N, n-1\rangle$ в единицу времени (скорость излучения) есть $\gamma(n) = \gamma_0 n(N-n+1)/2$ [9; 10; 33]. Скорость достигает максимума $\gamma(n)_{\max} = \gamma_0(N+1)^2/8 \approx \gamma_0 N^2/8$ для $n = (N+1)/2$. Среднее время перехода между состояниями — $\gamma(n)^{-1}$. А среднее время перехода из начального состояния $|N, N\rangle$ в $|N, N/2\rangle$ может быть оценено как

$$T_{|N,N\rangle \rightarrow |N,N/2\rangle} = \sum_{n=N}^{n=N/2} \gamma(n)^{-1} = \frac{2}{\gamma_0} \sum_{n=N}^{n=N/2} \frac{1}{n(N-n+1)} \approx \frac{2}{\gamma_0(N+1)} \sum_{n=N}^{n=1} \frac{1}{n} \approx \frac{2 \log N}{\gamma_0(N+1)}. \quad (1.38)$$

Данное выражение идентично выражению (1.36), полученному при решении уравнения Дике (1.34). Интенсивность излучения I пропорциональна $\gamma_0 N$ в начальном состоянии $|N, N\rangle$ и $\gamma_0 N^2$ в состоянии $|N, N/2\rangle$. Таким образом, действительно, максимум СИ возникает, когда возбуждена половина атомов.

Если начальное число возбуждённых атомов n в состоянии Дике меньше, чем N , тогда время перехода к состоянию $|N, N/2\rangle$ уменьшается вследствие уменьшения числа слагаемых в сумме (1.38). Как только число возбуждённых излучателей достигает $|N, N/2\rangle$, время задержки стремится к нулю. Этот факт подтверждён численным моделированием, представленным на рис. 1.2, и согласуется с результатами [34; 35].

Стоит отметить, что инверсия населенностей — величина действительная, следовательно, исследуя данное уравнение, невозможно получить сведения о поведении фазовых характеристик системы. Однако сверхизлучение, как далее будет показано, — это явление, основанное именно на фазировке излучателей, поэтому данное уравнение не дает должного физического объяснения процесса. Оно лишь описывает эффект, позволяя определить его характерные особенности.

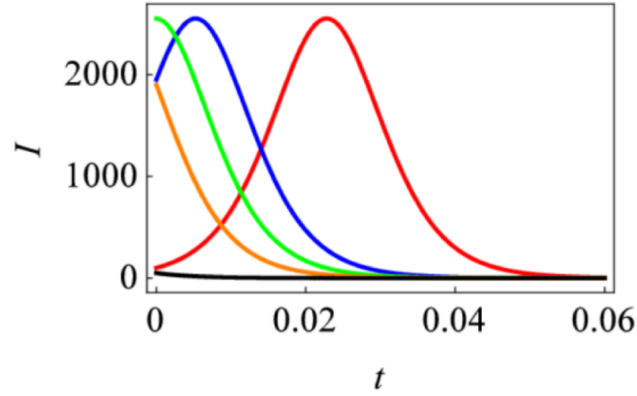


Рисунок 1.2 — Интенсивность излучения в модели Дике как функция времени для различного числа изначально возбуждённых атомов. $n = N$ (красная линия), $n = 0.75N$ (зеленая линия), $n = 0.5N$ (синяя линия), $n = 0.25N$ (оранжевая линия), и $n = 0.01N$ (чёрная линия).

Важно отметить, что в модели Дике фазированность излучателей предполагается с самого начала. Действительно, в уравнении сверхизлучения (1.33) стоит величина $\langle \hat{J}^2 \rangle$, которая и определяет характер изменения инверсии населённостей. Обычно в качестве начального состояния выбирают полностью симметризованное по перестановкам частиц, для которого $\langle \hat{J}^2 \rangle \sim N^2$. В этом предположении решение уравнения (1.33) содержит пик, высота которого $\sim N^2$. Это интерпретируют как фазировку излучателей. Однако стоит отметить, что интенсивность этого пика $\sim \langle \hat{J}^2 \rangle$, определяется начальным значением суммарного дипольного момента системы. Это является особенностью квантовой задачи. Пик сверхизлучения будет наблюдаться только в том случае, если имеется симметричное состояние, для которого $\langle \hat{J}^2 \rangle \sim N^2$. Обычно это и называют сверхизлучением.

1.2 Уравнения, описывающие динамику взаимодействующих классических нелинейных излучателей

Наряду с квантовым рассмотрением явления СИ, существует классический подход к его описанию. Явление, возникающее в субволновой системе нелинейных диполей, обладает характерными для СИ особенностями, такими как интенсивность излучения, пропорциональная N^2 , и время задержки

$\sim \log N/N$. В данном разделе подробно представлен вывод уравнения, описывающего динамику системы классических нелинейных излучателей.

Рассматривается система осцилляторов, сосредоточенных в субволновом объеме $V = \lambda^3$. Предполагается, что энергия их велика в сравнении с величиной $\hbar\omega$, так что классическая теория полностью применима. Модель, предложенная в [11], для описания динамики этих осцилляторов выводится следующим образом.

Поле каждого осциллятора записывается через вектор Герца [36]:

$$\mathbf{\Pi} = -\frac{1}{r}\mathbf{d}\left(t - \frac{r}{c}\right), \quad (1.39)$$

где \mathbf{d} — дипольный момент осциллятора, r — расстояние от диполя до точки наблюдения. Ниже предполагается, что диполи колеблются с некоторой быстрой частотой ω . Тогда выражение (1.39) для фурье-компоненты на частоте ω принимает вид

$$\mathbf{\Pi}_\omega = -\frac{\mathbf{d}_\omega \exp(ik_0 r)}{r}. \quad (1.40)$$

Здесь $k_0 \equiv \omega/c$ — модуль волнового вектора, отвечающего частоте ω . Поскольку основной вклад в эффект вносит поле на малых расстояниях, $k_0 r \ll 1$, выражение (1.40) раскладывается в ряд по $k_0 r$:

$$\mathbf{\Pi}_\omega = -\mathbf{d}_\omega \left(1/r + ik_0 - k_0^2 r/2 - ik_0^3 r^2/6 + \dots\right). \quad (1.41)$$

Считается, что все диполи направлены вдоль оси z . Фурье-компонента электрического поля вдоль оси z находится из вектора Герца:

$$E_\omega^z = -k^2 \Pi_\omega^z - \Delta \Pi_\omega^z = d_\omega \left(\frac{3z^2 - r^2}{r^5} + \frac{k_0^2(z^2 + r^2)}{2r^3} + \frac{2ik_0^3}{3} + \dots \right). \quad (1.42)$$

Учитывая, что дипольный момент колеблющегося вдоль оси z заряда $d = ez$, а слагаемые, пропорциональные k_0^n , можно заменить на $i^n \partial^n / c^n \partial t^n$. Получается итоговое выражение для z -компоненты поля:

$$E^z = e \left(\frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{cr^2} - \frac{1 + \cos^2 \theta}{2c^2 r} \ddot{z}(t) + \frac{2}{3c^3} \dddot{z}(t) + \dots \right). \quad (1.43)$$

где $z(t)$ — мгновенное положение осциллятора (диполя), θ — угол между осью и направлением от электрона к этой точке. Первое слагаемое — это квазистатическое кулоновское поле, пропорциональное $1/r^2$. Второе слагаемое,

пропорциональное $1/r$, есть индукционное поле. В работе [37] показано, что учёт этих полей приводит к подавлению СИ. Ниже пренебрегается этим эффектом, считая, что излучатели расположены на окружности [10] или в идеальной кубической решётке. В этом случае из-за симметрии задачи эти поля обращаются в ноль. Третье же слагаемое постоянно и, в отличие от первых двух, имеющих реактивный характер, является активным, то есть находится в противофазе с током диполя. В соответствии с формулой (1.43), оно имеет вид

$$E^z = \frac{2e}{3c^3} \ddot{z}(t). \quad (1.44)$$

Уравнение движения осциллятора под действием этого поля имеет вид

$$\ddot{z} + \omega^2 z = t_e \ddot{z}(t), \quad (1.45)$$

где $t_e = (2e^2)/(3mc^3) = (2r_0)/3c = 6.27 \cdot 10^{-24}$ с; $r_0 = e^2/mc^2 = 2.82 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона. Вследствие малости времени t_e правую часть уравнения (1.45) можно положить равной нулю и, продифференцировав, получить оценку $\ddot{z} + \omega^2 \dot{z} = 0$. Таким образом, в первом порядке по t_e получаем уравнение [36].

$$\ddot{z} + \omega^2 z = -t_e \omega^2 \dot{z}(t). \quad (1.46)$$

Так как рассматриваемые осцилляторы сосредоточены в субволновом объёме, можно пренебречь эффектами запаздывания. Остается только поле, обусловленное излучением. Для одного диполя оно определяется соотношением (1.44), а для N диполей

$$E^z = \frac{2e}{3c^3} N \langle \ddot{z} \rangle, \quad \langle z \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_n, \quad (1.47)$$

Поле (1.44) не зависит от расстояния при $\omega r/c \ll 1$. Учитывая это, для ансамбля N нелинейных диполей, можно записать систему уравнений

$$\ddot{z}_k + \omega^2 z_k + \mu z_k^3 = -N \nu \langle \dot{z} \rangle, \quad k = 1, \dots, N \quad (1.48)$$

где $\nu = (2e^2 \omega^2)/(3mc^2)$, а μ — параметр нелинейности системы.

Следуя [11; 38], можно ввести вместо действительных величин z_k комплексные безразмерные переменные (c_k) (медленные огибающие быстрых осцилляций) по формуле

$$z_k = \frac{a}{2} (c_k e^{-i\omega_0 t} + c_k^* e^{i\omega_0 t}) = a \operatorname{Re} (c_k e^{-i\omega_0 t}), \quad (1.49)$$

где a — начальная амплитуда колебаний, ω_0 — начальная частота, которая зависит от амплитуды a . При этом вместо одной действительной неизвестной вводится две: $\text{Re}c_k$, $\text{Im}c_k$. Возникшую переопределенность можно устранить, наложив дополнительное условие [38; 39]:

$$\dot{c}_k e^{-i\omega_0 t} + \dot{c}_k^* e^{i\omega_0 t} = 0, \quad (1.50)$$

Принимая во внимание малость нелинейности и затухания, а также медленность изменения c_k , с помощью метода усреднения нетрудно преобразовать уравнения (1.48) к виду

$$\dot{c}_k + i\Delta\omega_k c_k = -\frac{1}{2}N\nu\langle c \rangle, \quad \langle c \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_k, \quad (1.51)$$

где $\Delta\omega_k = \chi\omega_0(|c_k|^2 - 1)$ — смещение частоты из-за нелинейности, $\chi = 3\mu a^2/8\omega_0^2$ — коэффициент неизохронности [38]. Вводя безразмерные параметры

$$\tau = \frac{1}{2}N\nu t, \quad \theta = \frac{2\chi\omega_0}{N\nu}, \quad (1.52)$$

уравнения (1.51), описывающие динамику медленных амплитуд, можно переписать в более простой форме:

$$\frac{dc_k}{d\tau} + i\theta(|c_k|^2 - 1)c_k = -\langle c \rangle, \quad (1.53)$$

содержащей параметр θ , который может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Случай $\theta = 0$ описывает линейные осцилляторы. Ниже система уравнений (1.53) будет называться моделью Вайнштейна или точной моделью.

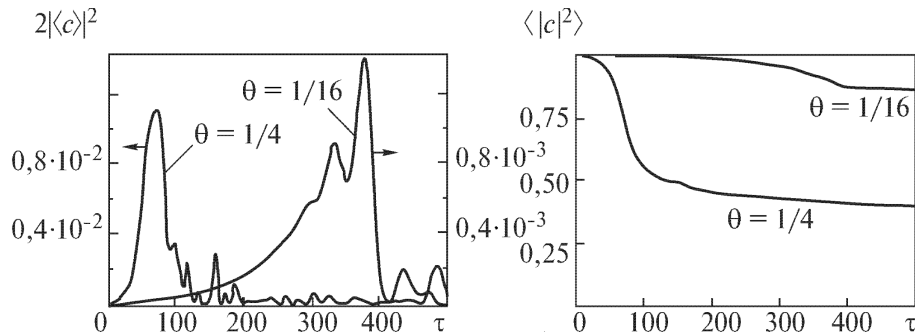


Рисунок 1.3 — Динамика средней интенсивности (левый рисунок) и средней энергии (правый рисунок). Рисунок взят из работы [38].

Следует отметить, что в отличие от квантового случая Дике, рассмотренного в разделе 1.1, в классической системе дипольные моменты излучателей

имеют определённую фазу. Поэтому явление классического СИ и квантового, на первый взгляд, имеют принципиально разную природу.

1.3 Экспериментальные реализации сверхизлучения

Экспериментальная реализация состояния Дике является нетривиальной задачей. Существуют лишь несколько квантовых систем, в которых можно в начальный момент возбудить все атомы без исключения. Одной из них является Бозе-Эйнштейновский конденсат. Он может быть создан путем охлаждения атомов в квадрупольной ловушке [40]. Конденсат описывается общей волновой функцией, и хотя он отличается от системы двухуровневых атомов, явление, подобное СИ, наблюдалось в данной системе [41; 42]. Однако в этих экспериментах СИ имеет более сложную структуру с несколькими пиками в отличие от единственного пика, предсказанного Дике. Коррелированное квантовое состояние может быть реализовано и в системе сверхпроводящих кубитов. Было показано, что в системе двух сверхпроводящих кубитов возрастает интенсивность и время задержки импульса [43].

В системе органических молекул, J-агрегатов [44] и H-агрегатов [12] было продемонстрировано явление, подобное СИ. В этих системах первоначально коррелированные состояния, похоже, не существуют. Тем не менее, пик излучения наблюдался с задержкой. Однако это пик не был единственным, и его интенсивность не была пропорциональна N^2 .

В крупномасштабных системах с размерами, значительно превышающими оптическую длину волны, по крайней мере в одном измерении, также экспериментально наблюдались явления, подобные СИ [10; 37; 45]. Результаты этих экспериментов не однозначны, так как в таких системах значительный вклад в излучение могут давать волны, возникающие на одном конце, а затем излучаемые с другой [46]. Таким образом, трудно отделить вклад СИ от индуцированного излучения.

Системой, в которой синхронизация излучателей может быть достигнута напрямую, является нелинейная автоколебательная система с непрерывной накачкой. Излучатели в такой системе могут быть синхронизированы внешней силой. В этом случае все автоколебания имеют фазу и частоту этой силы. В

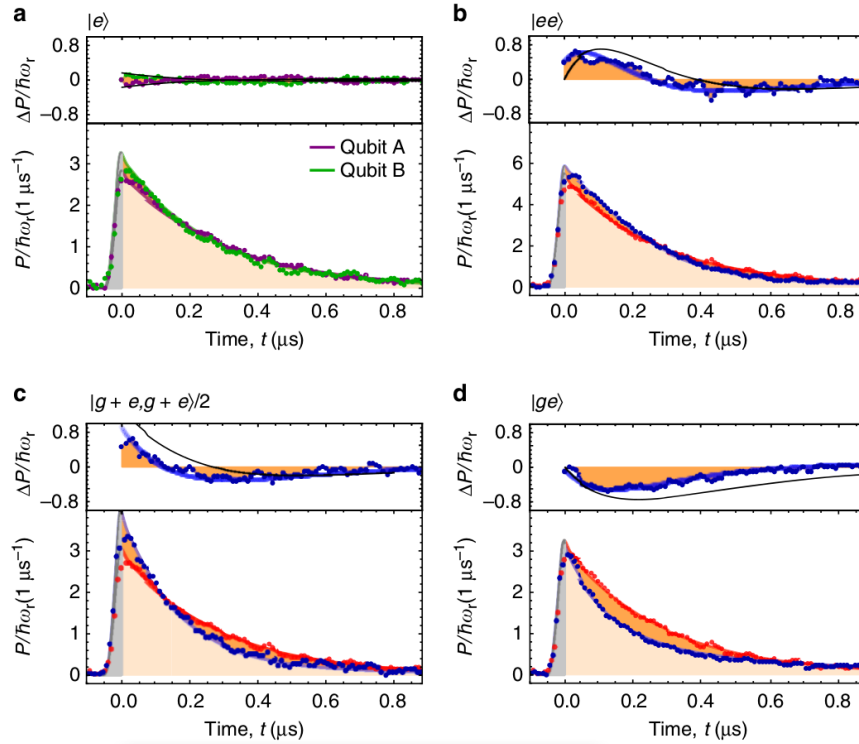


Рисунок 1.4 — Наблюдение СИ Дике в системе двух сверхпроводящих кубитов, находящихся в резонаторе с большими потерями. Рисунок взят из работы [43].

в работах [47; 48] поле реакции излучения ансамбля автоколебательных систем (спазеров) рассматривалось как коэффициент синхронизации. Было предсказано, что интенсивность излучения пропорциональна квадрату числа эмиттеров. Однако, поскольку синхронизированный автоколебательный процесс является стационарным, он не может генерировать импульс СИ.

Явление СИ также известно для классических систем. Согласно теории антенн [49], субволновая система из N классических эмиттеров, осциллирующих в фазе, теряет энергию N раз быстрее, чем один осциллятор. Поэтому, когда эмиттеры находятся в «классическом» состоянии Дике, интенсивность пика излучения возрастает в N^2 раз аналогично квантовой системе [10; 35]. СИ в системе классических нелинейных осцилляторов, синхронизированных внешней силой, было продемонстрировано численно в [11].

1.4 Учёт каналов диссипации

Наиболее общий подход к описанию коллективной динамики атомов, взаимодействующих с ЭМ полем, как было отмечено в разделе 1.1, основан на использовании управляющего уравнения на матрицу плотности в форме Линдблада. В данном разделе, опираясь на простейший случай взаимодействующих двухуровневой системы и единственной моды резонатора, выведем уравнение Линдблада при учёте не только радиационных потерь, но также безызлучательных потерь и дефазировки. Рассмотрим плазмонную моду резонатора (например, наноантенны, плазмонной структуры и т.д.), взаимодействующую с двухуровневой системой (TLS). Гамильтониан такой системы имеет вид [29; 50]:

$$\hat{H}_S = \hbar\omega_M \hat{a}^+ \hat{a} + \frac{\hbar}{2} \omega_{TLS} \hat{\sigma}_z + \hbar\Omega_R (\hat{\sigma}^+ \hat{a} + \hat{a}^+ \hat{\sigma}), \quad (1.54)$$

где ω_{TLS} и ω_M — частоты TLS и моды соответственно. Первый член в формуле (1.54) описывает энергию моды; операторы \hat{a}^+ и \hat{a} являются операторами рождения и уничтожения плазмона в моде и удовлетворяют коммутационному соотношению $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$. Второе слагаемое — это гамильтониан TLS; $\hat{\sigma}^+$ и $\hat{\sigma}$ являются операторами перехода из основного состояния, $|g\rangle$, в возбужденное состояние, $|e\rangle$, и обратно; $\hat{\sigma}_z = [\hat{\sigma}^+, \hat{\sigma}]$ является оператором инверсии населённости уровней TLS. Последний член в формуле (1.54) описывает ближнепольное взаимодействие между модой и TLS в форме Джейнса-Каммингса с константой связи $\Omega_R = -\mathbf{E}_M \cdot \mathbf{d}_{TLS} / \hbar$, где \mathbf{d}_{TLS} — матричный элемент дипольного перехода TLS и \mathbf{E}_M — электрическое поле одного плазмона, которое определяется соотношением $\frac{1}{8\pi} \int dV \frac{\partial(\epsilon\omega)}{\partial\omega} |\mathbf{E}|^2 = \hbar\omega_M$ (более подробную информацию о процедуре вторичного квантования для ближнего поля в диссипативных дисперсионных средах см. в работах [51–54]).

В отсутствие взаимодействия между модой и TLS собственные состояния системы состоят из собственных состояний моды и TLS, $|n, g\rangle$ и $|n, e\rangle$, где n — число квантов в моде резонатора. Из-за взаимодействия собственные состояния системы являются *одетыми* состояниями $|n, \pm\rangle$. Эти состояния являются суперпозицией состояний, в которых мода имеет $n - 1$ квантов возбуждения и TLS находится в возбужденном состоянии $|e\rangle$, и где мода имеет n квантов возбужде-

ния, а TLS находится в основном состоянии $|g\rangle$. Их можно записать в виде [50]:

$$\begin{aligned} |n, +\rangle &= \cos \varphi_n |n-1, e\rangle + \sin \varphi_n |n, g\rangle, \\ |n, -\rangle &= -\sin \varphi_n |n-1, e\rangle + \cos \varphi_n |n, g\rangle, \end{aligned} \quad (1.55)$$

$$\begin{aligned} E_{n,\pm} &= \hbar(n+1/2)\omega_M \pm \sqrt{\Omega_R^2(n+1) + (\Delta/2)^2}, \\ E_0 &= -\frac{\hbar\omega_{TLS}}{2}, \end{aligned} \quad (1.56)$$

где $\Delta = \omega_M - \omega_{TLS}$ и $\varphi_n = \text{tg}^{-1}(2\Omega_R\sqrt{n+1}/\Delta)/2$. Таким образом, взаимодействие моды с TLS приводит к перестройке собственных состояний не взаимодействующих подсистем.

Для того, чтобы описать потери, вводим четыре резервуара, взаимодействующие с системой. Гамильтониан этих резервуаров имеет вид [55; 56]:

$$\hat{H}_R = \hat{H}_R^{\text{rad}} + \hat{H}_R^{\text{deph}} + \hat{H}_R^{\text{J}} = \sum_{\mathbf{k},\lambda} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k},\lambda}^+ \hat{b}_{\mathbf{k},\lambda} + \sum_j \hbar\omega_j \hat{b}_j^+ \hat{b}_j + \sum_j \hbar\omega_j \hat{r}_j^+ \hat{r}_j \quad (1.57)$$

Первый член описывает электромагнитное поле свободного пространства, которое отвечает за потери на излучение системы. Операторы $\hat{b}_{\mathbf{k},\lambda}^+$ и $\hat{b}_{\mathbf{k},\lambda}$ являются операторами рождения и уничтожения в моде свободного электромагнитного поля с волновым вектором \mathbf{k} , поляризацией λ и частотой $\omega_{\mathbf{k}}$. Второе слагаемое — это резервуар фононов, который описывает процесс дефазировки TLS, где \hat{b}_j^+ и \hat{b}_j есть операторы рождения и уничтожения фонона в моде с частотой ω_j . Третий член описывает джоулевы потери в металле резонатора. Операторы рождения и уничтожения, \hat{r}_j^+ и \hat{r}_j , соответствуют возбуждению и релаксации фонона в металле. Эти типы потерь являются безызлучательными.

Гамильтониан взаимодействия системы с резервуарами можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{SR} &= \hbar \sum_{\mathbf{k},\lambda} \left[\kappa_{\mathbf{k},\lambda}^{\text{rad}} \hat{a}^+ \hat{b}_{\mathbf{k},\lambda} + \kappa_{\mathbf{k},\lambda}^{\text{rad}*} \hat{a} \hat{b}_{\mathbf{k},\lambda}^+ \right] + \hbar \sum_j \kappa_j^{\text{ph}} \hat{\sigma}_z (\hat{b}_j + \hat{b}_j^+) + \\ &+ \hbar \sum_j \kappa_j^{\text{nonrad}} (\hat{a}^+ \hat{r}_j + \hat{a} \hat{r}_j^+) \end{aligned} \quad (1.58)$$

Первый член в формуле (1.58) описывает взаимодействие мод свободного пространства и моды резонатора в дипольном приближении, $\hat{H}_{SR}^{\text{rad}} = -\mathbf{d}_M \cdot \mathbf{E}_{\text{free}}$, где $\hat{\mathbf{d}}_M = \mathbf{d}_M (\hat{a} + \hat{a}^+)$ — дипольный момент плазмонной моды с матричным элементом дипольного момента \mathbf{d}_M , $\mathbf{E}_{\text{free}} = \sum_{\mathbf{k},\lambda} \sqrt{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{k}}/V} \mathbf{e}_{\mathbf{k},\lambda} (b_{\mathbf{k},\lambda}^+ e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + b_{\mathbf{k},\lambda} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}})$

представляет собой электрическое поле на один фотон, $\kappa_{\mathbf{k},\lambda} = -\mathbf{d}_M \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k},\lambda}/\hbar$ является константой связи. Второе слагаемое описывает дефазировку, то есть процесс испускания и поглощения кванта возбуждения резервуара, при котором энергия системы не изменяется, но средний дипольный момент затухает [55; 56]. Последний член описывает взаимодействие фононов в металле с электрическим полем резонатора.

Используя приближение Борна-Маркова и исключая переменные резервуара, можно получить основное уравнение для матрицы плотности в форме Линдблада [55; 57]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}_S(t) = -i [\hat{H}_S, \hat{\rho}_S] + L[\hat{\rho}_S(t)], \quad (1.59)$$

где супероператоры Линдблада

$$\begin{aligned} L[\hat{\rho}_S(t)] = & \\ = \sum_{kk'} \frac{\gamma_{rad}^{kk'} + \gamma_{nonrad}^{kk'}}{2} & \left(2\hat{S}_a^{kk'} \hat{\rho}_S (\hat{S}_a^{kk'})^+ - (\hat{S}_a^{kk'})^+ \hat{S}_a^{kk'} \hat{\rho}_S - \hat{\rho}_S (\hat{S}_a^{kk'})^+ \hat{S}_a^{kk'} \right) + \\ & + \sum_{kk'} \frac{\gamma_{deph}^{kk'}}{2} \left(2\hat{S}_{\sigma_z}^{kk'} \hat{\rho}_S (\hat{S}_{\sigma_z}^{kk'})^+ - (\hat{S}_{\sigma_z}^{kk'})^+ \hat{S}_{\sigma_z}^{kk'} \hat{\rho}_S - \hat{\rho}_S (\hat{S}_{\sigma_z}^{kk'})^+ \hat{S}_{\sigma_z}^{kk'} \right) + \\ & + \sum_{kk'} \frac{\gamma_{pump}^{kk'}}{2} \left(2(\hat{S}_{\sigma}^{kk'})^+ \hat{\rho}_S \hat{S}_{\sigma}^{kk'} - \hat{S}_{\sigma}^{kk'} (\hat{S}_{\sigma}^{kk'})^+ \hat{\rho}_S - \hat{\rho}_S \hat{S}_{\sigma}^{kk'} (\hat{S}_{\sigma}^{kk'})^+ \right) \end{aligned} \quad (1.60)$$

описывают релаксационные процессы в системе за счет взаимодействия с резервуарами со скоростями релаксаций γ_{rad} , γ_{nonrad} , γ_{deph} , и γ_{pump} . Операторы $\hat{S}_a^{kk'} = \langle k | \hat{a} | k' \rangle |k\rangle \langle k'|$, $\hat{S}_{\sigma}^{kk'} = \langle k | \hat{\sigma} | k' \rangle |k\rangle \langle k'|$ и $\hat{S}_{\sigma_z}^{kk'} = \langle k | \hat{\sigma}_z | k' \rangle |k\rangle \langle k'|$ соответствуют переходу системы из собственного состояния $|k\rangle$ в собственное состояние $|k'\rangle$ гамильтониана системы \hat{H}_S вследствие взаимодействия системы с резервуарами [58]. Размерные коэффициенты $\gamma_{kk'}^{rad}$, $\gamma_{kk'}^{nonrad}$, $\gamma_{kk'}^{deph}$, и $\gamma_{kk'}^{pump}$ могут быть рассчитаны с использованием *золотого* правила Ферми. Предполагая, что резервуары находятся в тепловом равновесии, для каждой из скоростей перехода выполняется условие Кубо-Мартина-Швингера, а именно $\gamma_{kk'}^i / \gamma_{k'k}^i = e^{-(E_k - E_{k'})/T_i}$, где T_i — температура i -го резервуара. В уравнениях (1.59) и (1.60) также была добавлена некогерентная накачка TLS, путем введения слагаемого $\sim \gamma_{pump}$, которое описывает переход между собственными уровнями с увеличением энергии [59]. Мы предполагаем, что температура резервуара в свободном пространстве равна нулю, $T_{rad} = 0$, а температура резервуара накачки $T_{pump} = -0$, так что взаимодействие с ним приводит к передаче

энергии только от резервуара к системе. Температура резервуара джоулевых потерь может меняться.

Данный теоретический подход является общим для описания эволюции разнообразных квантовых систем. Однако в случае систем большой размерности такой подход становится слишком ресурсозатратным. На современном уровне развития вычислительной техники с помощью уравнения Линдблада возможно промоделировать системы, состоящие из нескольких десятков атомов. Наиболее ярким примером для применения подхода управляющего уравнения являются однофотонные источники.

1.5 Использование и перспективы однофотонных источников

Развитие однофотонных источников в последние годы претерпевает значительный рост. Основной областью приложений однофотонных источников является передача и кодирование / декодирование квантовой информации [6; 7], квантовые вычисления [60], манипуляции отдельными квантово-механическими объектами, например, кубитами [7; 61], квантовая интерферометрия и квантовая метрология [62; 63]. В качестве излучающих в оптическом диапазоне однофотонных источников, находящих применение в этих областях, следующие типы источников: ослабленный лазер [64], *heralded* источники [65; 66], одиночные однофотонные источники [21–23], а также ансамбли одиночных излучателей в специально подготовленном состоянии [67; 68].

Большинство применений для источников одиночных фотонов лежит в сфере передачи квантовой информации и квантовых вычислений [6–8]. Здесь однофотонность излучения необходима по двум причинам. Во-первых, безопасность передачи информации от отправителя к получателю, то есть невозможность перехвата передаваемого ключа. Именно поэтому однофотонные источники важны для создания квантовых криптографических схем. Во-вторых, N одиночных фотонов, поданных на вход экспериментальной установки, позволяют создать требуемое для реализации каких-либо квантовых вычислений запутанное состояние. Например, с помощью однофотонных источников можно реализовать элементарные логические операции для фотонов (создать управляемое отрицание, CNOT гейт [69]), продемонстрировать бозонное сэ-

плирование (boson sampling) [62; 70], а также передать созданное запутанное состояние на большое расстояние (quantum repeaters) [71].

Вне области квантовых вычислений и квантовой криптографии однофотонные источники активно применяются в метрологии [72—75] и фотолитографии [76—78]. С их помощью стало возможным разрешать объекты субволновых размеров, то есть $< \lambda/2$, где λ — длина волны падающего на объект света, создавая специальные запутанные NOON-состояния. Следует также отметить увеличение отношения сигнал/шум в 10^8 раз для оптических интерферометров за счет этого эффекта. Поскольку половина длины волны при использовании однофотонных источников не является фундаментальным ограничением для разрешающей способности, то и в процессе фотолитографии можно нанести на подложку объекты с размерами вплоть до нанометров. Среди возможных применений можно также назвать детектирование гравитационных волн (так как чувствительность интерферометров значительно возрастает) и лазерную интерферометрию спутник-спутник (satellite-to-satellite laser interferometry, SSI).

Несмотря на широкий спектр применений источников одиночных фотонов, внедрение их в современную технологию не очень распространено по целому ряду причин. Во-первых, это медленная скорость излучения (в лучшем случае для большинства типов источников один акт излучения в наносекунду), что критично для передачи информации. Во-вторых, на фоне всеобщей тенденции к миниатюризации источников чаще требуются наноразмерные излучатели, которые подходят для размещения на чипе, поэтому остальные типы источников, требующие сборки больших установок, остаются исключительно инструментами для научных экспериментов. В-третьих, требуется высокая степень однофотонности излучателя, то есть источник должен испускать именно одиночные фотоны. Это обстоятельство особенно важно при создании из одиночных фотонов запутанных состояний. «Мерой» однофотонности можно считать функцию когерентности второго порядка $g^2(0)$, которая, будучи равной нулю, указывает на то, что источник излучает по одному фотону. Точное ее равенство нулю недостижимо, и рекордные значения достигают ~ 0.001 [79; 80]. Таким образом, существуют три важные проблемы при создании и применении однофотонных источников: медленная скорость излучения, не равная нулю функция $g^2(0)$ и недостаточно маленькие размеры. В настоящее время ведутся активные исследования по улучшению характеристик однофотонных источни-

ков, но на данный момент невозможно решить три эти проблемы одновременно, однако существуют примеры, когда две из трех проблем решены.

Например, в последних работах [20–23; 81] стараются увеличить скорость излучения уже наноразмерных источников, при этом не сильно ухудшив однофотонные свойства. Одним из возможных способов увеличения скорости является использование эффекта Парселла [24]. Последний состоит в том, что скорость излучения одиночного однофотонного источника увеличивается при помещении его в резонатор. Это изменение пропорционально добротности моды резонатора и обратно пропорционально ее объему. Для однофотонных приложений необходимо использовать, во-первых, открытые резонаторы, для того, чтобы часть излучения могла достигнуть детектора. Во-вторых, размер таких резонаторов должен быть достаточно малым, чтобы источник в перспективе мог быть размещен на чипе. В случае одиночных однофотонных источников металлические плазмонные наноструктуры (наноантенны, резонаторы) удовлетворяют этим двум требованиям. Роль моды структуры выполняют локализованные поверхностные плазмоны. Для плазмонных структур характерны сильная локализация поля и относительно невысокая добротность. Это приводит к тому, что характерное значение фактора Парселла может достигать $\sim 2 \cdot 10^3$ в рекордном эксперименте [22]. В этом случае можно ожидать однофотонного источника, который бы излучал один фотон в пикосекунду, что является достаточным для реализации сверхбыстрых квантовых устройств.

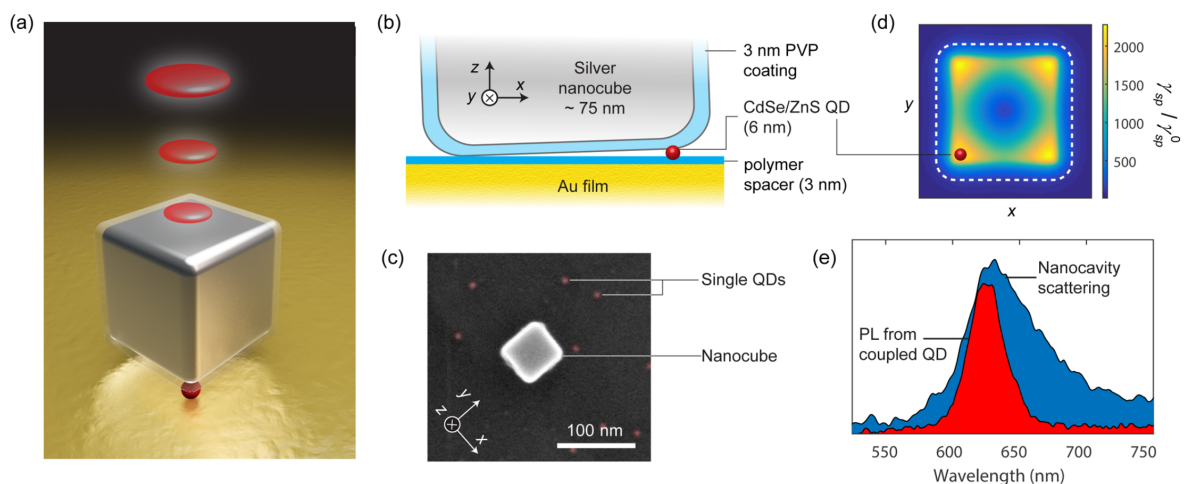


Рисунок 1.5 — Иллюстрация одиночной коллоидной КТ в зазоре между серебряным нанокубом и золотой пленкой, излучающей одиночные фотоны. Увеличение скорости спонтанного излучения $\sim 2 \cdot 10^3$. Рисунок взят из работы [22].

Однако при использовании плазмонных структур (наноантенн) возникает проблема, связанная с тем, что излучает не только однофотонный источник, но и антенна. Действительно, взаимодействие между однофотонным источником и наноантенной приводит к тому, что возбужденный однофотонный источник часть энергии передает антенне, которая также излучает. Излучение наноантенны, с одной стороны, приводит к увеличению суммарной скорости излучения системы, поскольку характерная скорость излучения плазмонных структур на несколько порядков больше скоростей излучения обычных однофотонных источников. С другой стороны, мода антенны, находящаяся в тепловом равновесии, излучает как черное тело, и ее $g^2(0)$ достигает 2 [50; 55], т. е. однофотонные свойства излучения системы ухудшаются. Недавний эксперимент по измерению статистики излучения взаимодействующих плазмонной наноантенны с однофотонным источником [22] демонстрирует рекордный результат по скорости излучения для одиночных источников — один акт в пикосекунду, размеры в 100 нм, но в то же время большое значение функции когерентности $g^2(0) \sim 0.3$, что является достаточным для квантовой криптографии, но не подходит для квантовых вычислений и метрологии [82].

1.6 Система уравнений, описывающая коллективную динамику числа фотонов в модах, инверсию населенностей атомов, а также энергетические потоки между разными модами через активную среду. Учёт спонтанного излучения

Выше было отмечено, что решение непосредственно уравнения Линдблада применимо только для сравнительно небольших систем. При изучении динамики большого ансамбля атомов, взаимодействующих со многими модами ЭМ поля, необходимо выводить упрощенные системы уравнений, учитывающие ключевые эффекты, возникающие в процессе эволюции системы, например, спонтанное излучение, а также пригодные для моделирования.

Данный раздел посвящен выводу системы уравнений, описывающей динамику двухуровневых атомов, взаимодействующих с модами ЭМ поля резонатора, и учитывающей спонтанное излучение. Динамика ЭМ мод резонатора и атомов в Марковском приближении описывается управляющим уравнением

в форме Линдблада [83]

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} \left[\hat{H}_a + \hat{H}_f + \hat{V}, \hat{\rho} \right] + \hat{L}_a [\hat{\rho}] + \hat{L}_\sigma^e [\hat{\rho}] + \hat{L}_\sigma^{ph} [\hat{\rho}] + \hat{L}_\sigma^{pump} [\hat{\rho}] \quad (1.61)$$

где $\hat{H}_a = \sum_j \hbar \omega_j \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j$ — это гамильтониан мод ЭМ поля, $\hat{H}_a = \sum_m \hbar \omega_\sigma \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m$ — гамильтониан двухуровневых атомов, и $\hat{V} = \hbar \sum_{jm} \Omega_{jm} \left(\hat{a}_j^\dagger \hat{\sigma}_m + \hat{\sigma}_m^\dagger \hat{a}_j \right)$ — гамильтониан взаимодействия Джайнса-Каммингса в приближении вращающейся волны. Здесь \hat{a}_j^\dagger and \hat{a}_j — операторы рождения и уничтожения фотона в j -ой моде резонатора, $\hat{\sigma}_m^+$ и $\hat{\sigma}_m$ — повышающий и понижающий операторы перехода в m -ом двухуровневом атоме, Ω_{jm} — это константа взаимодействия между фотонами в j -ой моде и m -ым атомом, ω_j — собственная частота j -ой моды резонатора, и ω_σ — частота перехода атома. Член $\hat{L}_a [\hat{\rho}] = \sum_j \frac{\gamma_j}{2} (2\hat{a}_j \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger - \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j)$ описывает диссипацию в j -ой моде со скоростями диссипации γ_j ; $\hat{L}_\sigma^e [\hat{\rho}] = \sum_m \frac{\gamma_D}{2} (2\hat{\sigma}_m \hat{\rho} \hat{\sigma}_m^+ - \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m)$ и $\hat{L}_\sigma^{ph} [\hat{\rho}] = \sum_m \frac{\gamma_{ph}}{2} \left(\hat{D}_m \hat{\rho} \hat{D}_m - \hat{\rho} \right)$ отвечают процессы релаксации энергии и фазы со скоростями γ_D и γ_{ph} , соответственно, и $\hat{L}_\sigma^{pump} [\hat{\rho}] = \sum_m \frac{\gamma_{pump}}{2} (2\hat{\sigma}_m^+ \hat{\rho} \hat{\sigma}_m - \hat{\sigma}_m \hat{\sigma}_m^+ \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{\sigma}_m \hat{\sigma}_m^+)$ описывает накачку двухуровневого атома со скоростью γ_{pump} [83].

Используя $\langle \dot{A} \rangle = Tr(\dot{\rho} A)$ и управляющее уравнение (1.61), становится возможным вывести замкнутую систему уравнений для средних значений операторов $D_m = \langle \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m - \hat{\sigma}_m \hat{\sigma}_m^+ \rangle$, $\varphi_{jm} = \langle -i \hat{a}_j^\dagger \hat{\sigma}_m \rangle$ and $n_{jl} = \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_l \rangle$. Наконец, мы расцепим корреляторы среднего числа фотонов и инверсии населенностей, $\langle \hat{n}_{jk} \hat{D}_m \rangle = \langle \hat{n}_{jk} \rangle \langle \hat{D}_m \rangle$ [84] и пренебрежем корреляциями между повышающими и понижающими операторами разных атомов, $\langle \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_l \rangle = \delta_{ml} \left(\langle \hat{D}_m \rangle + 1 \right) / 2$ [85]. В результате получаем следующие уравнения [86]:

$$\frac{dn_{jl}}{dt} = -(\gamma_j + \gamma_l) n_{jl} + i(\omega_j - \omega_l) n_{jl} + \sum_m (\Omega_{lm} \varphi_{jm} + \Omega_{jm}^* \varphi_{lm}^*) \quad (1.62)$$

$$\frac{dD_m}{dt} = -\gamma_D (1 + D_m) + \gamma_{pump} (1 - D_m) - 2 \sum_j (\Omega_{jm} \varphi_{jm} + \Omega_{jm}^* \varphi_{jm}^*) \quad (1.63)$$

$$\frac{d\varphi_{jm}}{dt} = -\gamma_{\sigma j} \varphi_{jm} + i(\omega_j - \omega_\sigma) \varphi_{jm} + \frac{\Omega_{jm}^*}{2} (D_m + 1) + \sum_l \Omega_{lm}^* n_{jl} D_m, \quad (1.64)$$

где $\gamma_{\sigma j} = (\gamma_{ph} + \gamma_j + (\gamma_D + \gamma_{pump})/2)$. В уравнениях (1.62)–(1.64), D_m — ожидаемое значение оператора инверсии населенности m -го атома, а Φ_{jm} — ожидаемое значение оператора, который описывает взаимодействие электромагнитного поля в моде j -го резонатора и m -го атома. n_{jl} — это ожидаемое значение оператора числа фотонов в j -ой моде резонатора, когда $j = l$, а n_{jl} — ожидаемое значение оператора, описывающее переход фотонов из l -ой моды резонатора в j -ю моду резонатора при $j \neq l$. Этот оператор возникает из-за интерференции электромагнитного поля в модах j и l резонатора [86]. В [86] было показано, что пренебрежение интерференционными членами n_{jl} приводит к нефизичному мгновенному распространению электромагнитного поля.

Приведенный выше подход к описанию эволюции двухуровневых атомов, взаимодействующих в модами ЭМ поля резонатора, применим для исследования поведения плазмонных DFB-лазеров. Плазмонные DFB-лазеры являются многообещающими источниками когерентного излучения для большого числа приложений от сенсоров до оптоэлектроники [17]. Для спектроскопии и оптоэлектроники необходимо, чтобы лазер имел узкую диаграмму направленности. Диаграмма направленности плазмонного лазера с распределенной обратной связью складывается из диаграмм направленности отдельных Блоховских мод, которые распространяются вдоль поверхности плазмонного лазера.

На основе качественных рассуждений можно предположить, что излучение от лазеров с распределенной обратной связью сконцентрировано в узком конусе перпендикулярном поверхности лазера. Действительно, направление излучения Блоховской моды зависит от отношения Блоховского волнового вектора к волновому вектору в свободном пространстве [87]. Для мод на границе запрещенной зоны такое отношение равно нулю, и такие моды излучают перпендикулярно поверхности плазмонного лазера с распределенной связью. В тоже время, моды с частотами из центра разрешенной зоны излучают под ненулевыми углами к поверхности. Поскольку моды на границе запрещенной зоны являются темными (неизлучающими), то они имеют наименьший порог лазерной генерации [88; 89] и должны иметь наибольшую амплитуду лазерной генерации. В результате, такие моды должны давать наибольший вклад в диаграмму направленности излучения плазмонного лазера, которая в этом случае будет иметь вид узкого конуса в направлении нормали к поверхности плазмонного лазера. Такие качественные рассуждения подтверждаются в рамках стандартной теории лазеров с распределенной обратной связью [90].

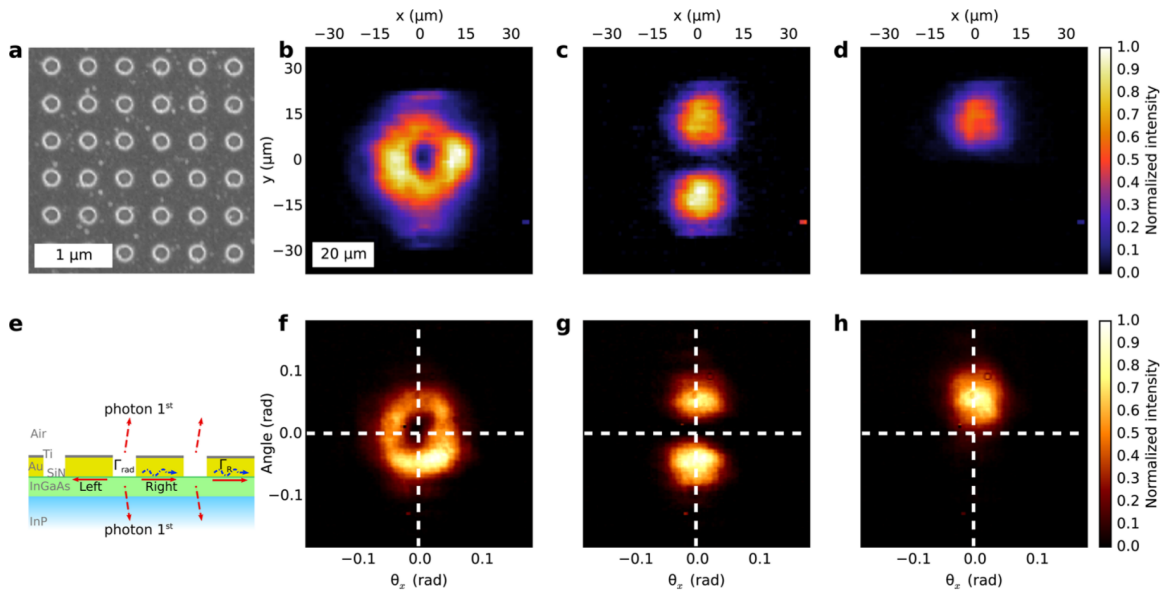


Рисунок 1.6 — DFB-лазер и его излучение, измеренные в ближнем и дальнем поле. Рисунок взят из работы [28].

Однако, недавние эксперименты [16; 28; 87; 91] показали, что поведение двумерных плазмонных DFB-лазеров является гораздо более сложным и не объясняется на основе приведенных выше качественных рассуждений. Диаграмма направленности излучения плазмонных лазеров оказывается существенно шире, чем предсказывает стандартная теория DFB-лазеров [90]. Данный факт указывает на то, что лазерная генерация происходит на светлых модах, лежащих в разрешенной зоне [28].

Глава 2. Нелинейный механизм сверхизлучения

2.1 Введение

Сверхизлучение (СИ) — это резкое усиление спонтанного излучения ансамбля N независимых излучателей (двухуровневых атомов) в сравнении со скоростью излучения отдельного атома, γ_0 . Это явление было предсказано Дикке [9] для N двухуровневых атомов, квантовых излучателей, находящихся в субволновом объёме и взаимодействующих друг с другом посредством поля реакции излучения. Различные аспекты данного явления были достаточно подробно рассмотрены в [10; 33; 34; 92].

Дикке предположил, что все излучатели в системе неразличимы и их общая волновая функция симметрична по перестановкам любых двух эмиттеров. В общем виде состояние Дикке N двухуровневых атомов, n из которых возбуждены, записывается в виде:

$$|\psi_D\rangle \equiv |N, n\rangle = \frac{1}{\sqrt{C_N^n}} \sum_P |\underbrace{e, \dots, e}_n, \underbrace{g, \dots, g}_{N-n}\rangle \quad (2.1)$$

где суммирование по P — это суммирование по всем возможным перестановкам. В качестве начального состояния Дикке рассмотрел состояние, в котором все N эмиттеров возбуждены [10; 33]. Коллективный дипольный момент системы в данном состоянии всегда равен нулю. Дикке учитывал только один канал эволюции системы, в котором на каждом временном шаге один из излучателей релаксирует до основного состояния, и система переходит в другое чистое состояние Дикке $|N, n - 1\rangle$. Таким образом, в любой момент времени дипольный момент остаётся равным нулю. В модели Дикке вероятность перехода из состояния с n возбуждёнными излучателями в состояние с $n - 1$ в единицу времени (скорость излучения), $\gamma(n)$, зависит от n . В начальный момент, когда все эмиттеры возбуждены, $\gamma(n)$ минимальна и равна $\gamma(N) = \gamma_0 N$ [9; 93]. Она достигает максимального значения $\gamma_0 N^2/4$, когда $n = N/2$. Таким образом, когда половина излучателей возбуждена, скорость излучения зависит квадратично от числа эмиттеров, в то время как изначально зависимость линейная. Это увеличение скорости излучения двухуровневых атомов является неотъемлемой особенностью СИ. Дикке также показал, что пик интенсивности излучения достигается

за время $\sim \log N/N$, а его продолжительность меньше времени испускания отдельного эмиттера в $1/N$ раз.

СИ может возникнуть из любого состояния Дике с $n < N$ возбуждёнными атомами. Например, СИ состоянием может служить состояние с одним возбуждённым атомом, которое симметрично относительно всех возможных перестановок [34; 35]. Однако СИ сильно зависит от характера начального состояния. Когда начальное состояние полностью антисимметрично относительно перестановок, вместо СИ имеет место подавление излучения. Скорость излучения в таком случае даже меньше, чем скорость испускания отдельного атома. Данный эффект носит название субизлучение [10].

Объяснение СИ, предложенное Дике, базируется на довольно сильном предположении об эволюции системы от одного состояния Дике к другому (и только в таком случае возможно использовать *золотое* Ферми) и на возможности квантовой системы с нулевым дипольным моментом излучить фотон. Стоит заметить, что нет строгого доказательства того, что эти условия необходимы или достаточны для СИ. Кроме того, было показано, что оба этих условия не совсем корректны.

Во-первых, наиболее точное описание СИ в терминах управляющего уравнения показывает, что эволюция системы не проходит через чистые состояния Дике, а скорее через смешанные состояния с матрицей плотности, которая представляет собой линейную комбинацию матриц плотности различных чистых состояний Дике $\rho_{\text{mixed}} = \sum_n c_n |\psi_D\rangle\langle\psi_D|$ [10]. Эти смешанные состояния все еще имеют нулевой дипольный момент. Во-вторых, СИ не является единственной прерогативой квантовых систем. Оно может также иметь место в ансамбле нелинейных классических осцилляторов, которые, несомненно, имеют ненулевой дипольный [11; 94]. В такой системе СИ возникает вследствие конструктивной интерференции медленных огибающих быстрых осцилляций диполей диполей [95].

Широкое изучение СИ в классических системах было проведено Вайнштейном и Клеевым [11]. В их исследовании было показано, что подобно квантовым излучателям, ансамбль классических нелинейных эмиттеров, взаимодействующих через их общее поле излучения, излучает импульс СИ. Модель Вайнштейна-Клеева предполагает, что первоначально возбужденные классические излучатели, которые еще не накачаны, имеют случайное распределение фаз. Численное моделирование [11; 96] показало, что классические линейные

излучатели не становятся сверхизлучающими, тогда как в случае кубической нелинейности может возникать или один импульс, или последовательность импульсов в зависимости от реализации начального распределения фаз. Это похоже на случай квантовых эмиттеров, для которых отклик на самосогласованное поле всегда нелинейный [33; 48]. Опять же, главный вопрос заключается в том, как возбужденные эмиттеры, первоначально имеющие разные фазы, эволюционируют в состоянии Дике и производят синфазные колебания.

В первом разделе данной главы диссертационной работы показано, что начальное состояние Дике не требуется для СИ в классических системах, и предлагается механизм возникновения импульса СИ в ансамбле классических нелинейных дипольных эмиттеров. Следуя Дике [9] и Вайнштейну-Клееву [11], предполагается, что каждый диполь находится в полном поле радиационного отклика всей системы. Это поле создается всеми диполями и зависит от их фазового распределения. Показано, что это поле может возникнуть только из-за флуктуации распределения дипольных фаз, которое изначально однородно. Это поле вызывает модуляцию быстрых колебаний диполей с периодической огибающей. Частота огибающей определяется начальной фазой дипольного колебания. Эта частота намного меньше частоты дипольных осцилляций. СИ возникает из-за конструктивной интерференции медленных огибающих быстрых осцилляций, что вызывает увеличение амплитуды колебаний полного дипольного момента системы. Время жизни больших колебаний амплитуды порядка периода огибающей, который намного больше периода быстрых осцилляций.

Во втором разделе рассматривается субволновая система квантовых излучателей, которые изначально возбуждаются некогерентно. Основное внимание уделяется влиянию начального дипольного момента динамики системы. Изучена возможность возникновения СИ в ансамбле двухуровневых атомов в общем случае, когда система первоначально не находится в состоянии Дике. Показано, что для квантовой системы существует единый механизм СИ для обоих состояний: Дике с нулевым дипольным моментом и состояниями различных излучателей, для которых полный дипольный момент не равен нулю. Также введён оператор косинуса фазы для квантового состояния и показано, что механизм возникновения СИ связан с уменьшением дисперсии разности косинусов фаз двух различных эмиттеров. Всплеск СИ возникает, когда дисперсия достигает своего минимального значения. Ожидаемое значение начального дипольного момента влияет только на задержку времени. Чем больше ожидаемое

значение, тем меньше время задержки. В том числе показано, что нелинейность необходима для возникновения СИ, как и в случае классической системы из первой раздела.

В связи с прогрессом в технологии создания наноразмерных плазмонных структур [2; 26; 27] явление СИ привлекло много внимания из-за возможности усиления взаимодействия между атомами и электромагнитными полями, возбуждаемыми поверхностными плазмонами [97]. Поскольку усиление поля отклика является важной проблемой для использования плазмонных устройств, представляется важным исследовать СИ атомов, взаимодействующих с плазмонными структурами. Например, в настоящее время такие эффекты, как СИ атомов и молекул вблизи наноструктур, СИ плазмонных метамолекул и СИ в микро- и нанолазерах на основе квантовых точек [48; 98] подробно изучены. Явление СИ может быть чрезвычайно важным для создания активных плазмонных устройств, таких как нанолазеры, спазеры [2] и лазеров с распределённой обратной связью [27]. Например, СИ можно было бы использовать для преодоления порога генерации для лазера на квантовых точках, имеющих резонатор с высоким Q [98].

Следует отметить, что в большинстве теоретических исследований СИ эмиттеров вблизи плазмонных структур [99; 100] предполагается, что атомы изначально находятся в состоянии Дике [100] или в фазированном состоянии [99]. Однако в экспериментальных реализациях создание сфазированного начального состояния излучателей весьма затруднительно. Этот аспект весьма важен, поскольку, как отмечалось в [95], из-за случайного начального распределения фаз только часть диполей будет фазирована и сформирует СИ-всплеск. В результате интенсивность пика СИ не зависит от числа атомов квадратично. Число диполей, участвующих в процессе СИ, может сильно зависеть от начального условия, типа и параметров системы.

В третьем разделе рассматривается динамика двухуровневых атомов, взаимодействующих с модой электромагнитного поля в резонаторе. В качестве такой моды электромагнитного поля можно использовать моду резонатора Фабри-Перо, моду металлических резонаторов, пленок и наночастиц [26], или моду диэлектрических наночастиц. Изучается динамика N эмиттеров со случайным начальным распределением фаз при разных скоростях затухания моды поля в резонаторе. Оказывается, существует критическое значение скорости затухания, которое разделяет два разных режима СИ. Если скорость затухания,

хания резонатора ниже критического значения, СИ проявляется как набор пиков излучения, а время их задержки зависит от количества атомов в системе по степенному закону, $t_{\text{delay}} \sim N^\beta/N$. При более высокой скорости затухания резонатора, которая больше критической, реализуется однопиковый режим СИ. Зависимость времени задержки в этом случае является логарифмической, $t_{\text{delay}} \sim \log N/N$.

Показано, что интенсивность пика СИ зависит от общего числа эмиттеров как $I \sim N^\alpha$, а при критическом значении индекс α достигает своего максимального значения $\alpha = 2$. Это означает, что максимальное количество излучателей участвует в импульсе СИ для резонатора с конечными потерями. Мы показываем, что интенсивность всплеска СИ для резонатора с критической скоростью затухания может быть больше, чем для резонатора, скорость распада которого на три порядка меньше. Данный эффект может быть использован для усиления взаимодействия между атомами и электромагнитными полями различных плазмонных микро- и наноструктур с большими потерями.

2.2 Сверхизлучение классических нелинейных эмиттеров

В этом разделе Главы 2 выявлена роль флуктуаций в распределении начальных фаз колебаний излучателей, заключенных в субволновом объеме, для формирования всплеска СИ. Показано, что при равномерном распределении начальных фаз СИ не возникает. При наличии флуктуации на фоне равномерного распределения благодаря конструктивной интерференции дипольных моментов излучателей, образующих эту флуктуацию, через некоторое время формируется большой суммарный дипольный момент и всплеск СИ. Интенсивность СИ пропорциональна квадрату числа этих излучателей. Высветившие свою энергию диполи перестают влиять на дальнейший ход событий. Тем самым создается новая флуктуация в распределении фаз оставшихся излучателей, что подготавливает следующий всплеск СИ.

2.2.1 Динамика медленно меняющихся амплитуд

Рассматриваемая система состоит из взаимодействующих нелинейных диполей, которые находятся в субволновом объеме. Их динамика описывается системой уравнений (1.53), где c_k — это комплекснозначные медленные амплитуды каждого излучателя. Пусть начальные фазы излучателей распределены случайным образом. Этот случай подробно рассмотрен в [11]. Конкретные значения параметров : $\theta = 10$, число осцилляторов $N = 250$. В момент времени $\tau = 0$ $|c_k(0)| = 1$, а начальные фазы колебаний всех частиц случайны. Результаты численного моделирования представлены на (рис. 2.1), где изображены зависимости средней интенсивности $|\langle c_k \rangle|^2$ и средней энергии $\langle |c_k|^2 \rangle$ излучателей от времени τ .

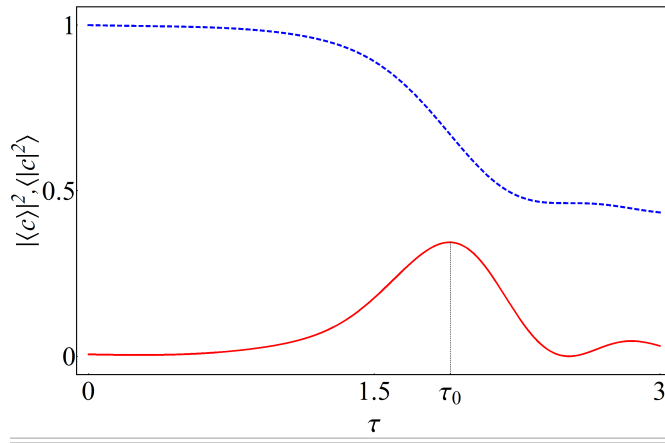


Рисунок 2.1 — Численный расчет зависимостей средней энергии (верхняя кривая) и средней интенсивности (нижняя кривая) от времени τ . Значения $\theta = 10$ и $N = 250$. Время задержки $\tau = 1.9$.

Зависимости, изображенные на рис. 2.1, качественно соответствуют обычной картине сверхизлучения Дике [9], в которой первый большой пик интенсивности пропорционален N^2 числа частиц и имеет длительность $\tau_s \sim 1/N$, а безразмерное время задержки первого максимума пропорционально $\tau_0 \sim \log N$. Следует отметить, что зависимость *размерного* времени задержки от числа частиц имеет вид $t_0 \sim \log N/N$. На рис. 2.2 представлена зависимость времени задержки τ_0 пика СИ от натурального логарифма числа частиц. Согласно рис. 2.2 время задержки τ_0 , действительно, пропорционально $\log N$.

Однако зависимость максимальной интенсивности от числа осцилляторов в работе [11] не рассматривалась. Результаты численного моделирования демон-

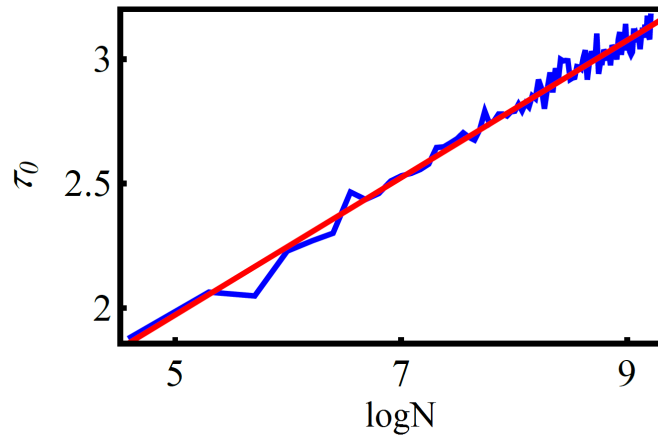


Рисунок 2.2 — Зависимость времени задержки от логарифма числа диполей при случайном распределении фаз осцилляторов на $[-\pi, \pi]$ (красным цветом выделена линия аппроксимации $\propto \log N$).

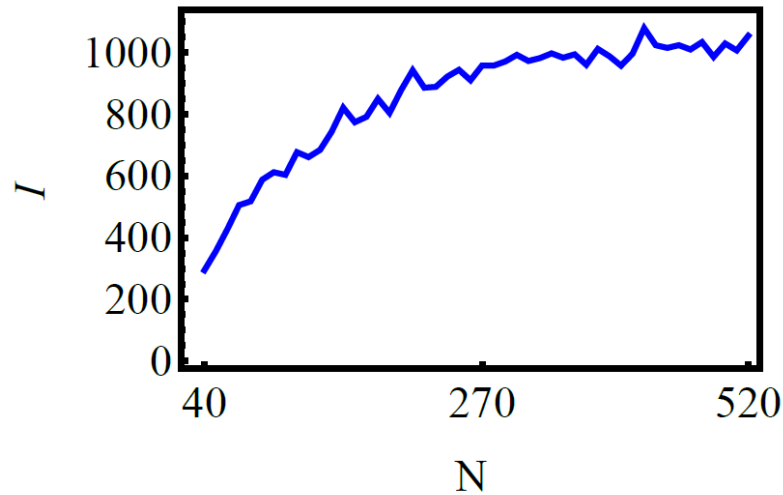


Рисунок 2.3 — Зависимость интенсивности излучения от числа диполей при случайном начальном распределении фаз на отрезке $[-\pi, \pi]$.

стрируют расхождение с зависимостью $I \sim N^2$. На рис. 2.3 (случай случайного распределения начальных фаз на отрезке $[-\pi, \pi]$) зависимость максимума интенсивности излучения от числа диполей отлично от $I \sim N^2$. Для выяснения причины отличия предсказаний квантовой модели Дике и классической модели Вайнштейна предложено упрощение модели Вайнштейна (1.53), использующее приближение среднего поля.

2.2.2 Флуктуационный механизм сверхизлучения

Для дальнейшего рассмотрения существенным является следующее обстоятельство. В правой части системы уравнений (1.53) стоит среднее значение дипольного момента $\langle c \rangle = \sum_{k=1}^N c_k$, которое определяет среднее поле, в котором находятся все диполи. Если в качестве начального распределения фаз диполей взять случайное распределение, то можно ожидать, что $\langle c \rangle = 0$. Но, так как в системе находится конечный набор частиц, то величина $|\langle c \rangle| \sim 1/\sqrt{N}$, где N — общее число излучателей, а в каждой реализации начальных фаз величина $\langle c \rangle$ никогда не равна нулю. Поэтому диполи в начальный момент времени находятся в ненулевом среднем поле.

Можно далее предположить, что величина среднего значения поля остается постоянной на протяжении всего времени вплоть до момента сверхизлучения, когда диполи теряют свою энергию. Данное предположение справедливо вследствие малого изменения как энергии системы, так и интенсивности излучения до момента СИ, $E(\tau) = N^{-1} \sum_{k=1}^N c_k(\tau) = 1/\sqrt{N} = E(0)$ см. рис. 2.1. После замены величины $\langle c \rangle$ на константу E излучатели становятся независимыми, и динамика каждого из них описывается уравнением:

$$\frac{dc_k}{d\tau} + i\theta (|c_k|^2 - 1) c_k = -E, \quad (2.2)$$

где E — комплексная константа, соответствующая значению среднего поля в начальный момент времени. Динамика разных диполей отличается исключительно из-за различия в их начальных условиях. Это отличие не сводится к простому сдвигу фазы, а в силу нелинейности излучателей имеет более сложные последствия.

Действительно, уравнение (2.2), по существу, является уравнением Дуффинга, которое, как известно, может обладать решением в виде высокочастотных колебаний, модулированных низкой частотой [101]. Как следствие, и уравнение (1.53) имеет периодическое решение, период которого определяется начальными условиями [101]. На рис. 2.4 представлена зависимость амплитуды диполя от времени при различных начальных фазах, но одинаковой начальной амплитуде, равной единице. Видно, что период колебаний различен для различных начальных фаз. Если же имеет место равномерное начальное распределение фаз диполей, то классическая модель предсказывает $E = 0$ и

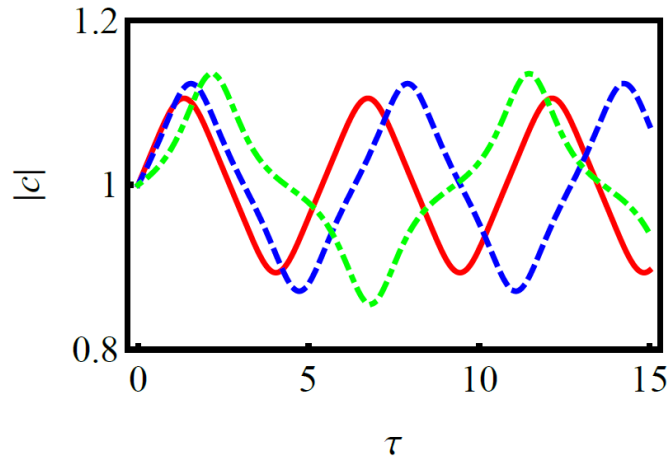


Рисунок 2.4 — Динамика амплитуды колебаний диполя при начальной фазе $\arg(c) = 0$ (красная сплошная кривая), $\arg(c) = \pi/10$ (синяя пунктирная кривая) и $\arg(c) = \pi/5$ (зелёная штрих-пунктирная кривая) в постоянном среднем поле E .

отсутствие СИ. В модели среднего поля E является параметром, и при его нулевом значении СИ не возникает.

Таким образом, диполи с различными начальными фазами, находящиеся в одинаковом среднем поле будут колебаться с различными частотами. Более того, в данном приближении это невзаимодействующие диполи, так как правая часть — константа. Тем не менее, сумма решений уравнений (2.2) дает интенсивность излучения, характерную для СИ (рис. 2.5).

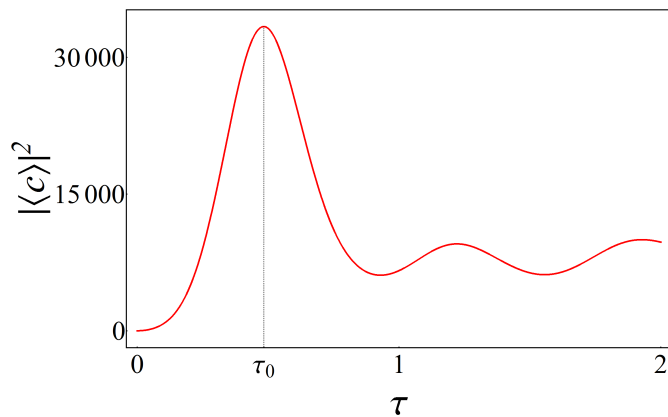


Рисунок 2.5 — Интенсивность излучения системы невзаимодействующих диполей, $E = 0.1$ при равномерном распределении фаз. Время задержки СИ всплеска $\tau_0 = 0.4$.

Необходимо обратить внимание на одну особенность фазовой динамики. Из уравнения (2.2) получается следующее выражение для динамики фазы ($c_k =$

$A_k \exp(i\varphi_k), E = E \exp(i\psi)$):

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \theta (A_k^2 - 1) = E_0 \sin(\varphi_k - \psi)/A_k, \quad (2.3)$$

Из этого уравнения видно, что существуют точки, в которых производная фазы обращается в ноль. Эти точки определяются уравнением $\theta (A_k^2 - 1) = E_0 \sin(\varphi_k - \psi)/A_k$. Поскольку амплитуды слабо отклоняются от единицы, см. рис. 2.4, то левая часть уравнения $\theta (A_k^2 - 1) \approx 0$, и (2.3) может быть упрощено как $\dot{\phi}_k = E_0 \sin \phi_k$, где $\phi_k = \varphi_k - \psi$. Это уравнение имеет решения $\phi_k \approx 0, \pi + 2\pi n$, $n = 0, \pm 1, \dots$, где производная фазы равна нулю. Зависимости $\dot{\phi}_k$ от начальной фазы ϕ_0 и ϕ_k от времени представлены на рис. 2.6. При переходе через эти точки производная фазы меняет знак таким образом, что точка $\phi_r \approx 0$ есть точка «отталкивания», а точка $\phi_a \approx \pi + 2\pi n$, $n = 0, \pm 1, \dots$ — точка «притяжения» фаз.

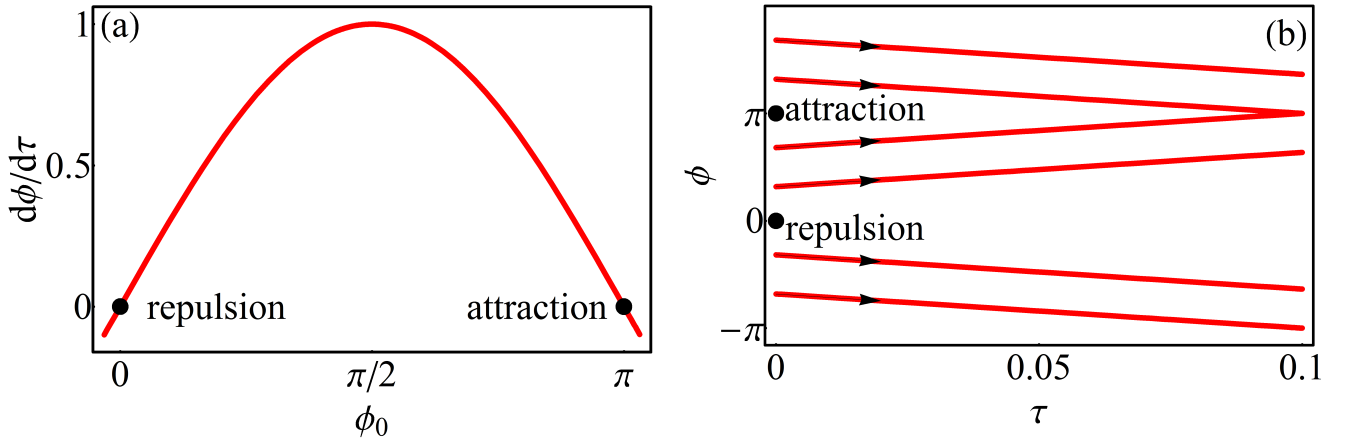


Рисунок 2.6 — (а) Зависимость $\dot{\phi}_k$ от начальной фазы ϕ_0 и (б) динамика фазы на малых временах, описываемая уравнением $\dot{\phi}_k = E_0 \sin \phi_k$.

Таким образом, начальное распределение фаз диполей определяет фазу ψ среднего поля E , которая, в свою очередь, определяет положение точек притяжения и отталкивания, $\phi_a = \psi + \pi + 2\pi n$, $n = 0, \pm 1, \dots$ и $\phi_r = \psi$ в начальный момент времени $\tau = 0$, см. рис. 2.6. Эти результаты позволяют заключить, размер фазовой флуктуации, формирующей всплеск СИ определяется как $\Delta\phi = \phi_a - \phi_r = \pi$.

Действительно, данный анализ находится в соответствии в компьютерным моделированием фазовой динамики в приближении среднего поля, показанной на рис. 2.7. Здесь хорошо заметны две фиксированные точки: точка «притяжения» фаз $\phi_a = 0.49\pi$ и точка «отталкивания» $\phi_r = -0.25\pi$. Фазы диполей,

которые интерферируют и образуют пик СИ, соответствуют точке «притяжения» $\phi_a = 0.49\pi$. Следует также отметить, что быстрые осцилляции диполей происходят всегда в фазе, следовательно, для них всегда имеет место конструктивная интерференция.

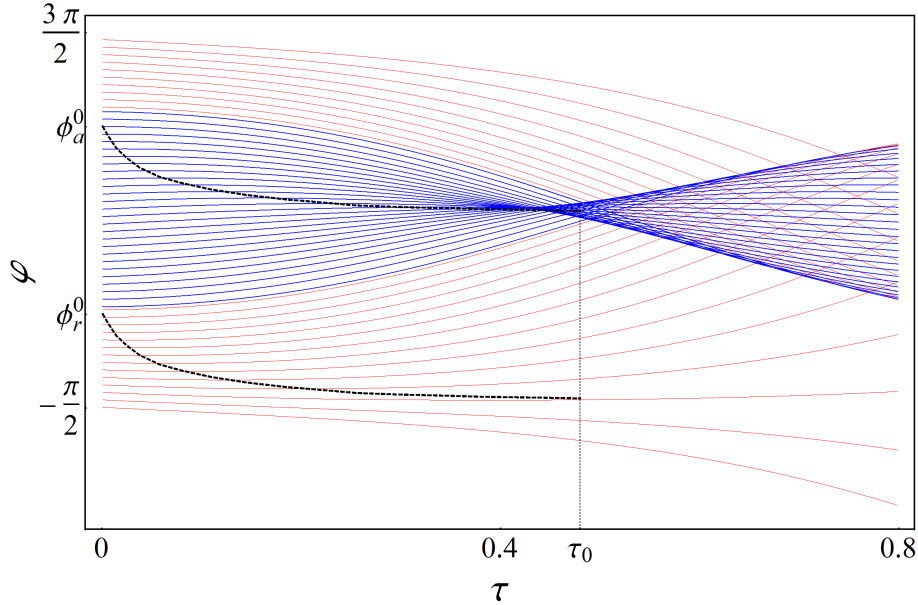


Рисунок 2.7 — Фазовая динамика медленных огибающих колебаний не взаимодействующих диполей с $E \neq 0$. Пунктирные линии отражают траектории ϕ_a^0 и ϕ_r^0 . Траектории диполей во флуктуации, формирующей СИ всплеск, выделены синим.

Сравнивая рис. 2.5 и 2.7 нетрудно заметить, что точка притяжения фаз и СИ пик образуются в один и тот же момент времени. Это наводит на мысль, что для возникновения СИ синхронизация осцилляций излучателей не нужна. Под синхронизацией здесь понимается процесс, в результате которого колебания излучателей происходит на одной частоте с одинаковой фазой. Причиной СИ является образование в момент τ_0 "временного спекла", возникающего из-за конструктивной интерференции огибающих $s_k(\tau)$. Время жизни такого спекла порядка одного периода колебаний огибающей, т.е. много больше периода быстрых колебаний. За это время диполи успевают сверхизлучить и потерять энергию.

Теперь перейдем обратно к рассмотрению точной модели (1.53). Результаты компьютерного моделирования динамики фаз, изображенные на рис. 2.8, демонстрируют наличие точек притяжения и отталкивания, соответствующих различным значениям начальной фазы. Фазы огибающих дипольных

колебаний, возникающие вблизи точки притяжения, сближаются, образуя "временной спекл" около $\phi_a = 0.4\pi$. В этот момент происходит конструктивная интерференция медленных огибающих. Кроме того, высокочастотные колебания также конструктивно интерферируют, поскольку, как отмечено выше, все быстрые колебания находятся в фазе. На рис. 2.8 также показана временная

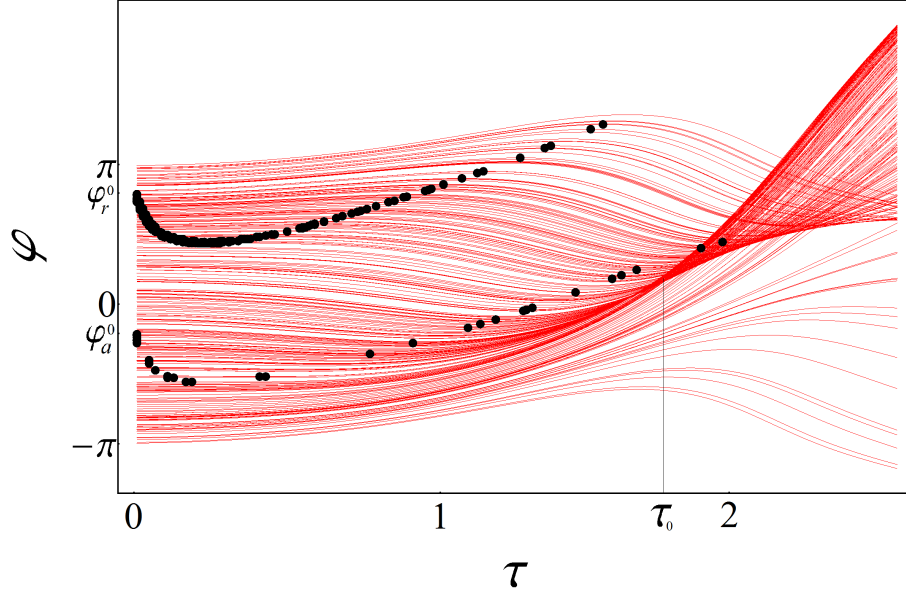


Рисунок 2.8 — Фазовая динамика медленных огибающих колебаний в точной модели, $\phi_r^0 \equiv \phi_r(0) = \psi = 0.9\pi$, $\phi_a^0 \equiv \phi_a(0) = \psi - \pi = -0.1\pi$. Чёрные точки отражают траектории ϕ_a^0 и ϕ_r^0 , которые заканчиваются при значениях $\phi_a = 0.4\pi$ и $\phi_r = 1.1\pi$ в момент СИ при $\tau_0 = 1.9$.

динамика точек притяжения и отталкивания, ϕ_a и ϕ_r , которые формируются вследствие существования флуктуации в начальном распределении фаз диполей. Как ранее обсуждалось, в начальный момент времени, $\phi_r^0 \equiv \phi_r(0) = \psi$ и $\phi_a^0 \equiv \phi_a(0) = \psi - \pi$. С течением времени эти точки меняют своё положение. Для возникновения пика СИ необходимо наличие точек притяжения и отталкивания, но при этом не важно их положение.

Время жизни флуктуации фаз порядка периода колебаний огибающих медленных колебаний, τ_{env} , что много больше, чем период собственных колебаний диполей. На рис. 2.5 $\tau_{\text{env}} \sim 0.5$, в то время как период быстрых осцилляций $\tau_d \sim 1/(\omega_0\tau_N) \sim 10^{-3}$. На протяжении τ_{env} у излучателей достаточно времени, чтобы высветить и потерять энергию. Учитывая тот факт, что не все диполи участвуют в процессе СИ на рис. 2.5, есть вероятность усилить эффект путем увеличения количества излучателей в фазовой флуктуации.

Можно оценить величину флуктуации, которая формирует пик СИ. В течение времени задержки τ_0 , когда формируется пик СИ, фазы большинства диполей должны притянуться друг другу и стать близкими. Из уравнения (2.3) получаем ($A_k \sim 1$), что "оптимальный" размер флуктуации начальных фаз излучателей следующий

$$\Delta\phi/\Delta t \sim E_0. \quad (2.4)$$

Здесь Δt — характерное время, за которое формируется пик СИ, $\Delta t = \tau_0$. Поэтому

$$\Delta\phi \sim E_0\tau_0. \quad (2.5)$$

Для больших значений $\Delta\phi$ фазы не успевают притянуться друг к другу и образовать сгусток. В обратном случае, когда $\Delta\phi$ мало, число диполей, участвующих в СИ, уменьшается, и интенсивность СИ падает. Флуктуации, меньшие, чем "оптимальная не влияют на поведение системы, так как излучаемая ими энергия крайне мала, а время задержки столь велико, что превосходит время жизни самой флуктуации. Численные расчеты показали, что интенсивность излучения, $I = |\sum_k c_k|^2$, квадратично зависит от числа диполей, находящихся во флуктуации (рис. 2.8).

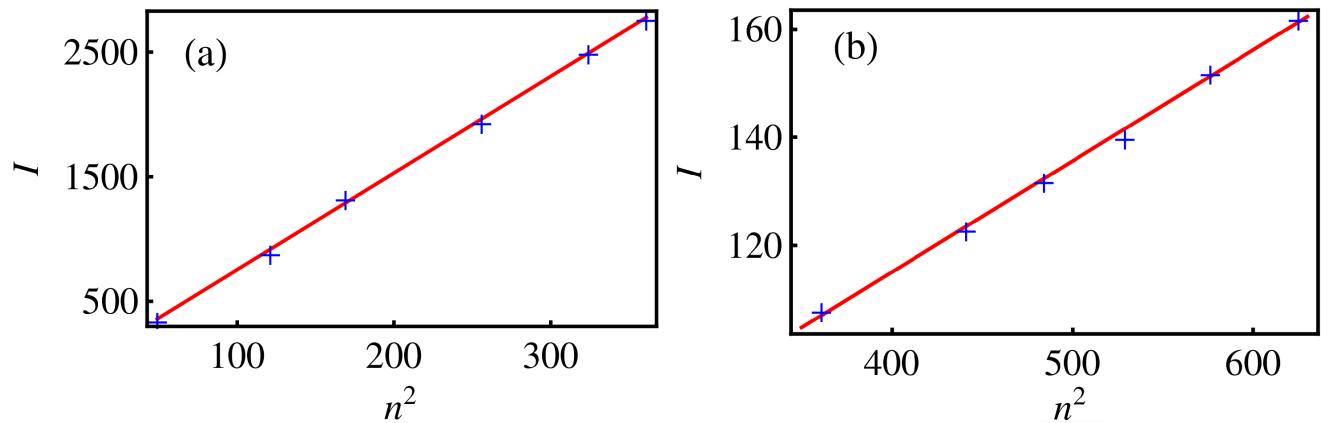


Рисунок 2.9 — Зависимость интенсивности колебаний от квадрата числа диполей во флуктуации; (а) модель среднего поля, (б) модель Вайнштейна.

В моделях Дике и Вайнштейна время задержки пропорционально $\log N$ (для безразмерного времени (1.52)). В случае модели среднего поля увеличение числа диполей, т.е. числа уравнений в системе (1.53), не влияет на время образования пика СИ, поскольку время образования интерференции не зависит от количества интерферирующих диполей, а зависит от начальной фазы излучателей. Однако нужно учитывать тот факт, что среднее поле в модели

2.2 зависит от числа диполей в реальной модели 1.53. Численный эксперимент показывает, что время задержки от среднего поля в одноименной модели зависит как $\tau_0 \sim (E_0)^{-\alpha}$, $\alpha \approx 0.5$, т.е. падает с ростом поля, рис. 2.10. Учитывая, что $E_0 \sim N^{-1/2}$, получаем, что $\tau \sim N^{\alpha/2} \approx N^{0.25}$. Такая зависимость близка к логарифмической. Таким образом, чем больше среднее поле, тем быстрее фазируются излучатели.

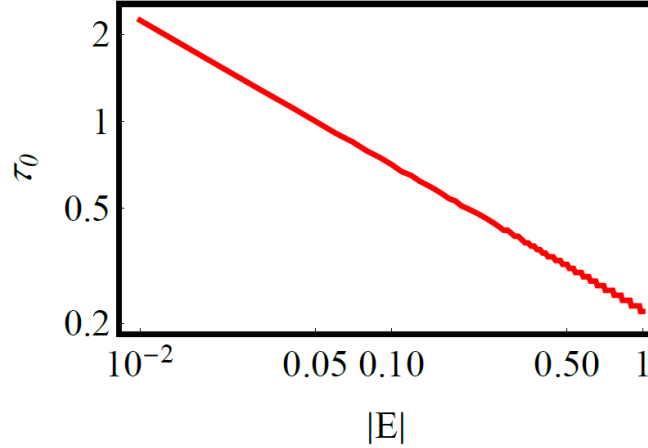


Рисунок 2.10 — Зависимость времени задержки τ_0 от среднего поля E_0 .

Резюмируя, модель среднего поля демонстрирует наличие «оптимального» числа диполей, участвующих в формировании пика СИ. Изначально фазы этих диполей распределены в интервале, определенном в (2.5). Как результат, время задержки пика СИ не зависит от общего числа диполей. В модели Вайнштейна (1.53) соответствующая зависимость логарифмически слаба, что связывает это с возможностью формирования «оптимальной» флуктуации.

Важнейшая особенность модели среднего поля (2.2) также присуща модели Вайнштейна (1.53). Как было отмечено выше, если начальное распределение фаз равномерно, то общее поле реакции излучения нулевое, и СИ не возникает. Однако, если флуктуация в распределении фаз существует, то поле реакции излучения (в правой части (1.53)) ненулевое и приводит возникновению медленных осцилляций огибающих быстрых колебаний диполей и их конструктивной интерференции, формирующей пик СИ.

Ожидается, что должен существовать оптимальный размер $\Delta\phi$ флуктуации, которая приводит к максимальной интенсивности в импульсе СИ. Модель среднего поля предсказывает $\Delta\phi = \pi$. Чтобы оценить реальный размер флуктуации, изучается система с равномерным распределением начальных фаз, которое нарушается искусственно созданной флуктуацией. Система состоит из

N_1 диполей с равномерным распределением фаз в интервале от 0 до 2π . К этому набору добавляется N_2 диполей, фазы которых равномерно распределены в меньшем интервале Δ . Отметим, что эта флуктуация формирует точку притяжения ϕ_a . Теперь надо определить, как параметры Δ и N_2 влияют на пик СИ. Значение ψ должно быть внутри интервала Δ . Изменяем параметр Δ , сохраняя размер флуктуации как $N_2/N_1 = 0.1$. Результаты численного моделирования, показанные на рис. 2.11, подтверждают, что существует оптимальная ширина Δ , при которой эффект СИ является наиболее выраженным.

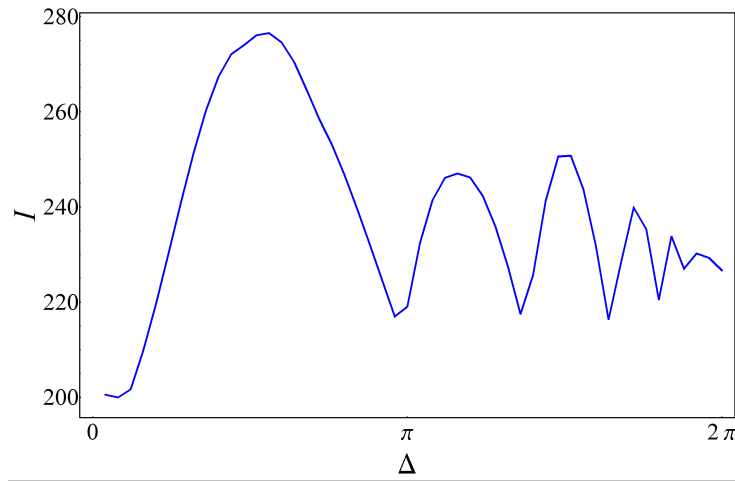


Рисунок 2.11 — Интенсивность пика СИ как функция ширины флуктуации Δ .

Из рис. 2.4 можно ожидать, что конструктивная интерференция всех излучателей возникает после временного интервала, значительно превышающего период колебаний $s(\tau)$. Однако, поскольку конструктивно интерферируют только излучатели, принадлежащие к интервалу Δ , который составляет небольшую долю всех излучателей, время задержки пика СИ намного меньше, чем этот период. Кроме того, существует оптимальная флуктуация, которая дает всплеск СИ максимальной интенсивности. Как видно из рис. 2.11, рост Δ не приводит к росту интенсивности.

2.2.3 Выводы

Предложенный механизм формирования СИ основан на возможности существования флуктуации в начальном распределении фаз диполей. Если фазы

нелинейных диполей распределены равномерно на интервале $(-\pi, \pi)$, т.е. число диполей $dN(\varphi)$, имеющих фазу φ на интервале $d\varphi$ есть $Nd\varphi/2\pi$, то СИ не происходит. Если есть конечный интервал фаз (φ_1, φ_2) , в котором число диполей $N_{\varphi_1\varphi_2}$ больше $N|\varphi_1 - \varphi_2|/2\pi$, то за время $\tau_0 \sim \log N_{\varphi_1\varphi_2}$ будет возникать пик СИ с интенсивностью $I \sim N_{\varphi_1\varphi_2}^2$. В частности, это объясняет пик СИ в системе диполей со случайным распределением начальных фаз. Таким образом, СИ, ранее наблюдавшийся в численных экспериментах по динамике субволнового массива классических нелинейных диполей [11], является чисто классическим явлением. Нет необходимости предполагать, что излучатели идентичны. В диссертационной работе предполагается, что все диполи имеют одинаковые частоты и константы связи, но их фазы принципиально различны. В отличие от квантовомеханических результатов, в классической системе можно проследить эволюцию каждого излучателя, его изменение фазы и амплитуды. Стоит заметить, что для линейных осцилляторов предложенный механизм не будет работать, потому что дипольная фаза линейно зависит от внешней силы. Если возникает фазовая флуктуация, ее время жизни будет того же порядка, что и период быстрых колебаний излучателя. Это не может привести к заметному усилению поля.

Следует подчеркнуть, что в [96] вопрос о справедливости аппроксимации среднего поля был поставлен под сомнение, поскольку линейное приближение не может быть применено к большим амплитудам. Линейный анализ позволяет лишь предсказать экспоненциальную неустойчивость невозмущенного решения. Для выяснения механизма фазирования необходимо учитывать нелинейные члены. Для этой цели в диссертационной работе среднее поле применяется без линеаризации уравнений.

Таким образом, СИ возникает в результате низкочастотной модуляции колебаний нелинейного диполя, на который действует поле его соседей. Частота модуляции зависит как от начальных фаз осцилляторов, так и от ближнего поля излучения. Пик СИ является результатом конструктивной интерференции медленных огибающих дипольных осцилляций. СИ возникает, когда фазы диполей совпадают. Длительность всплеска СИ определяется частотой огибающих быстрых колебаний диполей.

2.3 Сверхизлучение атомов в состоянии с ненулевым дипольным моментом

В данном разделе Главы 2 рассматривается субволновая система квантовых излучателей, которые изначально возбуждаются некогерентно. Основное внимание уделяется влиянию начального дипольного момента динамики системы. Изучена возможность возникновения СИ в ансамбле двухуровневых атомов в общем случае, когда система первоначально не находится в состоянии Дике (2.1). Показано, что для квантовой системы существует единый механизм СИ для обоих типов состояний: Дике с нулевым дипольным моментом и состояниями, для которых полный дипольный момент не равен нулю. Также введён оператор косинуса фазы для квантового состояния и показано, что механизм возникновения СИ связан с уменьшением дисперсии разности косинусов фаз двух различных эмиттеров. Всплеск СИ возникает, когда дисперсия достигает своего минимального значения. Ожидаемое значение начального дипольного момента влияет только на задержку времени. Чем больше ожидаемое значение, тем меньше время задержки. В том числе показано, что нелинейность необходима для возникновения СИ, как и в случае классической системы, раздел 2.2.

2.3.1 Модель сверхизлучения Дике

Вначале будет кратко рассмотрена теория СИ Дике (см. детали в Главе 1 и [10; 33]). Для ансамбля N двухуровневых атомов вводятся повышающие и понижающие операторы, которые описывают релаксацию и возбуждение j -го атома, $\hat{\sigma}_j = \underbrace{\hat{E} \otimes \hat{E} \otimes \dots \otimes}_{j-1} \hat{\sigma} \otimes \dots \otimes \underbrace{\hat{E}}_{N-j}$ и $\hat{\sigma}_j^+ = \underbrace{\hat{E} \otimes \hat{E} \otimes \dots \otimes}_{j-1} \hat{\sigma}^+ \otimes \dots \otimes \underbrace{\hat{E}}_{N-j}$, где $\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$ и $\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle g|$ — операторы перехода из возбужденного $|e\rangle$ и из основного $|g\rangle$ состояний, соответственно, и \hat{E} — единичная матрица размера 2×2 . Соответствующий Гамильтониан типа Джейнса-Каммингса, описывающий взаимодействие между полевыми модами свободного пространства и

двухуровневыми атомами в приближении вращающейся волны, имеет вид:

$$\hat{H} = \sum_k \hbar \omega_k \hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \hbar \omega \hat{J}_z + \sum_k \hbar \Omega_k \left(\hat{a}_k^+ \hat{J}^- + \hat{J}^+ \hat{a}_k \right), \quad (2.6)$$

где \hat{a}_k^+ и \hat{a}_k — операторы рождения и уничтожения фотона в моде с частотой ω_k , ω — частота перехода двухуровневых атомов, Ω_k — константа взаимодействия между фотонами и атомами, $\hat{J}^- = \sum_j \hat{\sigma}_j$ — коллективный атомный оператор дипольного момента системы $\left[\hat{J}^+ = \left(\hat{J}^- \right)^+ = \sum_j \hat{\sigma}_j^+ \right]$ и $\hat{J}_z = \sum_j \hat{\sigma}_j^z$ — оператор коллективной инверсии населённостей, где $\hat{\sigma}_j^z = \underbrace{\hat{E} \otimes \hat{E} \otimes \dots \otimes \hat{E}}_{j-1} \hat{\sigma}^z \underbrace{\otimes \dots \otimes \hat{E}}_{N-j}$ и $\hat{\sigma}^z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$.

Система Дике также может быть описана другим способом, отличным от уравнения (1.34), без использования предположения Дике, то есть здесь не предполагается, что $\langle \hat{J}^z \hat{J}^z \rangle = \langle \hat{J}^z \rangle \langle \hat{J}^z \rangle$. Если ограничиться случаем $N\gamma_0 \ll \omega$, тогда динамика системы может быть промоделирована матрицей плотности, которая подчиняется управляющему уравнению в форме Линдблада [10; 102]:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{2\hbar} \omega \sum_{j=1}^N [\hat{\sigma}_j^z, \rho] + \frac{\gamma_0}{2} \sum_{i,j=1}^N (2\hat{\sigma}_i \rho \hat{\sigma}_j^+ - \hat{\sigma}_i^+ \hat{\sigma}_j \rho - \rho \hat{\sigma}_i^+ \hat{\sigma}_j), \quad (2.7)$$

где $[\cdot, \cdot]$ означает коммутатор соответствующих операторов. В представлении взаимодействия, $\rho \rightarrow \exp\left(i\omega t \sum_j \hat{\sigma}_j^z/2\right) \rho \exp\left(-i\omega t \sum_j \hat{\sigma}_j^z/2\right)$, а также переходя от одночастичных операторов перехода $\hat{\sigma}_j$ и $\hat{\sigma}_j^+$ к коллективным операторам, \hat{J}^- и \hat{J}^+ , управляющее уравнение принимает вид [10]:

$$\dot{\rho} = \frac{\gamma_0}{2} \left(2\hat{J}^- \rho \hat{J}^+ - \hat{J}^+ \hat{J}^- \rho - \rho \hat{J}^+ \hat{J}^- \right). \quad (2.8)$$

Численное моделирование показывает (см. также [103]), что решения уравнений (1.34) и (2.8) похожи. Они оба предсказывают время задержки и короткую продолжительность импульса. Тем не менее, существуют важные различия в максимальных значениях интенсивности и скоростях релаксации. Более того, так как правая часть уравнения (2.8) содержит диссипационный член, описывающий радиационные потери, начальное чистое состояние должно эволюционировать через смешанные состояния, поэтому здесь предположение Дике нарушается. Результат численного моделирования уравнения (2.8) (см. рис. 2.12) иллюстрирует факт, что параметр $\text{Tr}(\rho^2(t))$, который равен единице для чистого состояния, отличен от этого значения. Это говорит о том, что

эволюция состояний проходит через смешанные состояния, не являющиеся состояниями Дике.

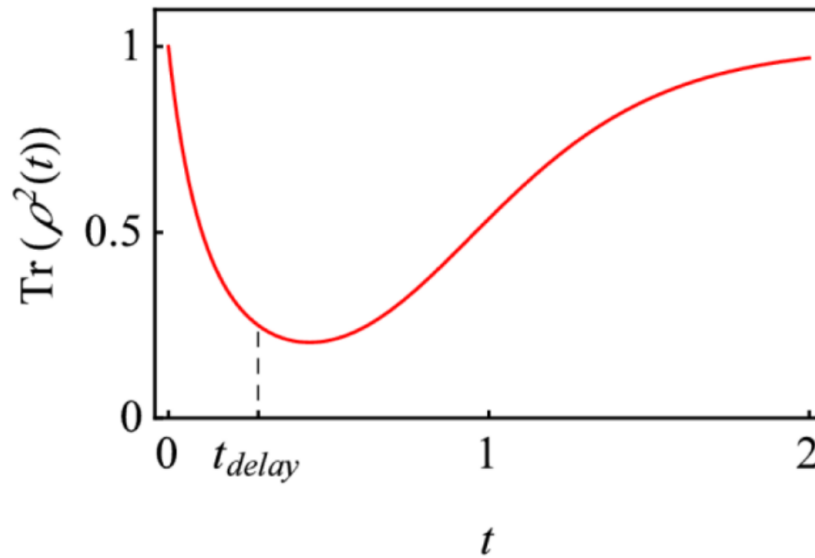


Рисунок 2.12 — Зависимость параметра чистоты, $\text{Tr}(\rho^2(t))$, от времени.

2.3.2 Сверхизлучение состояний с ненулевым дипольным моментом

В некоторых работах подход Дике был расширен [104–107]. В них предполагалось, что дипольные моменты как чистых, так и смешанных состояний равны нулю. В данном разделе, используя уравнение (2.8), будет изучена возможность СИ из состояний с ненулевым дипольным моментом каждого атома, не являющихся состояниями Дике.

Оператор косинуса фазы двухуровневого атома

Когда квантовые излучатели возбуждены импульсом накачки, вероятность того, что двухуровневый атом находится в основном состоянии не равна нулю, вне зависимости от силы накачки. В общем случае, даже в рамках чистых состояний волновая функция конечного состояния двухуровневого атома

представляет собой суперпозицию, $\psi_s = c_e|e\rangle + c_g|g\rangle$, где коэффициенты c_e и c_g комплексные. В такой суперпозиции состояний среднее значение оператора дипольного момента $\hat{\sigma}$ не равно нулю

$$\langle \hat{\sigma} \rangle = \text{Tr}(\hat{\sigma}\rho) = \text{Tr} [|g\rangle\langle e| (c_e|e\rangle + c_g|g\rangle) + (c_e^*\langle e| + c_g^*\langle g|)] = c_e c_g^* \langle g | \hat{\sigma} | e \rangle = \alpha e^{i\varphi}, \quad (2.9)$$

где $\alpha e^{i\varphi} = c_e c_g^*$ и $\rho = |\psi_s\rangle\langle\psi_s|$. Значения φ и α аналогичны фазе и амплитуде дипольного момента классического эмиттера.

Чтобы описать такую систему, можно использовать фазу дипольного момента. Однако это неудобно, так как подобным образом невозможно описать состояния Дике вследствие равенства нулю их дипольного момента. Вместо этого, следуя [108; 109], где был введён оператор фазы для ансамбля фотонов, определим оператор фазы M -уровневого атома

$$\exp(i\hat{\Phi}) = \left(\sum_{m=0}^{M-2} |m\rangle\langle m+1| \right) + (|M-1\rangle\langle 0|). \quad (2.10)$$

Для двухуровневого атома, $M = 2$, имеем

$$\cos \hat{\Phi} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Для ансамбля таких атомов в пространстве размерности 2^N оператор фазы $\hat{\Phi}_i$ i -го атома определяется как тензорное произведение одноатомного оператора i -го атома, выражение (2.11), и единичных операторов остальных атомов:

$$\cos \hat{\Phi}_i = \hat{I}_1 \otimes \dots \otimes \cos \hat{\Phi} \otimes \dots \otimes \hat{I}_N. \quad (2.12)$$

Рассмотрение временной эволюции среднего значения оператора (2.12) проливает свет на природу СИ. Очевидно, что среднее значение разности операторов фазы двух атомов из системы, находящейся в состоянии Дике с n возбуждёнными атомами, равно нулю

$$\langle N, n | \cos \hat{\Phi}_i - \cos \hat{\Phi}_j | N, n \rangle = 0. \quad (2.13)$$

Однако дисперсия этого оператора не ноль

$$\begin{aligned} D_{ij} &= \langle N, n | \left(\cos \hat{\Phi}_i - \cos \hat{\Phi}_j \right)^2 | N, n \rangle - \langle N, n | \cos \hat{\Phi}_i - \cos \hat{\Phi}_j | N, n \rangle^2 = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{n(N-n)}{N(N-1)}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Из уравнения (2.14) следует, что D_{ij} принимает минимальное значение при $n = N/2$. Это как раз момент, в который возникает СИ. Таким образом, время всплеска СИ может быть отождествлено с моментом, когда квантовая система синхронизована по фазе, то есть дисперсия D_{ij} минимальна.

Смешанные состояния

Ниже, чтобы подчеркнуть отличие предложенного в диссертационной работе подхода от модели Дике, рассмотрим смешанные состояния с ненулевым дипольным моментом как начальные состояния. Оператор фазы (2.10–2.12) может быть также применён и для этих состояний. Итак, представим начальную матрицу плотности таких состояний как тензорное произведение матриц плотности отдельных атомов $\rho = \rho_1 \otimes \rho_2 \otimes \dots \otimes \rho_N$, а начальная матрица одного атома имеет вид:

$$\rho_i = \begin{pmatrix} k_i & \alpha_i e^{i\varphi_i} \\ \alpha_i e^{-i\varphi_i} & 1 - k_i \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

где k_i , α_i и φ_i предполагаются действительными [56]. Среднее значение дипольного момента $\hat{\sigma}_i$ совпадает с полученным для чистого состояния, (2.9):

$$\langle \hat{\sigma}_i \rangle = \text{Tr}(\hat{\sigma}_i \rho_i) = \text{Tr} \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_i & \alpha_i e^{i\varphi_i} \\ \alpha_i e^{-i\varphi_i} & 1 - k_i \end{pmatrix} \right] = \alpha_i e^{i\varphi_i}. \quad (2.16)$$

Таким образом, α_i и φ_i имеют тот же физический смысл, что и в (2.9). Как отмечалось выше, оператор фазы (2.10–2.12) может быть применён и для состояний с ненулевым дипольным моментом. Динамика дисперсии разности фаз изучалась с помощью численного моделирования управляющего уравнения (2.8). Размерность всей системы при таком рассмотрении быстро растёт с увеличением N , как 2^N . В численных симуляциях $N \leq 10$, то есть порядок системы уравнений — $2^{20} - 1 = 1048575$. Результаты моделирования представлены на рис. 2.13, где изображены интенсивность излучения, которая определяется как производная по времени инверсии населённостей $I(t) = -d\langle \hat{J}^z \rangle / dt$, и дисперсия D_{ij} . Можно увидеть, что, как и в случае состояний Дике, пик интенсивности СИ и минимум дисперсии происходят в одно время.

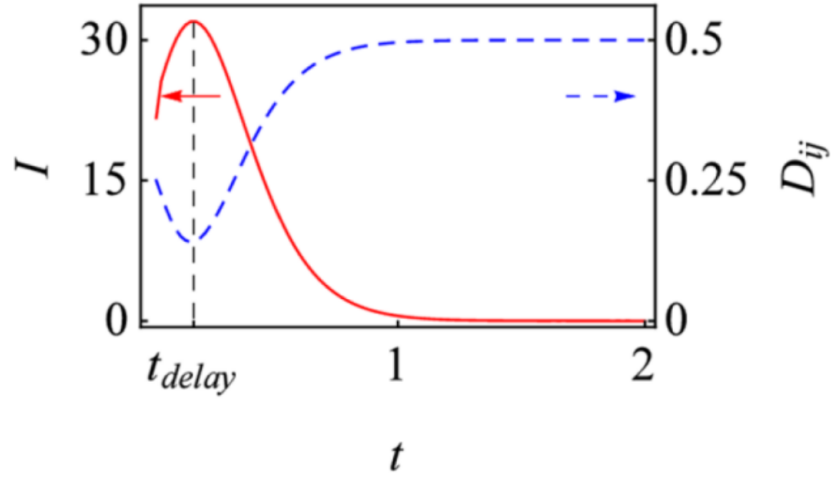


Рисунок 2.13 — Динамика интенсивности I (красная сплошная линия) и дисперсии разности косинусов фаз дипольных моментов (синяя пунктирная линия) для начального состояния с ненулевым дипольным моментом. В начальный момент фазы всех восьми эмиттеров равномерно распределены на интервале $(-\pi/5, \pi/5)$.

В случае ненулевого дипольного момента представляется возможным получить соотношение между фазой состояния и фазой дипольного момента. Среднее значение косинуса оператора $\hat{\Phi}$ [см. (2.11)], вычисленного для смешанного состояния (2.15) связано с фазой дипольного момента φ [см. (2.16)]:

$$\langle \cos \hat{\Phi}_i \rangle = \text{Tr} \left[\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_i & \alpha_i e^{i\varphi_i} \\ \alpha_i e^{-i\varphi_i} & 1 - k_i \end{pmatrix} \right] = \alpha_i \cos \varphi_i. \quad (2.17)$$

Уравнение (2.17) демонстрирует то, что фаза дипольного момента однозначно связана с фазой состояния. Заметим, что разность косинусов фаз дипольных моментов равна среднему значению разности косинусов операторов фаз

$$\langle \cos \hat{\Phi}_i - \cos \hat{\Phi}_j \rangle = \alpha_i \cos \varphi_i - \alpha_j \cos \varphi_j. \quad (2.18)$$

Уравнение (2.18) связывает классические и квантовые фазы.

Таким образом, если абсолютные значения дипольных моментов атомов одинаковы, то средние значения разности косинусов операторов фаз пропорциональны разности фаз дипольных моментов.

Рассмотрим динамику фаз дипольных моментов. Численное моделирование показывает, что в момент t_0 , который близок к t_{delay} , фазы эмиттеров

становятся ближе друг к другу, как это показано на рис. 2.14. Это время совпадает со временем, когда дисперсия фаз дипольных моментов,

$$\Delta = \left[\sum_i \cos^2 \varphi_i - \frac{\left(\sum_j \cos \varphi_j \right)^2}{N} \right] / (N - 1), \quad (2.19)$$

достигает минимума (см. рис. 2.15). Продолжительность всплеска излучения близка к предсказаниям модели Дике.

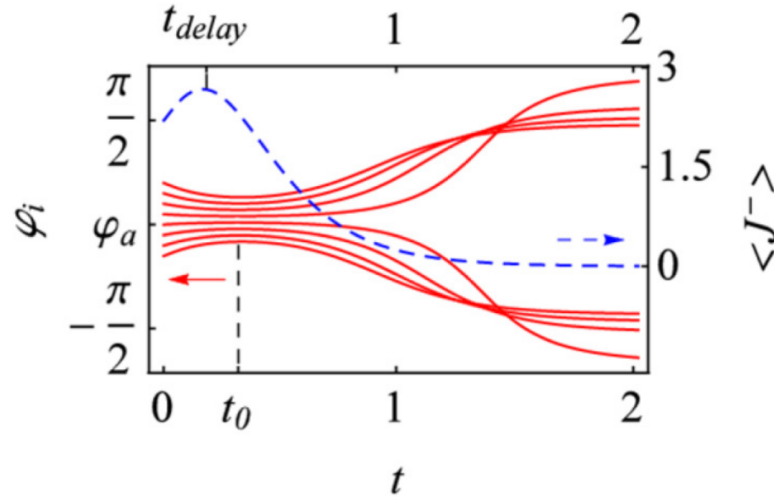


Рисунок 2.14 — Динамика фаз восьми эмиттеров с ненулевыми дипольными моментами. Временные эволюции фаз дипольных моментов и коллективного дипольного момента \hat{J}^- показаны сплошными и пунктирной линиями, соответственно.

Численное моделирование показывает, что обе дисперсии, D_{ij} и Δ , достигают минимума вблизи времени t_{delay} (см. рис. 2.15). Этот факт качественно согласуется с уравнением (2.18). Также, как и в случае классических диполей, притяжение фаз, показанное на рис. 2.14, приводит к конструктивной интерференции огибающих быстрых дипольных осцилляций [94].

Заметим, что время t_{delay} меньше времени схождения фаз t_0 . Это происходит вследствие того, что максимум коллективного дипольного момента определяется двумя процессами. Во-первых, схлопывание фаз эмиттеров ведёт к конструктивной интерференции и к увеличению коллективного дипольного момента. Во-вторых, в процессе эволюции система излучает фотоны, что приводит к уменьшению дипольных моментов эмиттеров. Конкуренция этих двух процессов приводит к тому, что СИ всплеск появляется раньше, чем сойдутся

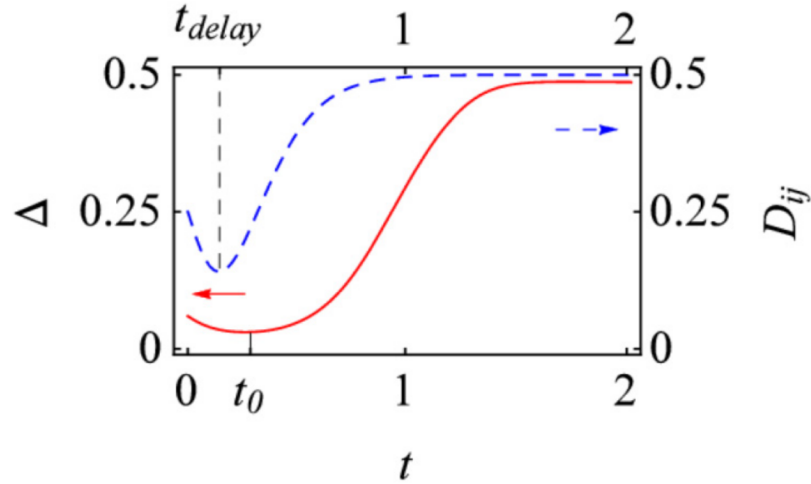


Рисунок 2.15 — Сплошная красная и пунктирная синяя линии демонстрируют динамику дисперсий Δ и D_{ij} , соответственно. Дисперсии вычислены для начального состояния с ненулевым дипольным моментом. В начальный момент фазы всех восьми эмиттеров равномерно распределены на интервале $(-\pi/5, \pi/5)$.

фазы, в момент t_{delay} , где дипольные моменты отдельных атомов всё ещё велики для того, чтобы сформировать большой общий дипольный момент.

Как показывает численное моделирование, t_0 стремится к t_{delay} с ростом числа эмиттеров в системе (см. рис. 2.16). Зависимость $(t_0 - t_{\text{delay}})/t_0 = \Delta t/t_0$ от N , показанная на рис. 2.16, непрямо подтверждает нелинейный характер явления СИ. Увеличение скорости схождения фаз с ростом N означает, что существует связь между амплитудой коллективного дипольного момента, которая, очевидно, зависит от N , и фазами эмиттеров. Подобное поведение характерно для нелинейных систем.

Чтобы определить зависимость времени схождения фаз от начального распределения фаз, мы решаем управляющее уравнение (2.8) для различных распределений фаз. Рис. 2.16 показывает, что когда ширина распределения уменьшается, t_{delay} становится ближе к t_0 . Таким образом, можно заключить, что СИ из состояний с ненулевым дипольным моментом возникает вследствие схлопывания фаз дипольных моментов эмиттеров.

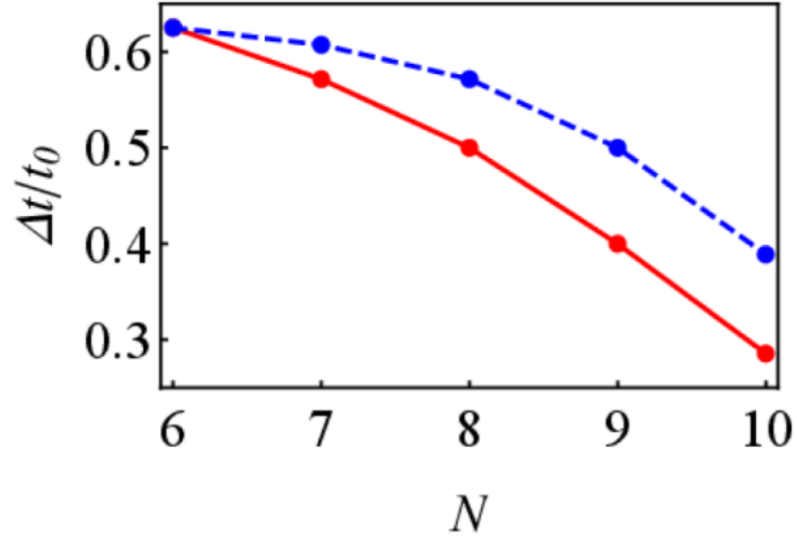


Рисунок 2.16 — Зависимость $\Delta t/t_0$ от числа эмиттеров. Пунктирная синяя и сплошная красная линии отвечают интервалам начального распределения фаз: $(-2\pi/5, 2\pi/5)$ и $(-\pi/5, \pi/5)$, соответственно.

Роль дипольного момента

Если классическая система эмиттеров изначально осциллирует по фазе, то, подобно СИ, интенсивность излучения пропорциональна квадрату числа частиц. Однако время задержки такой системы равно нулю [49; 99]. Чтобы иметь время задержки, эмиттеры должны иметь фазовый разброс [95], что также приводит к уменьшению начального дипольного момента. Это справедливо и для квантовой системы: увеличение среднего начального дипольного момента приводит к уменьшению времени задержки. Предельный случай нулевого начального дипольного момента соответствует модели Дике и дает максимальное время задержки.

В модели Дике для начального состояния $|N, n\rangle$ с $N > n > N/2$ при стремлении n к $N/2$ время задержки приближается к нулю. Действительно, как следует из уравнения (1.35), если в начальный момент $\langle \hat{J}^z(0) \rangle = 1$, что отвечает $n \approx N/2$, то время задержки равно нулю, $t_{\text{delay}} = 0$.

Для состояния с ненулевым дипольным моментом среднее число возбуждённых атомов меньше N . Действительно, атом может иметь ненулевой дипольный момент только в случае, если он находится в суперпозиции состояний $c_e|e\rangle + c_g|g\rangle$. В данном состоянии атом имеет проекции на оба возбужденное

и основное состояния, и его дипольный момент равен $|\langle d \rangle| = c_e \sqrt{1 - c_e^2}$. А так как вероятность найти атом в возбуждённом состоянии равна $c_e^2 = \left(1 + \sqrt{1 - |\langle d \rangle|^2}\right) / 2$, то когда начальный дипольный момент растёт, начальное эффективное число возбуждённых атомов $N > n_{\text{eff}} = N c_e^2 > N/2$ и, следовательно, время задержки должно уменьшаться (рис. 1.2). Это подтверждается результатами численного эксперимента, показанного на рис. 2.17.

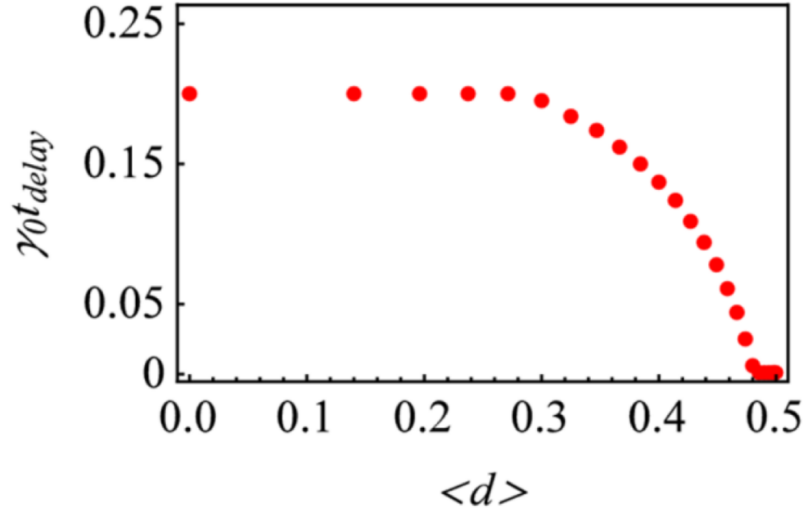


Рисунок 2.17 — Зависимость времени задержки СИ от среднего значения дипольного момента на один атом.

Можно заключить, что существует тесная связь между СИ в системах нелинейных классических излучателей и двухуровневых атомов. Обе системы имеют точки сходимости для фаз эмиттеров, а времена задержки уменьшаются при уменьшении как классического, так и квантового дипольных моментов. Поскольку нелинейность классической системы критична для СИ, ниже показано, что то же самое верно для квантовой системы.

Роль нелинейности

Несмотря на то, что уравнение Линдблада (2.8) линейно относительно матрицы плотности, явление СИ возникает из-за нелинейного взаимодействия света с двухуровневыми атомами. Это связано с эффектом насыщения инверсии населенностей двухуровневого излучателя, что делает его нелинейной системой [110]. В квазиклассическом описании это приводит к зависимости

диэлектрической проницаемости от амплитуды электрического поля [48; 110]. В ненасыщенной системе, такой как квантовый осциллятор, нелинейность не возникает. В квазиклассическом приближении диэлектрическая проницаемость системы классических осцилляторов описывается линейной функцией Лоренца.

Как было показано в 2.3.2, система двухуровневых атомов демонстрирует притяжение фаз эмиттеров и уменьшение дисперсии разности операторов косинуса фазы двух различных эмиттеров. Для классической системы излучателей было показано (см. раздел 2.2.1), что в эволюции фазы точки сходимости возникают из-за зависимости фазы от амплитуды [11; 95]. В квантовой системе пока не получено прямого доказательства этого. Однако ниже показано, что многоуровневая система, например гармонический осциллятор, не сверхизлучает. Это похоже на систему классических осцилляторов, которая не сверхизлучает при случайном равномерном распределении фаз.

Рассмотрено, может ли всплеск СИ возникнуть в системе неразличимых квантовых линейных гармонических осцилляторов. В качестве системы двухуровневых атомов предполагаются осцилляторы, находящиеся в субволновом объеме и взаимодействующие с модами электромагнитного поля свободного пространства. Это взаимодействие имеет форму $-\mathbf{d}_i \mathbf{E}$, где $\mathbf{d}_i = \mathbf{d}_0(\hat{a}_i + \hat{a}_i^\dagger)$. Динамика матрицы плотности описывается уравнением Линдблада

$$\dot{\rho} = \frac{\gamma_0}{2} \left(2\hat{A}\rho\hat{A}^\dagger - \hat{A}^\dagger\hat{A}\rho - \rho\hat{A}^\dagger\hat{A} \right). \quad (2.20)$$

где $\hat{A} = \sum_i \hat{a}_i$ — оператор коллективного дипольного момента осцилляторов, \hat{a}_i является оператором уничтожения i -го осциллятора. Это уравнение получается аналогично управляющему уравнению (2.8) для системы двухуровневых атомов.

Уравнение (2.20) позволяет получить уравнения динамики для дипольного момента каждого осциллятора:

$$\begin{aligned}
\langle \dot{\hat{a}}_i \rangle &= \text{Tr}(\hat{a}_i \dot{\rho}) = \frac{\gamma_0}{2} \langle \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \hat{a}_i - \hat{a}_i \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \rangle + \\
&+ \frac{\gamma_0}{2} \left\langle \left(\sum_{j \neq i} \hat{a}_j^+ \right) \hat{a}_i \left(\sum_{k \neq i} \hat{a}_k \right) - \hat{a}_i \left(\sum_{j \neq i} \hat{a}_j^+ \right) \left(\sum_{k \neq i} \hat{a}_k \right) \right\rangle + \\
&+ \frac{\gamma_0}{2} \left\langle \left(\sum_{j \neq i} \hat{a}_j^+ \right) \hat{a}_i \hat{a}_i - \hat{a}_i \left(\sum_{j \neq i} \hat{a}_j^+ \right) \hat{a}_i \right\rangle + \\
&+ \frac{\gamma_0}{2} \left\langle \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \left(\sum_{k \neq i} \hat{a}_k \right) - \hat{a}_i \hat{a}_i^+ \left(\sum_{k \neq i} \hat{a}_k \right) \right\rangle.
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Оценим каждое среднее в правой части уравнения (2.21). Первое слагаемое определяет затухание гармонического осциллятора в вакууме:

$$\frac{\gamma_0}{2} \langle \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \hat{a}_i - \hat{a}_i \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \rangle = -\frac{\gamma_0}{2} \langle \hat{a}_i \rangle, \tag{2.22}$$

где используется для гармонического осциллятора коммутатор $[\hat{a}_i, \hat{a}_i^+] = \hat{1}$. Второй член равен нулю, так как операторы, соответствующие различным осцилляторам, коммутируют. Третий и четвертый члены определяют затухание за счет коллективного взаимодействия осцилляторов с модами свободного пространства:

$$\begin{aligned}
&\frac{\gamma_0}{2} \left\langle \left(\sum_{j \neq i} \hat{a}_j^+ \right) \hat{a}_i \hat{a}_i - \hat{a}_i \left(\sum_{j \neq i} \hat{a}_j^+ \right) \hat{a}_i \right\rangle + \\
&+ \frac{\gamma_0}{2} \left\langle \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \left(\sum_{k \neq i} \hat{a}_k \right) - \hat{a}_i \hat{a}_i^+ \left(\sum_{k \neq i} \hat{a}_k \right) \right\rangle = \\
&= -\frac{\gamma_0}{2} \langle [\hat{a}_i, \hat{a}_i^+] \sum_{k \neq i} \hat{a}_k \rangle,
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Объединяя уравнения (2.22) и (2.23) и используя коммутационное соотношение $[\hat{a}_i, \hat{a}_i^+] = \hat{1}$, получаем:

$$\langle \dot{\hat{a}}_i \rangle = \frac{\gamma_0}{2} \sum_k \langle \hat{a}_k \rangle \tag{2.24}$$

Таким образом, конечная система уравнений, описывающая динамику гармонических осцилляторов, замкнута относительно переменных $\langle \hat{a}_k \rangle$. Это

линейная система дифференциальных уравнений для амплитуд осцилляторов $\langle \hat{a}_k \rangle$. Так как в системе (2.24) все скорости осциллятора одинаковы, любое решение этой системы будет затухать точно с такой же скоростью. Поэтому в этой системе нет СИ всплесков.

Для случайного начального фазового распределения эмиттеров эффективная скорость изменения амплитуд пропорциональна $\sum_i \langle a_i(0) \rangle \sim \sqrt{N}$, интенсивность излучения $I(t) = -d\langle \hat{H}(t) \rangle / dt = \hbar\omega\gamma_0 |\sum_i \langle a_i(0) \rangle|^2 \exp(-\gamma_0 N t) \sim N$. Это качественно отличается от СИ, для которого $\gamma_N \sim \gamma_0 N^2$ и $i(t) \sim N^2$.

В последнее время активно изучается так называемое однофотонное СИ [34]. Это явление происходит, когда в начальный момент в системе имеется только один квант энергии, а начальное состояние — состояние Дике $|N, 1\rangle$. Несмотря на то, что в этом случае система находится в линейном оптическом режиме, она демонстрирует увеличение скорости излучения, $\gamma_0 N/2$. Это больше скорости одиночного атома в $N/2$ раз. Однако увеличение значительно меньше, чем в СИ Дике.

В полной аналогии с классической системой СИ возникает только в нелинейной системе.

2.3.3 Выводы

В разделе 2.3 было показано, что существует аналогия между СИ в квантовой и нелинейной классической системах [11; 95; 111]. Эту аналогию можно пронаблюдать, рассматривая СИ из состояний с ненулевым дипольным моментом. В обеих системах в момент схождения фаз все дипольные моменты излучателей находятся в фазе, что приводит к СИ всплеску. Сходимость фаз эмиттеров для системы нелинейных классических эмиттеров возникает из-за образования особой точки в фазовой эволюции дипольных моментов эмиттеров [95]. Существование точки сходимости является следствием нелинейности процесса. Численное моделирование показывает, что точка сходимости фаз существует и для системы квантовых излучателей (см. рис. 2.14). Это вызвано нелинейным откликом двухуровневых атомов на электромагнитное поле из-за эффекта насыщения [48].

Поведение времени задержки в квантовой системе также аналогично поведению в классической системе. Если изначальный дипольный момент квантовой системы имеет максимальное значение, то время задержки равно нулю. В нелинейной классической системе система имеет максимальный дипольный момент, когда все излучатели изначально находятся в фазе. В этом случае СИ запускается без какой-либо задержки.

Нелинейность играет критическую роль для СИ как в классической, так и в квантовой системах. Как показано в [11], в линейной классической системе СИ не возникает. Нелинейность квантовой системы двухуровневых атомов обусловлена её насыщением при возбуждении [110]. Система линейных квантовых осцилляторов, которая не имеет насыщения, не сверхизлучает.

В заключение, в данном разделе главы 2 диссертационной работы была изучена динамика взаимодействия квантовых излучателей через их поле излучения. В отличие от модели Дике, в которой предполагается, что все излучатели находятся в состоянии с нулевым дипольным моментом, новый режим СИ возникает в более реалистичной системе, в которой исходное состояние может иметь ненулевой дипольный момент. Продемонстрировано, что состояние Дике не требуется для СИ. Поскольку состояние Дике может быть реализовано только в ограниченном числе физических систем, ожидается, что полученный результат простимулирует изучение СИ, которое можно наблюдать в более простых и более реалистичных системах.

2.4 Сверхизлучение в низкодобротном резонаторе

В данной главе рассматривается динамика двухуровневых атомов, взаимодействующих с модой электромагнитного поля в резонаторе. В качестве такой моды электромагнитного поля можно использовать моду резонатора Фабри-Перо, моду металлических резонаторов, пленок и наночастиц, или моду диэлектрических наночастиц. Изучается динамика эмиттеров со случайным начальным распределением фаз при разных скоростях затухания моды поля в резонаторе. Оказывается, существует критическое значение скорости затухания, которое разделяет два разных режима СИ. Если скорость затухания резонатора ниже критического значения, СИ проявляется как набор пиков

излучения, а время их задержки зависит от количества атомов в системе по степенному закону, $t_{\text{delay}} \sim N^\beta/N$. При более высокой скорости затухания резонатора, которая больше критической, существует однопиковый режим СИ. Зависимость времени задержки в этом случае является логарифмической, $t_{\text{delay}} \sim \log N/N$.

Показано, что интенсивность пика СИ зависит от общего числа эмиттеров как $I \sim N^\alpha$, а при критическом значении индекс α достигает своего максимального значения $\alpha = 2$. Это означает, что максимальное количество излучателей участвует в импульсе СИ для резонатора с конечными потерями. Показано, что интенсивность всплеска СИ для резонатора с критической скоростью затухания может быть больше, чем для резонатора, скорость распада которого на три порядка меньше. Данный эффект может быть использован для усиления взаимодействия между атомами и электромагнитными полями различных плазмонных микро- и наноструктур с большими потерями.

2.4.1 Два режима сверхизлучения

Исследуется ансамбль двухуровневых атомов, взаимодействующих с модой резонатора, которые контактируют с тепловыми резервуарами и, следовательно, диссипируют. В приближении Борна-Маркова динамика такой системы в оптическом диапазоне частот описывается следующим управляющим уравнением [55].

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -\frac{i}{\hbar} \omega \sum_{j=1}^N [\hat{H}, \rho] + \frac{\gamma_a}{2} (2\hat{a}\rho\hat{a}^+ - \hat{a}^+\hat{a}\rho - \rho\hat{a}^+\hat{a}) + \\ & + \frac{\gamma_D}{2} \sum_{i=1}^N (2\hat{\sigma}_i\rho\hat{\sigma}_i^+ - \hat{\sigma}_i^+\hat{\sigma}_i\rho - \rho\hat{\sigma}_i^+\hat{\sigma}_i) + \\ & + \frac{\gamma_{\text{ph}}}{2} \sum_i (\hat{D}_i\rho\hat{D}_i - \rho). \end{aligned} \quad (2.25)$$

Здесь ρ — матрица плотности системы, \hat{a} и \hat{a}^+ — операторы уничтожения и рождения фотона в моде резонатора с частотой ω_{CM} , ω_{TLS} — частота перехода двухуровневых атомов, $\hat{\sigma}_i$ и $\hat{\sigma}_i^+$ — операторы перехода i -го атома из возбужден-

ного в основное состояние и наоборот, соответственно. \hat{D}_i — оператор инверсии i -го двухуровневого атома, $\hat{D}_i = [\hat{\sigma}_i^+, \hat{\sigma}_i]$.

Последние три члена в уравнении (2.25) соответствуют диссипации моды резонатора со скоростью γ_a , диссипации энергии двухуровневых атомов со скоростью γ_D и дефазирующему процессу со скоростью γ_{ph} , соответственно. Гамильтониан системы \hat{H} имеет вид [10]:

$$\hat{H} = \hbar\omega_{CM}\hat{a}^+\hat{a} + \hbar\omega_{TLS} \sum_i \hat{\sigma}_i^+ \hat{\sigma}_i + \hbar \sum_i \Omega_R^i (\hat{a}_i^+ \hat{\sigma}_i + \hat{\sigma}_i^+ \hat{a}_i) \quad (2.26)$$

Последний член в (2.26) описывает тип взаимодействия Джейнса-Каммингса между модой поля и двухуровневыми атомами в приближении вращающейся волны. Здесь Ω_R^i — частота Раби, которая определяется как $\Omega_R^i = -\mathbf{d}_{TLS}^i \mathbf{E}(\mathbf{r}_i)/\hbar$, где \mathbf{d}_{TLS}^i — матричный элемент дипольного перехода двухуровневого атома, а $\mathbf{E}(\mathbf{r}_i)$ — электрическое поле в координате i -го атома. Предположим, что константа Раби Ω_R^i одинакова для каждого атома в системе, $\Omega_R^i = \Omega_R$. Это справедливо в случае субволнового объема, линейный размер которого много меньше длины волны излучения. Кроме того, пренебрежем диполь-дипольным взаимодействием между атомами. Это предположение может быть применено, если атомы расположены в идеальной кубической решетке или если взаимодействие с электромагнитным полем намного больше межатомного.

Из управляющего уравнения (2.25) через равенство $\langle \hat{A} \rangle = \text{Tr}(\hat{A}\rho)$ для любого оператора \hat{A} можно получить уравнения для средних значений операторов \hat{a} , $\hat{\sigma}_i$ и \hat{D}_i :

$$\begin{aligned} \langle \dot{\hat{a}} \rangle &= -i\omega_{CM}\langle \hat{a} \rangle - \gamma_a \langle \hat{a} \rangle - i\Omega_R \sum_j \langle \hat{\sigma}_j \rangle, \\ \langle \dot{\hat{\sigma}}_i \rangle &= -i\omega_{TLS}\langle \hat{\sigma}_i \rangle - \gamma_\sigma \langle \hat{\sigma}_i \rangle + i\Omega_R \langle \hat{a} \hat{D}_i \rangle, \\ \langle \dot{\hat{D}}_i \rangle &= -\gamma_D (\langle \hat{D}_i \rangle + 1) + 2i\Omega_R (\langle \hat{a}^+ \hat{\sigma}_i \rangle - \langle \hat{a} \hat{\sigma}_i^+ \rangle), \end{aligned} \quad (2.27)$$

где $\gamma_\sigma = \gamma_D/2 + \gamma_{\text{ph}}/2$. Эта система уравнений неполна, так как содержит средние значения операторных произведений. Однако мы рассматриваем большое количество двухуровневых атомов, $N \sim 10^3 - 10^9$. В таком случае, в нулевом порядке система (2.27) становится c -числовой системой уравнений Максвелла-Блоха [3; 112]. Положив $\omega_{CM} = \omega_{TLS} = \omega$ и сделав замену $a \rightarrow a \exp(-i\omega t)$, $\sigma \rightarrow \sigma \exp(-i\omega t)$, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\gamma_a a - i\Omega_R \sum_j \sigma_j, \\ \dot{\sigma}_i &= -\gamma_\sigma \sigma_i + i\Omega_R a D_i, \\ \dot{D}_i &= -\gamma_D (D_i + 1) + 2i\Omega_R (a^* \sigma_i - a \sigma_i^*), \end{aligned} \quad (2.28)$$

Уравнения (2.28) являются обобщением системы Максвелла-Блоха для случая многих атомов. Заметим, что эта система нелинейна. Как показано в [55] такое нелинейное приближение корректно, когда размер системы стремится к бесконечности. В нашем случае число атомов N играет роль размера системы. Из-за нелинейности системы (2.28) становится возможным реализовать классический тип СИ, т.е. СИ нелинейных осцилляторов (см. [11; 94] и раздел 2.2), которое связано с конструктивной интерференцией медленных огибающих колебаний диполей. В результате интерференции через определенное время (время задержки t_{delay}) появляется пик СИ. В это время диполи сверхизлучают и теряют свою энергию.

В настоящем разделе диссертационной работы исследуются свойства импульса СИ, а именно интенсивность сигнала, т.е. максимальное значение $I = |a|^2$, и время задержки t_{delay} СИ-всплеска, в зависимости от числа атомов в системе N . Управляющим параметром задачи является скорость диссипации резонаторной моды γ_a . При моделировании уравнений (2.28) мы предполагаем, что параметры: $\Omega_R/\gamma_D = 2\gamma_\sigma/\gamma_D$. Начальные условия для системы (2.28) — это нулевая амплитуда поля, $a(0) = 0$, и частично инвертированное состояние атомов, $D_i(0) = 0.9$, со случайно распределенными дипольными фазами, $\sigma_i(0) = 0.2 \exp(i\varphi_i)$, где фаза φ_i есть случайное число из интервала $[0, 2\pi]$. Такие начальные условия были выбраны в том числе и для того, чтобы удовлетворить требованию положительной определенности матрицы плотности каждого атома, $4|\langle \hat{\sigma} \rangle|^2 + \langle \hat{D} \rangle^2 \leq 1$ [50; 113].

Численное моделирование показывает, что существует определенная скорость диссипации резонатора, γ_a^{cr} , которая разделяет два режима поведения системы. Рис. 2.18 демонстрирует поведение системы в этих двух режимах (рис. 2.18 ab, ef) и поведение при $\gamma_a = \gamma_a^{\text{cr}}$ (рис. 2.18 cd). Число атомов, используемых при моделировании, показанном на рис. 2.18, равно $N = 2 \cdot 10^4$.

Режим, где $\gamma_a \ll \gamma_a^{\text{cr}}$, соответствует высокодобротному резонатору (рис. 2.18 a-b). Как было показано в [114], увеличение добротности резонатора меняет зависимость интенсивности СИ от однопикового режима до многопикового. В нашем случае мы имеем подобное поведение. Интенсивность излучения имеет большое количество пиков. График фазовой динамики подразумевает, что характер появления пиков связан с конструктивной интерференцией колебаний Раби, которые имеют место в резонаторе с высоким Q [50]. При значении скорости диссипации $\gamma_a \approx \gamma_a^{\text{cr}}$, которое делит два режима, система демонстрирует

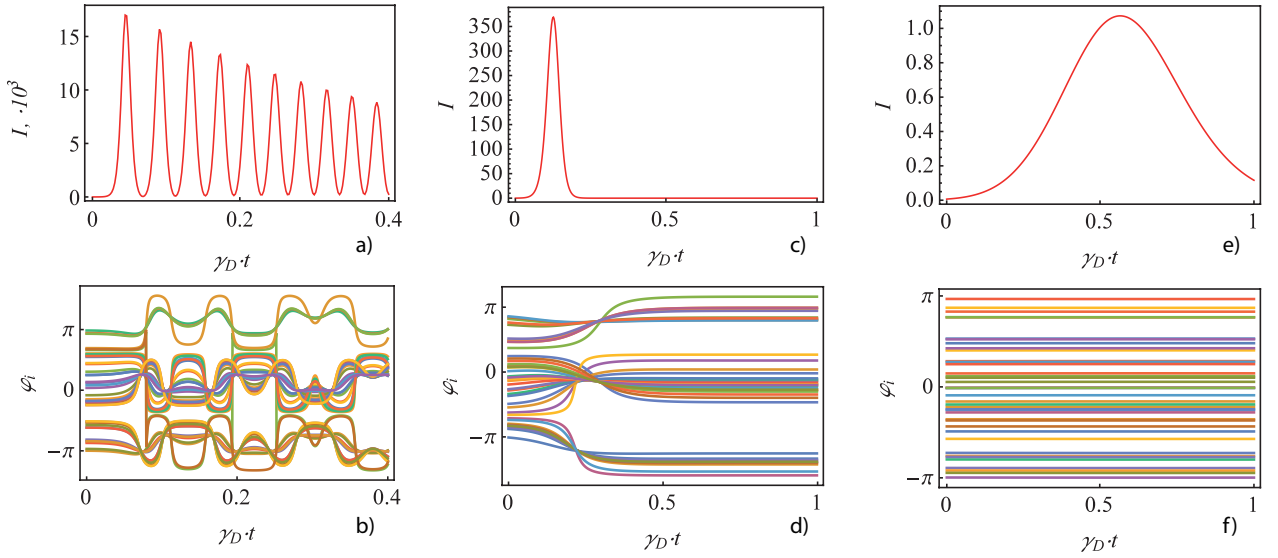


Рисунок 2.18 — Динамика интенсивности (а, с, е) и динамика фаз дипольного момента (b, d, f) при разных значениях γ_a : а)–b) $\gamma_a = 1$; с)–d) $\gamma_a = \gamma_a^{\text{cr}} = 400$; е)–f) $\gamma_a = 2000$. Число атомов равно $N = 2 \cdot 10^4$.

только один пик СИ (рис. 2.18 с-d). Фазовая динамика все еще четко отражает конструктивную интерференцию. Второй режим имеет место в пределе резонатора с низким Q , $\gamma_a \gg \gamma_a^{\text{cr}}$. В этом случае амплитуда пика СИ значительно падает, а его ширина увеличивается (рис. 2.18 е-f). Кроме того, почти невозможно идентифицировать присутствия интерференции по фазовой динамике. Такое поведение является результатом больших потерь в резонаторе.

Изучим зависимость интенсивности пика СИ и времени задержки от числа атомов в резонаторе при разных значениях скорости затухания моды γ_a . Здесь мы увеличили максимальное число атомов до $N = 10^9$. Моделирование (2.28) проводится для 1000 различных реализаций случайного распределения фаз σ_i и усредняется по ним.

Константа скорости затухания γ_a^{cr} делит два типа зависимостей интенсивности пика СИ и времени задержки от количества излучателей. В случае, когда $\gamma_a \ll \gamma_a^{\text{cr}}$, (рис. 2.19 ab), зависимость интенсивности и времени задержки от числа атомов имеет степенной вид, $I \sim N^\alpha$ и $t_{\text{delay}} \sim N^\beta/N$. Когда γ_a стремится к γ_a^{cr} , индекс возрастает от $\alpha \approx 1$ до $\alpha \approx 2$ (рис. 2.19 с). Фазовая динамика в этом случае демонстрирует сходимость фаз, которая является типичной для классического СИ (рис. 2.18 b, d) [94]. В момент всплеска СИ медленные огибающие быстрых дипольных осцилляций конструктивно интерферируют. В случае $\gamma_a = \gamma_a^{\text{cr}}$ (рис. 2.19 е) индекс достигает своего максимального значения $\alpha = 2$.

Когда же $\gamma_a \gg \gamma_a^{\text{cr}}$, индекс ведет себя неоднозначно. В зависимости от N он может измениться или остаться прежним (обсудим эту особенность позднее).

Зависимость времени задержки, в свою очередь, изменяется более кардинально. В области $\gamma_a \leq \gamma_a^{\text{cr}}$ (рис. 2.19 b) она представляет степенной закон $t_{\text{delay}} \sim N^\beta/N$, где индекс β постепенно уменьшается от $\beta \approx 0.5$ до $\beta \approx 0$. Но становится логарифмической, $t_{\text{delay}} \sim \log N/N$, при $\gamma_a \geq \gamma_a^{\text{cr}}$ (рис. 2.19 f). Именно по этой причине будем называть это значение γ_a критическим значением скорости диссипации в резонаторе.

Оказывается, что поведение индексов интенсивности и времени задержки зависит от N . А именно, существуют две области величин порядка N , которые имеют разные значения γ_{ai}^{cr} ($i = 1, 2$). Первое значение ($i = 1$) применимо к $N = 10^3 - 10^6$, а второе ($i = 2$) для $N = 10^6 - 10^9$, см. различия индексов α и β для этих областей по N на рис. 2.19 a-f. Рисунок 2.19 резюмирует характеристики СИ при возрастающей скорости затухания γ_a .

Более аккуратно изучим зависимость индексов α_1 ($I \sim N^{\alpha_1}$) и β_1 ($t_{\text{delay}} \sim N^{\beta_1}/N$) от скорости затухания резонаторной моды γ_a в диапазоне числа эмиттеров $N = 10^3 - 10^6$. Зависимости представлены на рис. 2.20 а.

Таким образом, мы видим, что индекс α_1 в $I \sim N^{\alpha_1}$ принимает значения в интервале от 1 до 2 в зависимости от добротности резонатора. Видно, что интенсивность (рис. 2.20, красная сплошная линия) линейно зависит от количества излучателей в системе при $\gamma_a \rightarrow 0$ и при $\gamma_a \rightarrow \infty$ (т.е. как в малых, так и в высоких значениях Q). При критическом значении $\gamma_a = \gamma_{a1}^{\text{cr}} = 400$ индекс α_1 достигает максимального значения $\alpha_1 = 2$. Время задержки, напротив, демонстрирует различное поведение в этих двух пределах. Зависимость степенного вида от N при малых значениях γ_a и логарифмического для больших γ_a . Критическое значение γ_a , γ_{a1}^{cr} , которое делит две зависимости $t_{\text{delay}}(N)$, отмечено как вертикальная черная линия на рис. 2.20 а.

Различное поведение зависимости интенсивности наблюдается и при большем числе эмиттеров, $N = 10^6 - 10^9$. Критическое значение скорости затухания в резонаторе в этом случае не является экстремальной точкой. Это означает, что при $\gamma_a > \gamma_{a2}^{\text{cr}}$ параметр α_2 равен 2; в то время как α_1 уменьшается с 2 до 1 (см. область $\gamma_a > \gamma_{a1}^{\text{cr}}$ на рис. 2.20). Различие показано на рис. 2.20 b. Таким образом, индекс интенсивности α_2 возрастает до максимального значения 2, пока γ_a не достигнет критического значения γ_{a2}^{cr} . Впоследствии он остае-

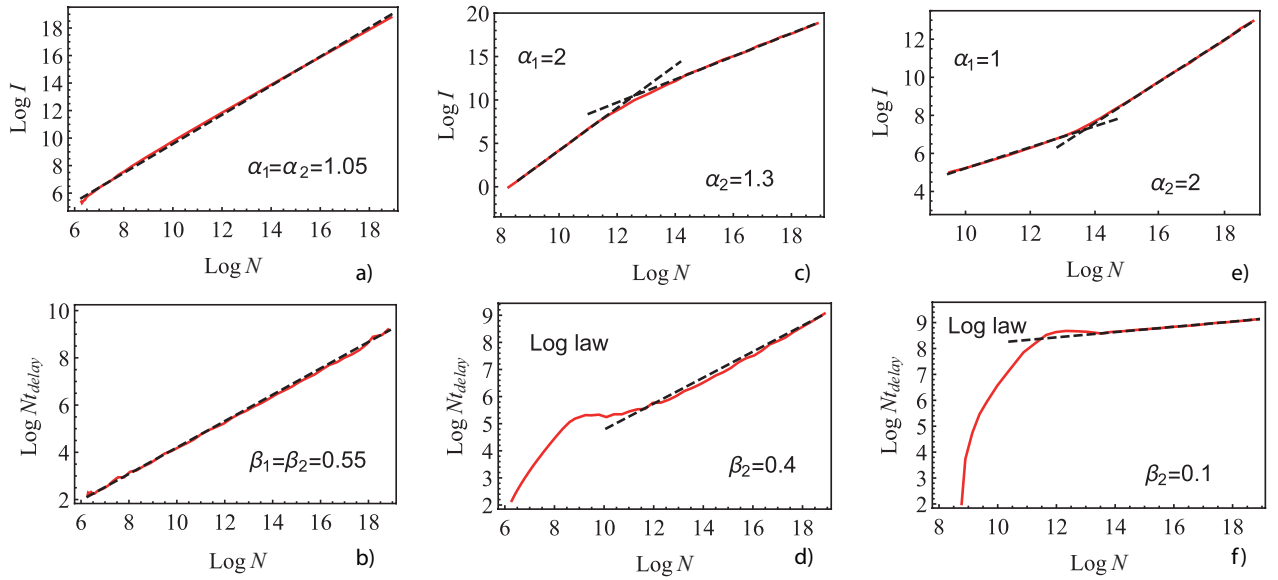


Рисунок 2.19 — Логарифм интенсивности пика СИ, $\log I$, (а, с, е) и логарифм времени задержки $\log N t_{\text{delay}}$ (b, d, f) в зависимости от логарифма числа атомов в системе $\log N$; а)–б) $\gamma_a = 1$, индексы $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.05$, индексы $\beta_1 = \beta_2 = 0.55$; с)–д) $\gamma_a = \gamma_a^{\text{cr}} = 400$, индексы $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 1.3$, индексы $\beta_1 = 0$ (логарифмический закон), $\beta_2 = 0.4$; е)–ф) $\gamma_a = 10^4$, индексы $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, индексы $\beta_1 = 0$ (логарифмический закон), $\beta_2 = 0.1$. Красные сплошные линии — это зависимости, полученные при численном моделировании после усреднения по более чем 1000 реализациям начального случайного распределения фаз, черные штриховые линии — линейная аппроксимация в логарифмическом масштабе в пределах малого и большого числа атомов N .

ся на уровне 2-х, т.е. в максимальном значении, при возрастающей скорости затухания в резонаторе.

Что касается индекса времени задержки β_i , можно заключить, что характер его зависимости от γ_a остается неизменным в обоих случаях малого и большого N (рис. 2.20 синяя пунктирная линия). Это означает, что зависимость времени задержки от N имеет степенную форму до γ_{ai}^{cr} , а затем переходит в логарифмическую. Однако значения критических скоростей затухания, $\gamma_{a2}^{\text{cr}} = 10^4$ для $N = 10^9$ и $\gamma_{a1}^{\text{cr}} = 400$ для $N = 10^5$, отличаются примерно на два порядка. Заметим, что результат при $\gamma_a \gg \gamma_{ai}^{\text{cr}}$ качественно соответствует результату модели Дике, верной в предположении о низкодобротном резонаторе, где $t_{\text{delay}} \sim \log N/N$ [33].

Существование критического значения скорости затухания в резонаторе может быть использовано для усиления СИ-всплеска. С одной стороны, интен-

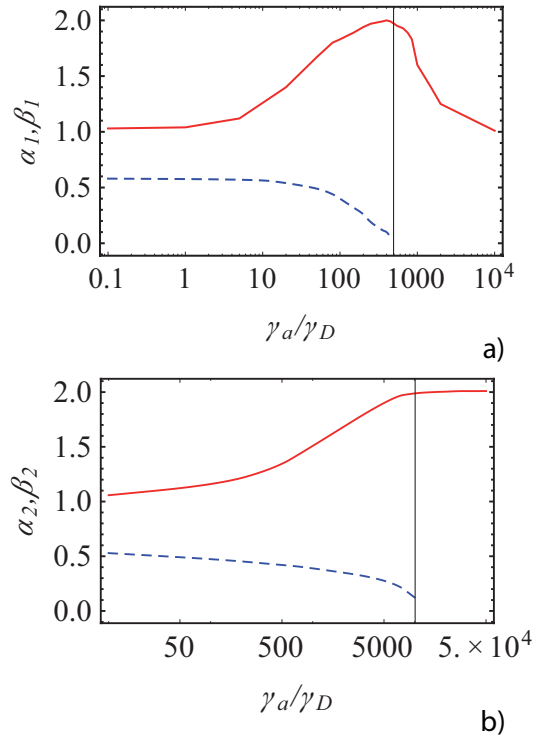


Рисунок 2.20 — Зависимость индекса α_i ($I \sim N^{\alpha_i}$) (красная сплошная линия) и индекса β_i ($t_{\text{delay}} \sim N^{\beta_i}/N$) (синяя пунктирная линия) в зависимости от скорости затухания моды в резонаторе γ_a (логарифмическая шкала): а) предел малых N , N достигает 10^5 ; б) предел больших N , N достигает 10^9 . Вертикальные черные линии отмечают критическое значение γ_a .

сивность пика СИ уменьшается с ростом скорости затухания γ_a в резонаторе, см. рис. 2.18. С другой стороны, закон зависимости интенсивности линейный при малых γ_a ($\alpha \approx 1$), и индекс α достигает максимума ($\alpha = 2$) при критическом значении γ_a^{cr} . Следовательно, интенсивность пика СИ растет намного быстрее для резонатора с γ_a^{cr} при увеличении N , чем интенсивность для высокодобротного резонатора. Таким образом, в системе должно быть такое число атомов, что $I|_{\gamma_a \ll \gamma_a^{\text{cr}}} \sim I|_{\gamma_a = \gamma_a^{\text{cr}}}$.

Действительно, при $N = 2 \cdot 10^8$ пики СИ в резонаторе с высоким Q и в резонаторе со скоростью затухания γ_a^{cr} сравниваются по амплитуде (рис. 2.21). В результате конкуренции диссипации в резонаторе и фазировки диполей интенсивность первого пика СИ для низкодобротного резонатора имеет тот же порядок, что и СИ-всплеск в системе с резонатором с высоким Q , несмотря на то, что добротность резонаторов отличается на три порядка.

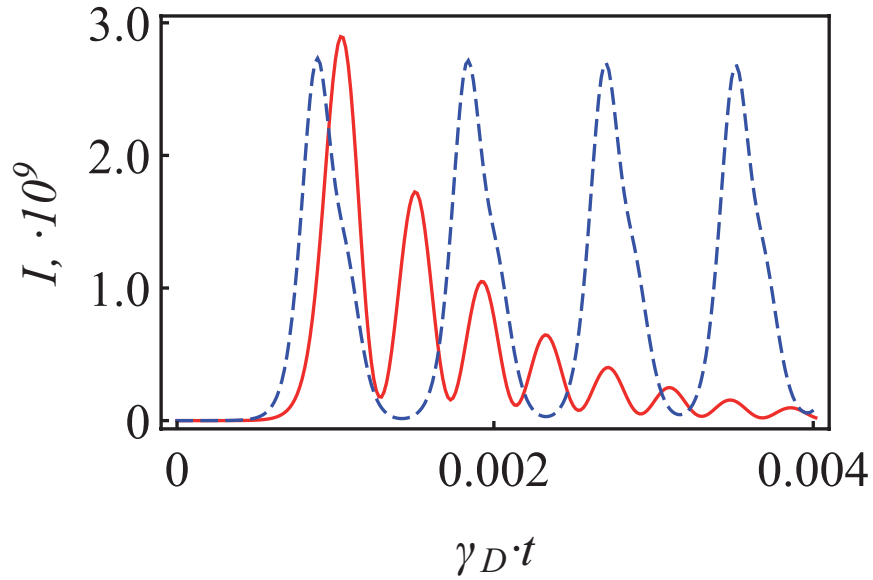


Рисунок 2.21 — Динамика интенсивности при разных значениях скорости затухания резонатора: $\gamma_a = \gamma_a^{\text{cr}} = 10^4$ (красная сплошная линия), $\gamma_a = 10$ (синяя пунктирная линия).

2.4.2 Выводы

Итого, в данном разделе рассмотрено СИ двухуровневых атомов, взаимодействующих с модой резонатора. Показано, что скорость затухания моды в резонаторе сильно влияет на интенсивность и временную задержку СИ-вспышки. Оказывается, существует критическое значение, γ_a^{cr} , скорости затухания в резонаторе, которое зависит от порядка величины числа атомов в системе N . Оно разделяет два разных режима (при любом N). В первом режиме, когда $\gamma_a \leq \gamma_a^{\text{cr}}$, число атомов, образующих СИ-всплеск, увеличивается с ростом скорости затухания, а индекс α , $I \sim N^\alpha$, стремится к 2. Зависимость от времени представляет собой степенной закон $t_{\text{delay}} \sim N^\beta/N$, а индекс β стремится к нулю. Когда же скорость затухания достигает этого критического значения, зависимость интенсивности вспышки СИ от числа атомов стремится к квадратичной. Во втором режиме существуют различия между малым и большим пределами по N . В пределе малых N , когда $\gamma_a > \gamma_a^{\text{cr}}$, индекс α_1 уменьшается от 2 и стремится к единице, при скорости затухания стремящейся к бесконечности. При больших N индекс интенсивности α_2 не изменяется и равняется 2. Временная задержка во втором режиме зависит от логарифмически от N в обоих пределах.

Полученный результат важен в связи с недавними разработками в области создания микро- и нанорезонаторов. Существование оптимального значения скорости диссипации моды в резонаторе можно использовать с целью увеличения взаимодействия между модой электромагнитного поля в резонаторе и атомами, а также усиления эффекта СИ путем настройки параметров резонатора. Показано, что резонаторы с большими потерями могут быть предпочтительнее для увеличения отклика электромагнитного поля в резонаторе, взаимодействующего с атомами.

2.5 Заключение

Итак, резюмируя все выше сказанное, механизмом сверхизлучения является сложный нелинейный характер отклика диполя на возбуждающее его среднее поле остальных диполей. В диссертационной работе показано, что даже постоянного гармонического внешнего поля достаточно для того, чтобы первоначально случайно распределённые по фазам диполи высветили СИ импульс. Это связано с конструктивной интерференцией огибающих быстрых колебаний каждого диполя. Следует отметить, что в линейном случае такого не было бы из-за линейной зависимости фазы диполя от внешнего поля.

Таким образом, в случае классических излучателей (раздел 2.2) причиной СИ является не синхронизация из-за взаимодействия диполей между собой, а конструктивная интерференция огибающих из-за нелинейной динамики каждого диполя. Показано, что сверхизлучение, наблюдаемое ранее в численных экспериментах по динамике ансамбля классических нелинейных диполей, заключенных в субволновом объеме, происходит без синхронизации диполей. Причиной СИ является низкочастотная модуляция колебаний нелинейного диполя, находящегося в поле излучения соседей. Частота модуляции определяется как величиной начальной фазы φ , так и величиной суммарного ближнего поля излучения. Наблюдаемый пик интенсивности излучения связан с конструктивной интерференцией медленных огибающих колебаний диполей. В результате этой интерференции через некоторое время возникает спекл, время жизни которого порядка периода медленных колебаний. За это время диполи успевают сверхвысветить свою энергию. Выявлена роль флуктуаций

в распределении начальных фаз колебаний диполей $N(\varphi)$. При равномерном распределении начальных фаз, $N_{\text{uniform}}(\varphi) = \text{const}$, суммарное поле излучение близко к нулю, и модуляции колебаний диполей не наступает. Спеклы, возникающие в результате интерференции имеют время жизни порядка периода быстрых колебаний. За это время существенного высвечивания энергии не происходит, и явление сверхизлучения не наблюдается. При наличии флуктуации, $\delta N(\varphi) = N(\varphi) - N_{\text{uniform}}(\varphi) \neq 0$ для $\varphi \in [\varphi_0 - \delta\varphi, \varphi_0 + \delta\varphi]$ суммарное поле оказывается ненулевым. Диполи, образующие эту флуктуацию, формируют спекл и всплеск сверхизлучения. Интенсивность сверхизлучения пропорциональна $[\delta N(\varphi)]^2$, в то время как от общего числа диполей она зависит слабо. Высветившие свою энергию диполи перестают влиять на дальнейший ход событий, тем самым создается новая неоднородность в распределении начальных фаз, подготавливающая следующий всплеск сверхизлучения.

В разделе 2.3 было показано, что существует аналогия между СИ в квантовой и нелинейной классической системах. Эту аналогию можно пронаблюдать, рассматривая СИ из состояний с ненулевым дипольным моментом излучателей. В обеих системах в момент схождения фаз все дипольные моменты излучателей находятся в фазе, что приводит к СИ всплеску. Сходимость фаз эмиттеров для системы нелинейных классических эмиттеров возникает из-за образования особой точки в фазовой эволюции дипольных моментов эмиттеров. Существование точки сходимости является следствием нелинейности процесса. Численное моделирование показывает, что точка сходимости фаз существует и для системы квантовых излучателей (см. рис. 2.14). Это вызвано нелинейным откликом двухуровневых атомов на электромагнитное поле из-за эффекта насыщения.

Поведение времени задержки в квантовой системе также аналогично поведению в классической системе. Если изначальный дипольный момент квантовой системы имеет максимальное значение, то время задержки равно нулю. В нелинейной классической системе система имеет максимальный дипольный момент, когда все излучатели изначально находятся в фазе. В этом случае СИ запускается без какой-либо задержки.

Нелинейность играет критическую роль для СИ как в классической, так и в квантовой системах. Как показано в [11], в линейной классической системе СИ не возникает. Нелинейность квантовой системы двухуровневых атомов обусловлена её насыщением при возбуждении [110]. Система линейных квантовых осцилляторов, которая не имеет насыщения, не сверхизлучает.

Также была изучена динамика взаимодействия квантовых излучателей через их поле излучения. В отличие от модели Дике, в которой предполагается, что все излучатели находятся в состоянии с нулевым дипольным моментом, новый режим СИ возникает в более реалистичной системе, в которой исходное состояние может иметь ненулевой дипольный момент. Продемонстрировано, что состояние Дике не требуется для СИ. Поскольку состояние Дике может быть реализовано только в ограниченном числе физических систем, ожидается, что полученный результат простимулирует изучение СИ, которое можно наблюдать в более простых и более реалистичных системах.

В разделе 2.4 рассмотрен полуклассический случай, где в отличие от модели Дике, не предполагается, что, во-первых, все излучатели изначально сфазированы, а во-вторых, что мода электромагнитного поля является низко-добротной. Исследован режим СИ при случайном начальном распределении фаз и произвольной добротности резонатора. Показано, что существует критическое значение скорости затухания моды электромагнитного поля, которое разделяет два различных режима СИ. Если скорость затухания моды ниже критической, то всё большее число излучателей участвует в СИ, а время зависит от их числа степенным образом. Если скорость затухания моды превышает критическую, то в СИ участвует всё меньшая доля излучателей, а зависимость времени задержки становится логарифмической. В предельном случае очень быстрой скорости затухания реализуется режим из модели Дике, в которой в начальном состоянии диполи не фазированы. Анализ динамики фаз показал, что, как и в случае классических нелинейных излучателей, причиной сверхизлучения является интерференция огибающих, которая наиболее ярко проявляется при определённой начальной фазе излучателей.

Полученный результат важен в связи с недавними разработками в области создания микро- и нанорезонаторов. Существование оптимального значения скорости диссипации моды в резонаторе можно использовать с целью увеличения взаимодействия между модой электромагнитного поля в резонаторе и атомами, а также усиления эффекта СИ путем настройки параметров резонатора. Показано, что резонаторы с большими потерями могут быть предпочтительнее для увеличения отклика электромагнитного поля в резонаторе, взаимодействующего с атомами.

Глава 3. Нелинейные эффекты и нестационарные процессы в двумерных плазмонных лазерах с распределённой обратной связью

Плазмонные лазеры являются перспективными источниками света для сенсорных и оптоэлектронных применений. Недавно было экспериментально продемонстрировано, что плазмонные лазеры имеют модуляционную частоту в сотни ГГц. Плазмонные лазеры с распределенной обратной связью, состоящие из периодических массивов плазмонных частиц имеют узкую диаграмму направленности излучения, что делает их главным кандидатом для оптоэлектронных приложений. В диссертационной работе изучается временная динамика электромагнитного поля в плазмонных лазерах с распределенной обратной связью (DFB). Показано, что в случае, когда размер пятна накачки меньше размера поверхности плазмонного лазера, нелинейное взаимодействие между модами плазмонной структуры приводит к новому эффекту — кооперации мод. Кооперация мод проявляется как лазерная генерация светлых (излучающих) мод с высоким порогом генерации вместо темных (неизлучающих) мод с низким порогом генерации. Данный эффект присущ двумерным плазмонным DFB лазерам и не наблюдается в одномерных плазмонных лазерах. Кооперация мод возникает из-за неортогональности лазерных мод в пределах пятна накачки, где происходит синхронизация фаз разных мод и их амплитуды складываются конструктивно. Кооперация мод приводит к изменению ширины диаграммы направленности излучения плазмонного лазера. При изменении размера пятна накачки изменяется вклад кооперации мод в лазерную генерацию. Кооперация мод сильнее проявляется при малых размерах пятна накачки и перестает оказывать влияние при стремлении размера пятна накачки к размеру поверхности плазмонного лазера. В данной главе также демонстрируется, что изменение пятна накачки приводит к изменению времени отклика плазмонного лазера на внешнее возмущение. Существует оптимальное значение пятна накачки при которой модуляционная частота максимальна и достигает 1 ТГц. Полученные результаты открывают возможность для эффективного управления диаграммой направленности и модуляционной частотой излучения от плазмонного лазера.

3.1 Кооперация мод в двумерном плазмонном лазере с распределенной обратной связью

3.1.1 Модель плазмонного DFB лазера

Рассматривается плазмонный лазер с распределенной обратной связью, состоящий из золотой пленки, перфорированной квадратной периодической решеткой отверстий, и активной среды на основе полупроводника InGaAs, нанесенной на поверхность золотой пленки (см. рис. 3.1). Для описания динамики плазмонного лазера с распределенной обратной связью мы используем подход, предложенный в работе [86]. Данный подход базируется на следующих уравнениях

$$\begin{aligned} \frac{dn_{jk}}{dt} &= -(\gamma_j + \gamma_k) n_{jk} + i(\omega_j - \omega_k) n_{jk} + \sum_{m=1}^{N_{\text{atom}}} (\Omega_{km} \varphi_{jm} + \Omega_{jm}^* \varphi_{km}^*) \\ \frac{dD_m}{dt} &= \gamma_{\text{pump}} (1 - D_m) - \gamma_D (1 + D_m) - 2 \sum_{j=1}^{N_{\text{mode}}} (\Omega_{jm} \varphi_{jm} + \Omega_{jm}^* \varphi_{jm}^*) \\ \frac{d\varphi_{jm}}{dt} &= -\gamma_{jm}^{\varphi} \varphi_{jm} + i(\omega_j^a - \omega_{\sigma}) \varphi_{jm} + \frac{\Omega_{jm}^*}{2} (D_m + 1) + \sum_{l=1}^{N_{\text{mode}}} \Omega_{lm}^* n_{jl} D_m, \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь n_{jj} — это число фотонов в j -ой моде, n_{jk} — это слагаемое, описывающее интерференцию между ЭМ полями k -ой и j -ой модой, когда $j \neq k$. D_m — это среднее значение инверсной населенности m -ого атома; $\varphi_{jm} = -i \langle \hat{a}_j^+ \hat{\sigma}_m \rangle$ — это среднее значение потока энергии от m -ого атома в j -ую моду. Параметры ω_j , γ_j соответствуют действительной и мнимой части собственных частот Блоховских мод структуры; ω_{σ} и γ_D — это частота перехода атомов и скорость релаксации инверсной населенности D_m , γ_{pump} — скорость накачки активной среды. $\gamma_{jm}^{\varphi} = \gamma_{\sigma} + \gamma_j + \gamma_D/2$ — это скорость релаксации потока энергии между атомами и модами, где γ_{σ} — это скорость релаксации фазы поляризации атомов. Ω_{jm} — константа связи между j -ой модой и m -ым атомом. Уравнения (3.1) являются обобщением часто используемых в лазерной физике скоростных уравнений. Кроме динамики числа фотонов в каждой моде и инверсной населенности каждого атома, они учитывают дополнительные потоки энергии между активной средой и атомами. Такие потоки энергии возникают из-за стимулированного излучения, вызванного интерференционными слагаемыми, n_{jk} .

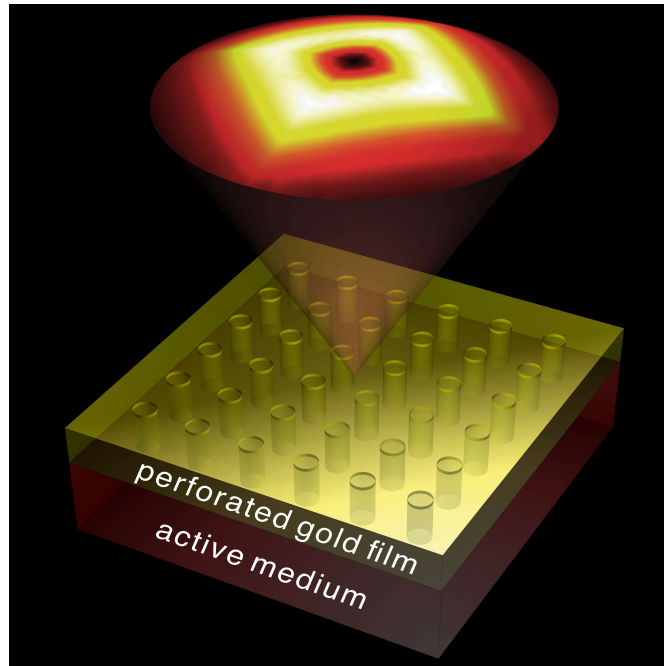


Рисунок 3.1 — Схема двумерного плазмонного DFB-лазера, состоящего из перфорированной отверстиями золотой пленки и слоя активной среды.

Параметры плазмонного DFB лазера вычисляются в рамках теории связанных мод с использованием экспериментально полученных параметров [28; 87]. Дисперсионные кривые плазмонной структуры и добротности собственных мод показаны на рис. 3.2. Все параметры аналогичны параметрам в экспериментальной работе [28].

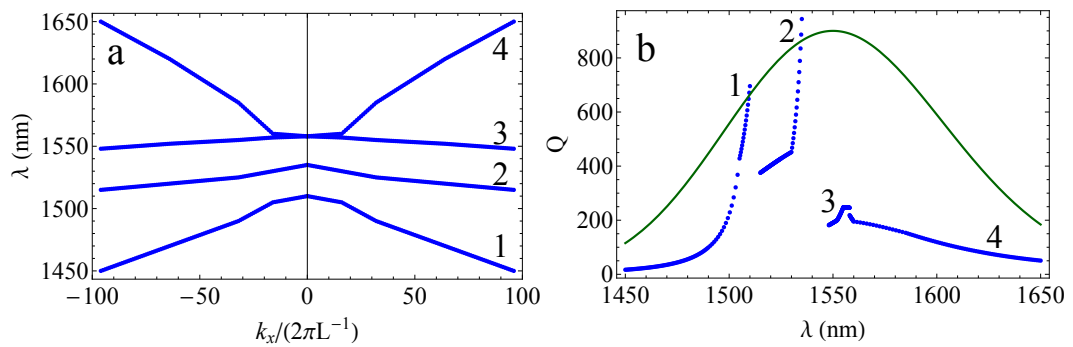


Рисунок 3.2 — (а) Дисперсионные кривые для двумерного плазмонного DFB-лазера. Поверхность золотой пленки 190×190 мкм², (б) Добротности собственных мод. Зеленой линией показана линия излучения активной среды.

Слагаемые в уравнениях (3.1), описывающие интерференцию между ЭМ полями разных мод, сильно зависят от пространственного перекрытия мод плазмонной структуры в активной среде. В случае, когда активная среда занимает всю поверхность лазера вклад от интерференционных слагаемых равен нулю из-за ортогональности собственных мод. В этом случае наилучшие условия для

лазерной генерации имеют моды с наименьшим декрементом затухания ЭМ поля и наибольшим коэффициентом усиления в активной среде [85]. Однако, если активная среда занимает только часть поверхности плазмонного лазера, моды в пределах активной среды не являются ортогональными. В этом случае интерференционные слагаемые дают ненулевой вклад в скорость стимулированного излучения и создают дополнительный поток энергии от активной среды в моды плазмонной структуры. Такие дополнительные потоки энергии максимальны для мод, которые наиболее сильно перекрываются в пределах активной среды. Ниже будет показано, что такие потоки играют существенную роль при лазерной генерации в плазмонном лазере с распределенной обратной связью.

3.1.2 Лазерная кривая и диаграмма направленности излучения для двумерного плазмонного DFB лазера

Рассмотрим двумерный плазмонный DFB лазер на основе золотой пленки, перфорированной периодической решеткой субволновых отверстий и покрытой полупроводниковой активной средой. Собственными модами золотой пленки без отверстий являются поверхностные ТМ-моды аналогичные поверхностным плазмонам на границе раздела золотая пленка – активная среда. Такие моды имеют тангенциальную компоненту магнитного поля, H_{\parallel} , направленную перпендикулярно направлению распространения моды, а также перпендикулярную, E_{\perp} , и тангенциальную, E_{\parallel} , компоненты электрического поля. Тангенциальная компонента электрического поля, E_{\parallel} , направлена вдоль направления распространения моды. У поверхностных плазмонов амплитуда перпендикулярной компоненты электрического поля, E_{\perp} , намного больше, чем амплитуда тангенциальной компоненты, E_{\parallel} .

Для нахождения собственных мод плазмонной структуры с отверстиями, мы используем теорию связанных мод с экспериментальными значениями коэффициентов рассеяния [87]. Предполагается, что частота перехода активной среды близка к частоте границы запрещенной зоны плазмонного кристалла. Соответствующие дисперсионные кривые показаны на рис. 3.2а. Моды, относящиеся к разным дисперсионным кривым, имеют разные радиационные потери и распределения полей внутри ячейки плазмонного кристалла.

Взаимодействие между поверхностными плазмонами и дальними ЭМ полями возникает из-за рассеяния поверхностных плазмонов, H_{\parallel} , на отверстиях. Наибольший вклад в коэффициент рассеяния дают магнитные диполи, возбуждаемые за счет тангенциальной компоненты магнитного поля [87]. В результате, моды, которые имеют минимум тангенциальной компоненты магнитного поля, H_{\parallel} , на отверстиях, являются темными (неизлучающими), а моды, имеющие максимум, являются светлыми (излучающими).

Темные моды лежат на первой и на второй дисперсионной кривой на границе запрещенной зоны. Такие моды имеют наибольшую добротность. Моды, лежащие на первой и на второй дисперсионной кривой в разрешенной зоне, излучают под углом, определяемым соотношением $\sin \theta = k_B / (2\pi/\lambda)$, где k_B — Блоховский волновой вектор, $\lambda = 2\pi c / \omega$ — длина волны излучения. На третьей и четвертой дисперсионных кривых лежат светлые моды, имеющие максимум тангенциальной компоненты магнитного поля, H_{\parallel} , на отверстиях. Такие моды имеют наименьшие добротности (см. рис. 3.2а). В моделировании считаем, что ширина линии активной среды перекрывает весь частотный диапазон мод (см. рис. 3.2б). Данное условие также выполняется в экспериментах [28; 87].

В экспериментах область накачки обычно меньше, чем поверхность плазмонного лазера с распределенной обратной связью [15; 16; 28; 87; 91; 115–117]. В области накачки создается положительная инверсная населенность активной среды, хотя вне области накачки инверсная населенность остается отрицательной [15]. Электромагнитные волны усиливаются при распространении по накаченной области и затухают при распространении по ненакаченной области. Конкуренция мод в многомодовом лазере обычно приводит к подавлению лазерной генерации в модах с высоким порогом [118; 119]. По этой причине ожидается, что лазерная генерация будет происходить на темных модах, которые имеют наименьший порог. Число фотонов в таких модах должно быть больше, чем в других модах. В этом случае излучение от плазмонного лазера с распределенной обратной связью будет незначительным.

Однако численное моделирование плазмонного лазера на основе уравнений (3.1) показывает, что лазерная генерация происходит на светлых модах второй дисперсионной кривой, лежащих в разрешенной зоне. Зависимость выходной интенсивности от внешней накачки показана на рис. 3.3.

Выходная интенсивность имеет пороговую зависимость от мощности накачки, что свидетельствует о достижении режима лазерной генерации в

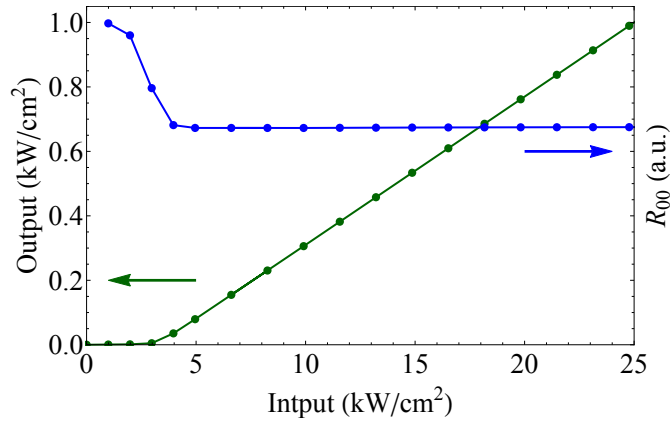


Рисунок 3.3 — Зависимость выходного излучения (зеленая линия) и отношение числа фотонов в моде на краю запрещенной зоны к полному числу фотонов во всех модах (синяя кривая) от интенсивности внешней накачки.

системе. Распределение фотонов по модам плазмонной структуры с разным Блоховским вектором, $\mathbf{k}_B = (k_x, k_y)$, при накачках ниже и выше пороговой показано на рис. 3.4.

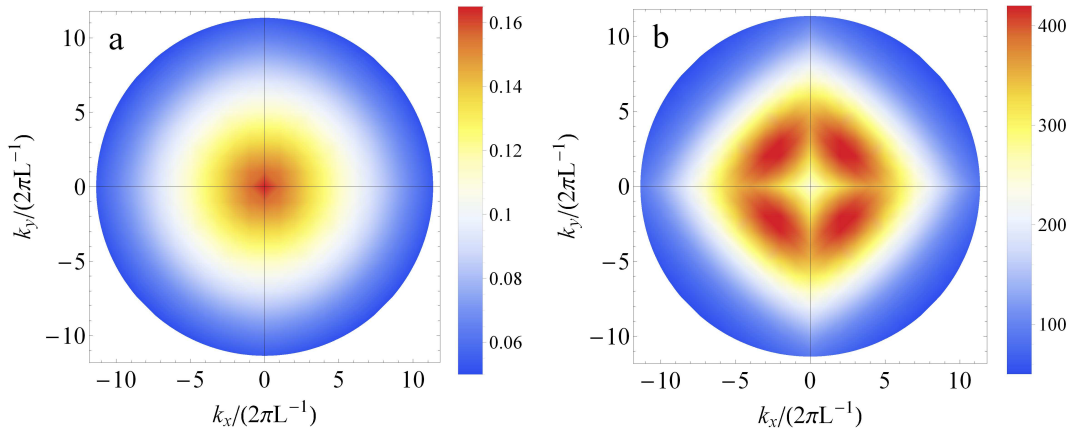


Рисунок 3.4 — Распределение фотонов по модам ниже (а) и выше (б) порога лазерной генерации.

Ниже порога генерации число фотонов максимально в темной моде на границе запрещенной зоны, которая имеет равный нулю Блоховский волновой вектор (рис. 3.4а). Число фотонов монотонно убывает при отклонении частоты моды от границы запрещенной зоны. Другими словами, число фотонов максимально в моде с наименьшим порогом, $\mathbf{k}_B = (0,0)$, в точном соответствии с предсказаниями стандартной теории DFB лазеров [90].

Выше порога генерации ситуация кардинально изменяется. Теперь число фотонов максимально в светлых модах с ненулевыми Блоховскими волновыми векторами, $\mathbf{k}_B \neq (0,0)$ (рис. 3.4б). Такое поведение системы противоречит

предсказаниям стандартной лазерной теории [90]. Обычно интенсивность поля максимальна в модах с наименьшим порогом.

На рис. 3.3 показана зависимость отношения числа фотонов в темной моде с наименьшим порогом генерации к полному числу фотонов во всех модах. Видно, что данное отношение уменьшается от максимального значения, достигаемого ниже порога генерации, к некоторому постоянному значению при накачках больших пороговой.

Таким образом, ниже порога генерации, когда главный вклад в интенсивность излучения плазмонного лазера даёт спонтанное излучение, число фотонов максимально в темных модах на границе запрещенной зоны. Выше порога, когда преобладает стимулированное излучение, число фотонов максимально в светлых модах, лежащих в разрешенной зоне. Переход от спонтанного излучения в темные моды к лазерной генерации на светлых модах сопровождается резким увеличением интенсивности излучения плазмонного лазера.

3.1.3 Упрощенная модель кооперации мод

Наблюдаемое поведение плазмонного лазера является нетипичным. Обычно число фотонов максимально в модах с наименьшим порогом генерации. Однако в нашей системе число фотонов максимально в таких модах с наименьшим порогом генерации только ниже порога.

Для того чтобы установить механизм приводящий к отклонению поведения плазмонного лазера от ожидаемого, рассмотрим систему, состоящую из трех мод с собственными частотами $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, где $\omega_2 = \omega_3$, $|\omega_1 - \omega_2| \gg \gamma_2$, и декрементами затухания $\gamma_1 < \gamma_2 = \gamma_3$. Будем считать, что первая мода ортогональна в пределах активной среды второй и третьей моде, а вторая и третья моды не ортогональны друг другу. Также для простоты будем считать, что $\gamma_{ph} \gg \gamma_j, \gamma_D, \gamma_{pump}, |\omega_1 - \omega_2|$. Лазерные уравнения для такой системы за-

писываются в виде:

$$\begin{aligned}
\frac{dn_{11}}{dt} &= -2\gamma_1 n_{11} + \frac{\Gamma^2}{\gamma_{ph}} (D + 1) + \frac{2\Gamma^2}{\gamma_{ph}} n_{11} D, \\
\frac{dn_{22}}{dt} &= -2\gamma_2 n_{22} + \frac{\Gamma^2}{\gamma_{ph}} (D + 1) + \frac{2\Gamma^2}{\gamma_{ph}} n_{22} D + \frac{2\Gamma_{23}^2}{\gamma_{ph}} n_{23} D, \\
\frac{dn_{23}}{dt} &= -(\gamma_2 + \gamma_3) n_{23} + \frac{\Gamma_{23}^2}{\gamma_{ph}} (D + 1) + \frac{2\Gamma^2}{\gamma_{ph}} n_{23} D + \frac{2\Gamma_{23}^2}{\gamma_{ph}} n_{22} D, \\
\frac{dD}{dt} &= -\gamma_D (1 + D) + \gamma_{pump} (1 - D) - \frac{6\Gamma^2}{N_{at}\gamma_{ph}} (D + 1) - \\
&\quad - \frac{2D}{N_{at}} \left(\frac{2\Gamma^2}{\gamma_{ph}} (n_{11} + n_{22} + n_{33}) \right) - \frac{2D}{N_{at}} \left(\frac{2\Gamma_{23}^2 n_{23}}{\gamma_{ph}} + \text{c.c.} \right).
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Здесь $\Gamma^2 = \sum_{m=1}^{N_{at}} \Omega_{jm}^* \Omega_{jm}$ — полная константа связи между ЭМ полем в модах и активной средой (считается, что данная величина не зависит от номера моды), $\Gamma_{23}^2 = \sum_{m=1}^{N_{at}} \Omega_{2m}^* \Omega_{3m}$ — интеграл перекрытия между второй и третьей модой, N_{at} — число атомов активной среды. В уравнениях (3.2) мы пренебрегаем интерференционным взаимодействием первой моды с второй и третьей, то есть членами n_{12} , n_{13} , вследствие $|\omega_1 - \omega_2| \gg \gamma_2$.

В стационарном состоянии число фотонов в первой и во второй модах дается выражением

$$n_{11}^{st} = \frac{1}{2} \frac{\Gamma^2}{\gamma_1 \gamma_{ph}} \frac{D^{st} + 1}{1 - \frac{\Gamma^2}{\gamma_1 \gamma_{ph}} D^{st}} \tag{3.3}$$

$$n_{22}^{st} = n_{33}^{st} = \frac{1}{2} \frac{\Gamma_{eff}^2}{\gamma_2 \gamma_{ph}} \frac{D^{st} + 1}{1 - \frac{\Gamma_{eff}^2}{\gamma_2 \gamma_{ph}} D^{st}}, \tag{3.4}$$

где

$$\Gamma_{eff}^2 = \Gamma^2 + \frac{\Gamma_{23}^4}{\gamma_2 \gamma_{ph}} \frac{D^{st}}{1 - \frac{\Gamma^2}{\gamma_2 \gamma_{ph}} D^{st}} \tag{3.5}$$

эффективная константа связи между второй модой и активной средой.

Увеличение скорости накачки, γ_{pump} , приводит к увеличению инверсной населенности активной среды, D , см. уравнение (3.2). Это, в свою очередь, приводит к росту эффективной константы связи второй моды с активной средой, Γ_{eff} . Из уравнений (3.3) видно, что, когда $\Gamma_{eff}^2/\gamma_2 < \Gamma^2/\gamma_1$, число фотонов в первой моде больше, чем число фотонов во второй и третьей моде (см. рис. 3.5). Однако, когда скорость накачки превышает критическое значение, так что $\Gamma_{eff}^2/\gamma_2 > \Gamma^2/\gamma_1$, число фотонов в первой моде оказывается меньше, чем число фотонов во второй и третьей моде. Такое поведение наблюдается из-за конструктивной интерференции между второй и третьей модами в пределах активной среды ($n_{23} > 0$).

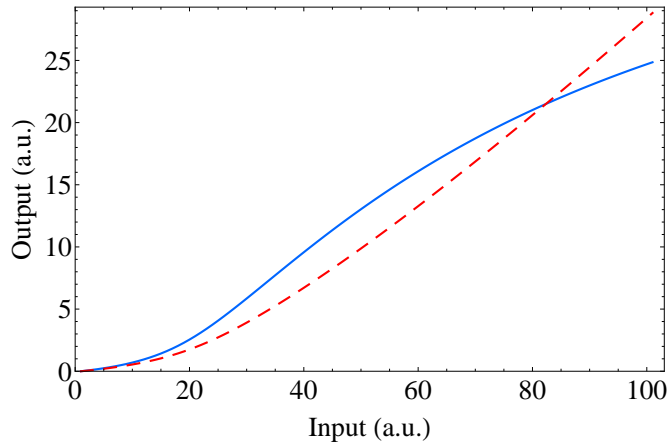


Рисунок 3.5 — Зависимость числа фотонов в (синяя кривая) и во второй (красная кривая) моде от мощности накачки, вычисленная на основе уравнений (3.2).

Таким образом, конструктивная интерференция между модами приводит к усилению взаимодействия между модами (второй и третьей в рассматриваемом примере) и активной средой. В результате, порог генерации для таких мод уменьшается и, начиная с некоторого значения скорости накачки, лазерная генерация происходит именно на них, а не на первой моде, которая имеет наименьший декремент затухания. Уменьшение порога генерации из-за конструктивной интерференции между модами мы будем называть *кооперацией мод*.

3.1.4 Кооперация мод в двумерном плазмонном DFB лазере

Рассмотрим теперь, как кооперация мод проявляется в двумерном плазмонном DFB лазере. Для того чтобы определить влияние интерференционного взаимодействия между модами в случае плазмонного лазера, сравним скорость стимулированного излучения, вызванного фотонами в модах, $\left| \sum_m |\Omega_{jm}|^2 n_{jj} D_m \right|$, с полной скоростью стимулированного излучения, $\left| \sum_{m,l} |\Omega_{jm}|^2 n_{jl} D_m \right|$, вызванного как фотонами, так и интерференционными слагаемыми (см. рис. 3.6).

Видно, что вклад интерференционных слагаемых максимален для мод с ненулевыми Блоховскими волновыми векторами. Поток энергии от активной

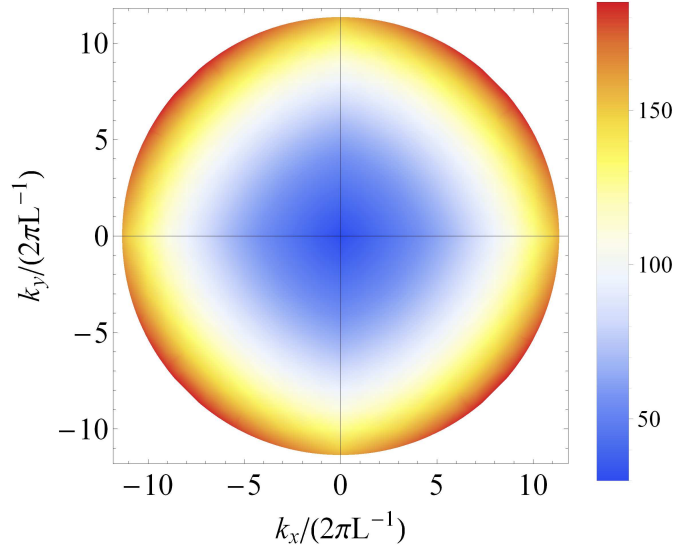


Рисунок 3.6 — Отношение скорости стимулированного излучения, вызванного фотонами в модах, к полной скорости стимулированного излучения для разных мод плазмонной структуры.

среды в такие моды увеличивается за счет конструктивной интерференции между модами. Такое увеличение приводит к смещению частоты лазерной генерации от границы запрещенной зоны в разрешенную зону. Таким образом, моды в разрешенной зоне помогают друг другу извлекать энергию из активной среды. Данный эффект противоположен конкуренции мод в обычных лазерах, и может быть назван кооперацией мод.

Найдем условия, при которых кооперация мод имеет место в двумерных плазмонных DFB лазерах. Как обсуждалось ранее, причиной возникновения кооперации мод является конструктивная интерференция между модами. В уравнениях (3.1) слагаемые, которые описывают интерференцию мод, пропорциональны пространственному перекрытию мод в пределах активной среды. Если инверсная населенность у всех атомов одинакова, то интеграл перекрытия мод можно выразить, как

$$\left(\sum_{k, k \neq j} \frac{\Gamma_{jk}^2 n_{jk}}{\gamma_{\sigma}} + \text{c.c.} \right) \bar{D}, \quad (3.6)$$

где $\Gamma_{jk}^2 = \sum_m \Omega_{jm} \Omega_{km}^*$. В случае, когда накаченная область активной среды занимает всю поверхность плазмонного лазера, справедливо $\Gamma_{jk} = 0$, потому что моды ортогональны в пределах плазмонной структуры. Интерференционные слагаемые между модами сокращаются и не оказывают влияния на лазерную генерацию. В двумерном плазмонном DFB лазере обычно накаченная область

меньше, чем поверхность лазера, и моды не ортогональны в пределах накаченной области. В этом случае интерференционное взаимодействие между модами дает ненулевой вклад в стимулированное излучение атомов активной среды.

Определим моды, для которых интерференционные слагаемые (3.6) дают наибольший вклад. Вклад интерференционного взаимодействия между j -ой и k -ой модами в стимулированное излучение сравним со стимулированным излучением, возникающим из-за фотонов в этих модах, $\bar{D} \frac{\Gamma_{jj}^2 n_{jj}}{\gamma_\sigma}$, когда $|\Gamma_{jk}| \sim \Gamma_{jj}$, $|n_{jk}| \sim n_{jj}$ и $\text{Re}(n_{jk}) > 0$ (см. уравнение (3.6)). Первое условие выполняется, когда j -ая и k -ая моды лежат на одной дисперсионной кривой и их Блоховские волновые вектора удовлетворяют условию:

$$\left| \vec{k}_{Bj} - \vec{k}_{Bk} \right| l \leq 1, \quad (3.7)$$

где l — размер области накачки. Модуль интерференционного слагаемого между j -ой и k -ой модой пропорционален $|n_{jk}| \sim |(\gamma_j + \gamma_l) - i(\omega_j - \omega_l)|^{-1}$, в то время как $|n_{jj}| \sim 2(\gamma_j)^{-1}$ (см. (3.1)). Следовательно, второе условие выполняется, когда

$$|\omega_j - \omega_k| \leq \gamma_j + \gamma_k. \quad (3.8)$$

Последнее условие выполняется, когда электрические поля разных мод осциллируют в фазе. Расчеты показывают, что выше порога генерации интерференция между модами приводит к увеличению потока энергии из активной среды в моды (см. рис. 3.6). Таким образом, выше порога генерации электрические поля в разных модах осциллируют в фазе.

3.1.5 Сравнение одномерной и двумерной систем

Условие (3.7) выполняется для всех мод в рассматриваемом диапазоне длин волн. В тоже время, условие (3.8) выполняется в двумерных DFB лазерах и не выполняется в одномерных. Действительно, число мод которые лежат в диапазоне частот $(\omega_j - (\gamma_j + \gamma_l), \omega_j + (\gamma_j + \gamma_l))$ можно оценить как $\rho(\omega_j)(\gamma_j + \gamma_l)$, где $\rho(\omega)$ — плотность числа состояний. В двумерном случае плотность числа состояний $\rho(\omega_j) = \frac{d^2k}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_j} \sim \frac{k_{Bj}}{(\pi/L)^2} \frac{dk}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_j}$. На краю запрещенной зоны $d\omega/dk \sim k_{Bj}$ и, как следствие, $\rho(\omega_j) \sim \text{const}$ примерно постоянно

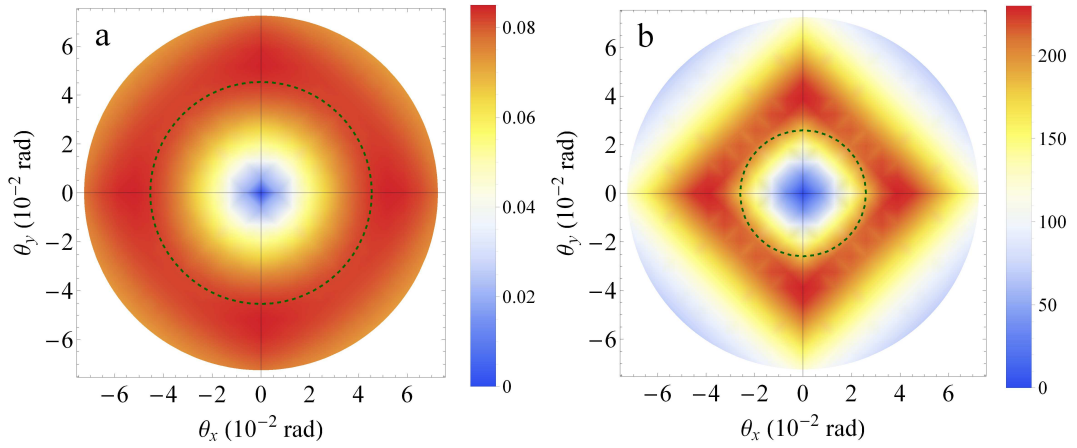


Рисунок 3.7 — Диаграмма направленности двумерного плазмонного лазера с распределенной обратной связью ниже (а) и выше (б) порога генерации.

Зеленой штриховой линией показан угол раскрыва диаграммы направленности для одномерно плазмонного лазера с распределенной обратной связью при тех же параметрах структуры.

[120]. При удалении от границы запрещенной зоны отношение $dk/d\omega$ изменяется, и плотность состояний пропорциональна k_{Bj} (см. рис. 3.2а).

Таким образом, плотность состояний стремится к константе на границе запрещенной зоны и увеличивается при смещении в разрешенную зону. В результате, число мод в разрешенной зоне, которые удовлетворяют условию (3.8) больше, чем на границе запрещенной зоне. Поэтому интерференционное взаимодействие между модами сильнее проявляется на частотах из разрешенной зоны. Так как декремент затухания мод увеличивается при смещении от границы запрещенной зоны, то существует частота в разрешенной зоне, при которой реализуются оптимальные условия для лазерной генерации. Численное моделирование подтверждает данный вывод, см. рис. 3.4.

В одномерном случае $\rho(\omega_j) \sim (L/\pi) dk/d\omega$, и плотность состояний имеет максимум на границе запрещенной зоны, где $d\omega/dk$ стремится к нулю [120]. В результате, в одномерном плазмонном лазере оптимальные условия для лазерной генерации имеют темные моды на границе запрещенной зоны. Численное моделирование одномерного плазмонного DFB лазера на основе уравнений (3.1) подтверждает данный вывод. Число фотонов максимально в моде на границе запрещенной зоне как ниже, так и выше порога генерации.

Таким образом, в одномерном DFB лазере лазерная генерация происходит на *темных* модах в полном соответствии со стандартной лазерной теорией [90]. В двумерном DFB лазере лазерная генерация происходит на *светлых* модах.

3.1.6 Проявление кооперации мод в двумерном плазмонном лазере с распределенной обратной связью

Явление кооперации мод может быть экспериментально обнаружено при измерении диаграммы направленности, поляризации дальнего поля и фазового профиля тангенциальной компоненты электрического поля в плазмонной структуре. Теоретические расчеты демонстрируют хорошее совпадение с экспериментом [28]. Во-первых, моделирование показывает, что выше порога генерации диаграмма направленности излучения двумерного плазмонного DFB лазера имеет вид конуса с углом в $\simeq 4 \cdot 10^{-2}$ рад. (см. рис. 3.7б). Такая форма диаграмма направленности и значение угла совпадают с экспериментально измеренными (см. рис. 2f и 3g в работе [28]). Из диаграммы направленности можно определить, на каких модах происходит лазерная генерация. Мода плазмонной структуры с Блоховским волновым вектором k_B излучает под углом, определяемым соотношением $\sin \theta = k_B / (2\pi/\lambda)$, где λ — длина волны излучения. Моды на границе запрещенной зоны имеют Блоховский волновой вектор равный нулю. Поэтому излучение от них направлено по нормали к поверхности. Моды в разрешенной зоне излучают под ненулевыми углами. Таким образом, приходим к выводу, что лазерная генерация в двумерных плазмонных DFB лазерах происходит на светлых модах из разрешенной зоны.

Во-вторых, мы сравнили распределение амплитуды и фазы тангенциальной компоненты электрического поля, рассчитанной численно, и измеренной в эксперименте [28]. Разность фаз между электрическими полями в разных модах находится по формуле $\exp(i(\varphi_k - \varphi_j)) = n_{kj} / \sqrt{n_{kk}n_{jj}}$ [121]. Распределения амплитуды и фазы тангенциальной компоненты электрического поля показаны на рис. 3.8.

Видно, что как и в эксперименте [28], тангенциальная компонента электрического поля является радиально поляризованной. Такая поляризация тангенциальной компоненты электрического поля возникает из-за кооперации мод. Для того чтобы убедиться в этом, вспомним, что двумерный плазмонный DFB лазер генерирует на ТМ-поляризованных модах. Такие моды имеют перпендикулярную (E_{\perp}) и тангенциальную (E_{\parallel}) компоненты электрического поля и $|E_{\perp}| \gg |E_{\parallel}|$. Тангенциальная компонента электрического поля, E_{\parallel} , определяет излучение плазмонного DFB лазера, а перпендикулярная компонента

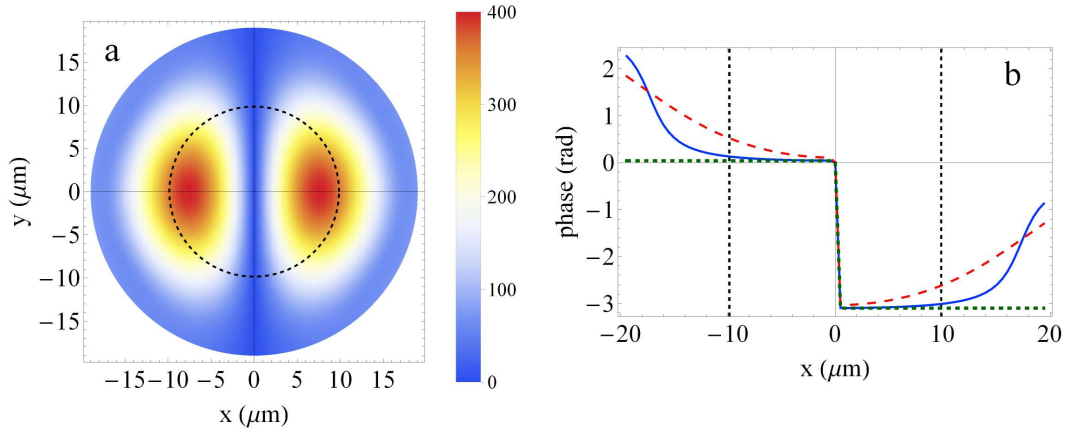


Рисунок 3.8 — Распределение амплитуды (а) и фазы (б) х-поляризации тангенциальной компоненты электрического поля. Синяя сплошная линия показывает фазовый профиль полученный в рамках нашей теории, красная штриховая и зеленая точечная линии показывают фазовые профили полученные из феноменологического выражения для тангенциальной компонент электрического поля E_{\parallel} с ненулевым и нулевым Блоховским волновым вектором.

электрического поля, E_{\perp} , $|E_{\perp}| \gg |E_{\parallel}|$, дает основной вклад во взаимодействие мод с активной средой.

В двумерном плазмонном DFB лазере собственные моды вырождены по направлению волнового вектора. Ранее было показано, что порог лазерной генерации уменьшается, когда электрические поля разных мод осциллируют в фазе в пределах активной среды. Другими словами, при лазерной генерации перпендикулярные компоненты электрического поля складываются в фазе в пределах активной среды. Комплексные амплитуды тангенциальных компонент магнитного поля также осциллируют в фазе, а амплитуды тангенциальных компонент электрического поля направлены вдоль Блоховского волнового вектора. Таким образом, тангенциальная компонента электрического поля имеет радиальную поляризацию. Поскольку тангенциальная компонента электрического поля определяет поляризацию дальнего поля, то диаграмма направленности излучения имеет радиальную поляризацию.

В-третьих, из рис. 3.8б видно, что фаза тангенциальной компоненты электрического поля испытывает скачок на π в центре поверхности плазмонного лазера с распределенной обратной связью и монотонно увеличивается к границам накаченной области. Аналогичная зависимость наблюдалась экспериментально, смотри рисунок 3с в работе [28]. Фаза тангенциальной компоненты

электрического поля увеличивается к границам активной области потому, что лазерная генерация происходит на модах с ненулевым Блоховским волновым вектором. Действительно, распределение тангенциальной компоненты электрического поля может быть феноменологически описано, как $\sim \exp(ik_{Bx}x + gx) - \exp(-ik_{Bx}x - gx)$, где k_{Bx} — Блоховский волновой вектор генерирующей моды (см. рис. 3.4б) и g — коэффициент усиления в активной среде [119]. Если лазерная генерация происходит на моде с *нулевым* Блоховским волновым вектором, то фаза тангенциальной компоненты электрического поля испытывает скачок на π в центре поверхности плазмонного лазера и остаётся постоянной при удалении от центра (см. зелёную точечную линию на рис. 3.8б). Однако, если лазерная генерация происходит на модах с *ненулевым* Блоховским волновым вектором, то фаза тангенциальной компоненты электрического поля испытывает скачок в центре поверхности плазмонного лазера и монотонно возрастает при удалении от центра (см. красную штриховую линию на рис. 3.8б). Именно такая зависимость наблюдается в двумерном плазмонном лазере как при численном моделировании (см. синюю сплошную линию на рис. 3.8б), так и в эксперименте [28].

Такое фазовое распределение электрического поля в плоскости приводит к тому, что когда закрывается половина излучающей поверхности двумерного плазмонного DFB лазера, диаграмма направленности имеет максимум при ненулевом угле, см. рис. 3.9. Этот результат согласуется с экспериментальными измерениями, см. рис. 3g в работе [28].

3.1.7 Выводы

На основе самосогласованной модели плазмонного DFB лазера, показано, что в двумерных плазмонных лазерах взаимодействие между модами через активную среду может приводить к уменьшению их порогов генерации. Данный эффект противоположен конкуренции мод, когда из-за продавливания инверсной населенности активной среды одни моды подавляют лазерную генерацию в других модах. Мы назвали обнаруженный эффект кооперацией мод.

Кооперация мод наблюдается, когда моды системы вырождены по частоте и неортогональны в пределах накачиваемой области активной среды. Оба этих

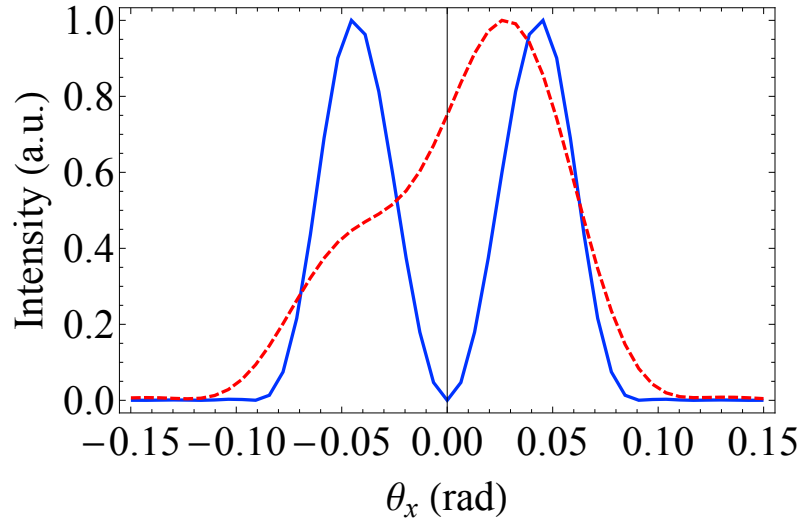


Рисунок 3.9 — Сравнение профилей интенсивности от угла θ_x в случаях, когда излучающая поверхность открыта (синяя сплошная линия) и половина излучающей поверхности закрыта (красная пунктирная линия).

условия выполняются в двумерных плазмонных DFB лазерах, когда размер накачиваемой области активной среды меньше, чем поверхность лазера. В случае, если накачиваемая область совпадает с поверхностью плазмонного лазера, то моды являются ортогональными в пределах накачиваемой области активной среды и кооперации мод не происходит.

Результаты численного моделирования совпадают с экспериментальными результатами, полученными в работе [28]. Таким образом, можно сделать вывод об обнаружении нового эффекта в лазерной физике, названного кооперацией мод.

3.2 Время отклика плазмонного DFB лазера в режиме амплитудной модуляции накачки

3.2.1 Временной отклик двумерного плазмонного DFB лазера на внешнюю накачку

Используя уравнения (3.1), промоделируем временной отклик двумерного плазмонного DFB лазера на ультракороткий импульс накачки при разных диаметрах пучка накачки. При моделировании считаем, что внешняя накачка

ка осуществляется при помощи фемтосекундных импульсов, которые приводят к мгновенному возбуждению инверсной населенности атомов активной среды. В рамках данного приближения действие фемтосекундных импульсов на активную среду описывается при помощи выбора соответствующих начальных условий для инверсной населенности активной среды (D_m) в уравнениях (3.1).

Мы исследуем временную динамику двумерного плазмонного лазера при различных размерах накачиваемой области активной среды. Моделирование показывает, что отклик лазера на внешнюю накачку разделяется на три стадии (см. рис. 3.10а). На первом этапе отклик системы определяется спонтанным излучением атомов в активной среде. Число фотонов в модах плазмонного DFB лазера мало, порядка единицы. Для рассматриваемой системы продолжительность этого этапа, то есть время задержки, оказывается порядка пикосекунды. На втором этапе число фотонов в плазмонном лазере быстро увеличивается за счет стимулированного излучения в активной среде. Этот рост прекращается с насыщением инверсии населенностей в активной среде. На третьем этапе число фотонов в системе экспоненциально уменьшается со временем вследствие наличия потерь в резонаторе. Мы отождествляем общее время отклика со временем, когда число фотонов в системе уменьшилось в десять раз от своего максимального значения.

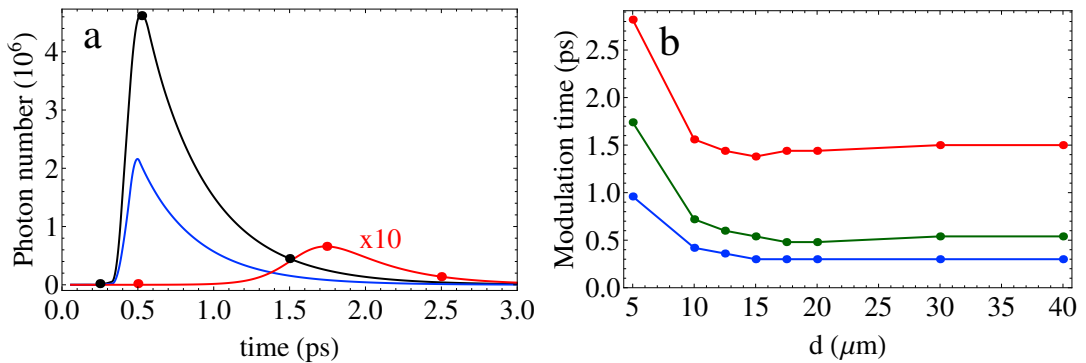


Рисунок 3.10 — (а) Зависимость полного числа фотонов в модах от времени при различных диаметрах накачиваемой области: 20 мкм (черная кривая), 10 мкм (синяя кривая), 5 мкм (красная кривая). (б) Зависимость времени отклика системы от диаметра накачиваемой области. Синей кривой показано время окончания первой стадии отклика, зеленой кривой показано время окончания второй стадии, красной кривой показано полное время задержки.

На рис. 3.10а показана зависимость числа фотонов от времени. Зависимость полного числа фотонов от времени качественно одинакова для разных

диаметров пучка накачки. Однако время отклика демонстрирует немонотонную зависимость от размера пучка накачки, рис. 3.10б. Видно, что существует критический размер пучка накачки, при котором время отклика минимально. Для рассматриваемого плазмонного DFB лазера критический диаметр пучка накачки составляет около 15 мкм. При уменьшении диаметра пучка накачки время отклика быстро увеличивается. С увеличением диаметра пучка накачки время отклика меняется медленно. Такое поведение плазмонного DFB лазера имеет место при различных начальных значениях инверсии населенности активных атомов. Таким образом, имеется такой диаметр пучка накачки, d_{beam}^* , при котором достигается сверхбыстрая модуляция света в плазмонном DFB лазере.

3.2.2 Одномодовое приближение

Существование критического размера пучка накачки можно объяснить на примере одномодовой модели. Для обоснования одномодового приближения мы рассчитываем распределение напряженности электрического поля по площади плазмонного DFB лазера в разные моменты времени, см. рис. 3.11. В уравнениях (3.1), мы учитываем несколько сотен Блоховских мод плазмонной структуры, которые вместе образуют распределение электромагнитного поля в активной среде. Численное моделирование показывает, что это распределение не изменяется на первом и втором этапах отклика системы. Другими словами, существует динамический баланс между релаксационными процессами в плазмонной структуре, распространением электромагнитного поля за пределами области накачки и вынужденным усилением электромагнитного поля внутри области накачки. Когда диаметр пучка накачки больше критического значения, $d_{\text{beam}} > d_{\text{beam}}^*$, электрическое поле находится внутри области накачки активной среды, см. рис. 3.11(d)–(f). В противном случае, когда $d_{\text{beam}} < d_{\text{beam}}^*$, основная часть электрического поля находится за пределами области накачки, см. рис. 3.11(a)–(c). Однако в обоих случаях пространственное распределение напряженности электрического поля остается практически неизменным в течение его временной эволюции.

Мы используем факт постоянства распределения электромагнитного поля во времени для построения одномодовой модели. Для этого предполагаем,

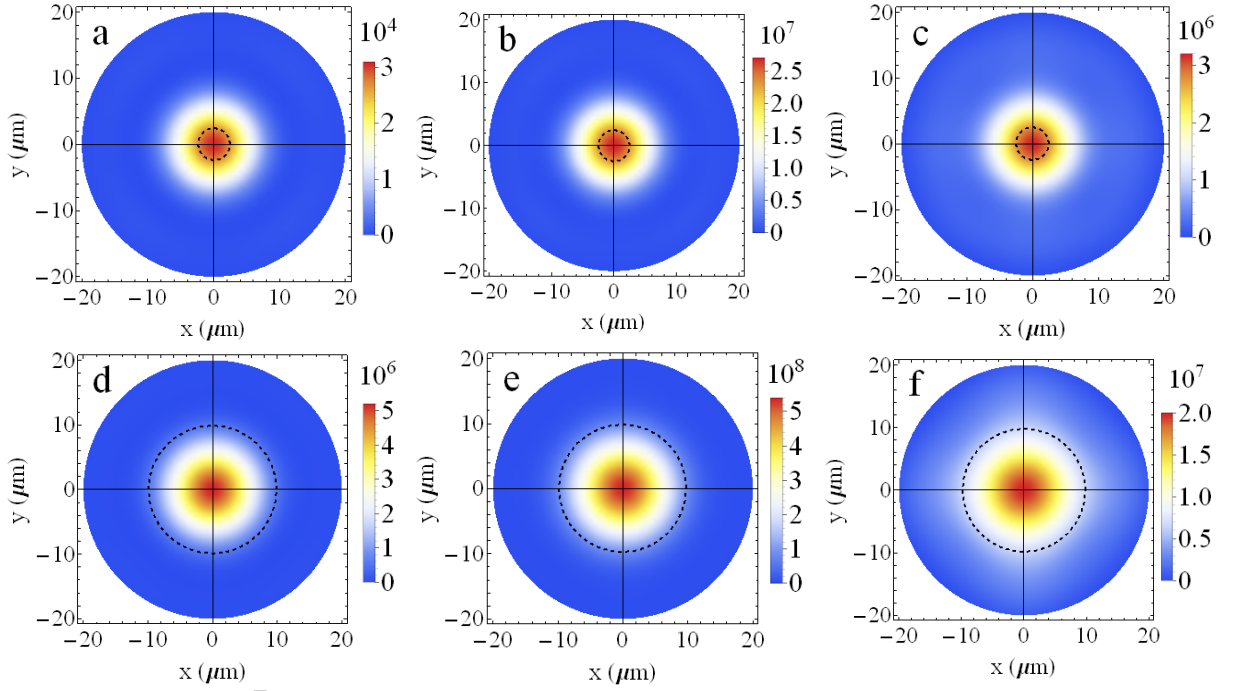


Рисунок 3.11 — Распределение напряженности электромагнитного поля на поверхности плазмонного DFB-лазера при диаметре пучка накачки $d_{\text{beam}} < d_{\text{beam}}^*$ (a)–(c) в момент времени 0,5 пс (a); 1,75 пс (б); 2,5 пс (c).

Распределение напряженности электромагнитного поля на поверхности плазмонного DFB-лазера при диаметре луча накачки $d_{\text{beam}} > d_{\text{beam}}^*$ (d)–(f) в момент времени 0,32 пс (д); 0,541 пс (д); 1,5 пс (f). Эти моменты времени соответствуют кружкам на красной кривой и черной кривой на рис. 3.10а соответственно. Пунктирными кружками обозначены границы пучка накачки.

что существует одна коллективная мода, распределение электромагнитного поля которой совпадает с распределением электромагнитного поля, найденным при численном моделировании многомодовой задачи. Кроме того, предполагаем, что накачанная активная среда взаимодействует только с такой единой коллективной модой. В этих приближениях динамику системы можно описать следующей системой уравнений [84]:

$$\begin{aligned}
 \dot{n} &= -2\gamma_a n + 2N_{\text{at}}\Omega_R\varphi \\
 \dot{\varphi} &= -(\gamma_a + \gamma_\sigma)\varphi + \Omega_R(2nD + D + 1)/2 \\
 \dot{D} &= -\gamma_D(D + 1) - 4\Omega_R\varphi,
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

где n — число фотонов в коллективной моде, D — инверсия средней населенности накачаных атомов активной среды, φ описывает поток средней энергии из активной среды в коллективную моду, а N_{at} — количество атомов активной среды, лежащих внутри коллективной моды. Предполагается, что

скорость релаксации электромагнитного поля в коллективной моде равна характерной скорости релаксации мод плазмонной структуры, то есть $\gamma_a \simeq 10^{12} \text{ s}^{-1}$. Обратим внимание, что конечный размер пучка накачки может привести к появлению краевых эффектов и негативному влиянию на добротность моды, см. [116]. В одномодовой модели для простоты мы не учитываем эти эффекты. Далее мы увидим, что эта простая модель хорошо согласуется с численным моделированием уравнений (3.1). Характерная скорость релаксации населенности активной среды составляет $\gamma_D \simeq 10^9 \text{ s}^{-1}$, а скорость фазовой релаксации — $\gamma_\sigma \simeq 10^{13} \text{ s}^{-1}$. Таким образом, скорость фазовой релаксации намного больше, чем другие скорости релаксации, $\gamma_\sigma \gg \gamma_a, \gamma_D$. По этой причине можно адиабатически исключить φ из уравнений (3.1) и получить обычные скоростные уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{n} &= -2\gamma_a n + N_{\text{at}} \Omega_R^2 (2nD + D + 1) / \gamma_\sigma \\ \dot{D} &= -\gamma_D (D + 1) - 2\Omega_R^2 (2nD + D + 1) / \gamma_\sigma. \end{aligned} \quad (3.10)$$

В качестве начального условия возьмем $D(0) = 1$ и $n(0) = 0$, т. е. Все атомы инвертированы, и в моде нет фотонов. Временная динамика такой системы хорошо известна [84]; она показана на рис. 3.12.

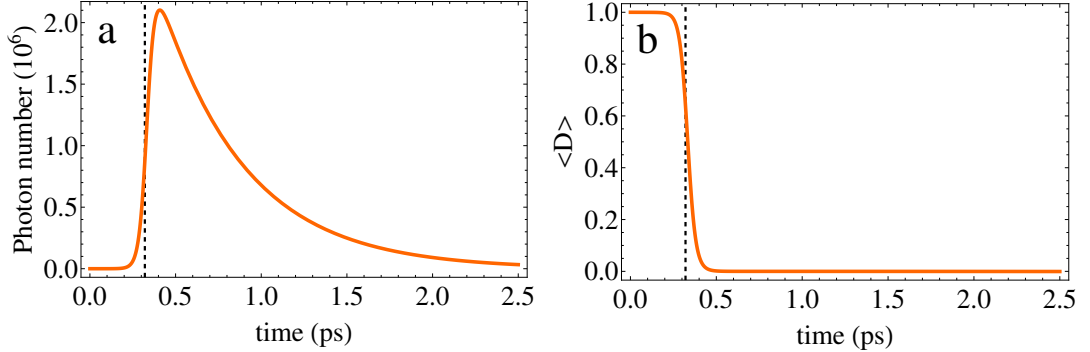


Рисунок 3.12 — Зависимости числа фотонов (а) и заселенности атома (б) от времени, полученные из одномодовой модели, уравнения (3.10); вертикальные пунктирные линии обозначают время задержки, t_{delay} , полученное с помощью уравнения. (3.17).

Динамика числа фотонов в коллективной моде, полученная с помощью уравнений (3.10), аналогична поведению полного числа фотонов в реальном плазмонном DFB лазере, ср. рис. 3.12а и рис. 3.10а. Мы наблюдаем три стадии лазерного отклика, которые количественно аналогичны стадиям в реальном плазмонном DFB лазере.

На первом этапе D является постоянным и n достигает стационарных состояний при фиксированном D . В этом предположении решение первого уравнения системы (3.10) есть

$$\begin{aligned} n(t) &= \frac{N_{\text{at}}\Omega_R^2(D+1)/\gamma_\sigma}{2N_{\text{at}}\Omega_R^2D/\gamma_\sigma - 2\gamma_a} (\exp[2(N_{\text{at}}\Omega_R^2D/\gamma_\sigma - \gamma_a)t] - 1) = \\ &= \frac{\xi(D+1)}{2(\xi-1)} (\exp[(\xi D - 1)2\gamma_a t] - 1), \end{aligned} \quad (3.11)$$

где $\xi = N_{\text{at}}\Omega_R^2D/\gamma_\sigma\gamma_a$ — обратное пороговое значение накачки в режиме непрерывной волны (CW) [50]. В начальный момент $D \simeq 1$, и мы имеем

$$n(t) = \frac{\xi}{(\xi-1)} (\exp[(\xi-1)2\gamma_a t] - 1). \quad (3.12)$$

Подставляя уравнение (3.12) во второе уравнение (3.10), получаем

$$\dot{D} = -\gamma_D(1+\eta)(D+1) - \gamma_D \frac{2\xi\eta D}{(\xi-1)} (\exp[(\xi-1)2\gamma_a t] - 1), \quad (3.13)$$

где мы положили $\eta = 2\Omega_R^2/\gamma_D\gamma_\sigma$.

Второй этап соответствует времени, когда экспоненциальный член в уравнении (3.13) является доминирующим, а динамика — сильно нелинейной. Этот нелинейный термин описывает поток энергии от атомов к коллективной моде. В этом случае из уравнения (3.13) получаем уравнение

$$\dot{D} = -\gamma_D \frac{2\xi\eta D}{(\xi-1)} \exp[(\xi-1)2\gamma_a t], \quad (3.14)$$

которое имеет решение

$$\begin{aligned} D(t) &\simeq \exp\left(-\frac{\xi\eta\gamma_D}{(\xi-1)^2\gamma_a} \exp[(\xi-1)2\gamma_a t]\right) = \\ &= \exp\left(-\frac{\xi^2}{N_{\text{at}}(\xi-1)^2} \exp[(\xi-1)2\gamma_a t]\right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Характерное время изменения D есть

$$t_{\text{delay}} = (2\gamma_a)^{-1}(\xi-1)^{-1} \ln\left(N_{\text{at}}(\xi-1)^2/\xi^2\right). \quad (3.16)$$

За это время появляется резкое уменьшение D , см. рис. 3.12б. Обратим внимание, что предположение, что эволюция D намного медленнее, чем эволюция n , справедливо, когда $t_{\text{delay}} \gg \gamma_a^{-1}\xi^{-1}$, т.е. , $\ln\left(N_{\text{at}}(\xi-1)^2/\xi^2\right) \gg 1$. Когда $\xi \gg 1$, предположение верно, если $N_{\text{at}} \gg 1$, что верно для рассматриваемой системы.

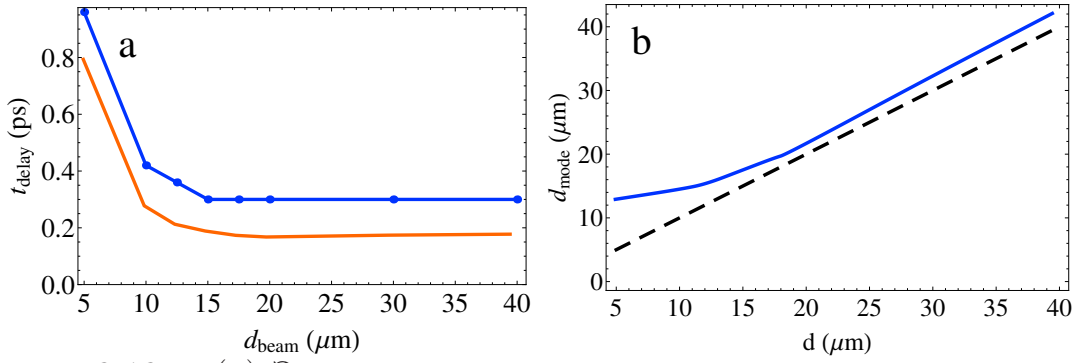


Рисунок 3.13 — (а) Зависимость времени задержки от диаметра пучка накачки. Синяя сплошная линия получена из численного моделирования уравнений (3.1), оранжевая толстая линия получается из уравнения (3.17). (б) Зависимость диаметра коллективной моды от диаметра пучка накачки (синяя линия). Черная пунктирная линия обозначает диаметр пучка накачки.

Для $\xi \gg 1$ уравнение (3.16) упрощается до

$$t_{\text{delay}} = \gamma_{\sigma} \ln(N_{\text{at}}) / 2N_{\text{at}}\Omega_R^2. \quad (3.17)$$

Рисунок 3.13а показывает, что аналитическое приближение, уравнение (3.17), хорошо согласуется с численным моделированием точной модели (3.1). Проанализируем зависимость времени задержки, уравнение (3.17), от размера области накачки. Число атомов квадратично зависит от диаметра пучка накачки d_{beam} , то есть $N_{\text{at}} \sim d_{\text{beam}}^2$. В свою очередь, квадрат постоянной Раби обратно пропорционален квадрату диаметра коллективной моды d_{mode}^2 , т. е. $\Omega_R^2 \sim 1/d_{\text{mode}}^2$. Итак, у нас есть $t_{\text{delay}} \sim d_{\text{mode}}^2 \ln(d_{\text{beam}}^2) / d_{\text{beam}}^2$. Зависимость d_{mode} от d_{beam} показана на рис. 3.13б.

Можно видеть, что существует критическое значение, d_{beam}^* , диаметра пучка накачки, которое делит два разных случая. Когда $d_{\text{beam}} > d_{\text{beam}}^*$, электрическое поле коллективной моды локализуется внутри пучка накачки, см. рис. 3.11(d)–(f). Как следствие, диаметр моды пропорционален диаметру пучка, то есть $d_{\text{mode}} \sim d_{\text{beam}}$, см. рис. 3.13б. В этом случае из уравнения (3.17) мы имеем $t_{\text{delay}} \sim \ln d_{\text{beam}}$. Эта зависимость согласуется с медленным увеличением времени задержки DFB лазера, см. рис. 3.10b. Когда $d_{\text{beam}} < d_{\text{beam}}^*$, электрическое поле коллективной моды локализуется вне пучка накачки, см. рис. 3.11(a)–(c), а размер моды определяется характерной длиной распространения электромагнитного поля в ненакачанной области. В результате диаметр моды не зависит от диаметра луча, а $d_{\text{mode}} \sim \text{const}$, см. рис. 3.13б. В этом случае $t_{\text{delay}} \sim \ln(d_{\text{beam}}^2) / d_{\text{beam}}^2$. Это согласуется с увеличением времени задержки при

уменьшении диаметра пучка накачки плазмонного DFB лазера, см. рис. 3.10b. Обратим внимание, что критическое значение d_{beam}^* соответствует характерной длине распространения электромагнитного поля вне активной среды накачки и может быть оценено как $d_{\text{beam}}^* \sim v_{\text{group}}/\gamma_a$. Для экспериментальных параметров DFB лазера имеем $d_{\text{beam}}^* \sim 10 \mu\text{m}$, что согласуется с полной моделью, рис. 3.10b. Таким образом, поскольку время задержки увеличивается, когда $d_{\text{beam}} > d_{\text{beam}}^*$, а также увеличивается в противоположном случае, мы приходим к выводу, что существует критическое значение, $\sim d_{\text{beam}}^*$, диаметра пучка накачки, для которого время отклика минимально.

3.2.3 Выводы

Подводя итог, мы изучили временную динамику двумерного плазмонного DFB лазера при ультрабыстрой импульсной накачке. Опираясь на численное моделирование и аналитические расчеты, показано, что время отклика такого лазера для экспериментальных параметров из работы [28] можно уменьшить до одной пикосекунды, что соответствует частоте модуляции 1 ТГц. Это значение близко к верхнему пределу для плазмонных лазеров (общее время отклика не может быть меньше времени третьей стадии, которое определяется потерями в резонаторе, и составляет ~ 1 пс).

Было показано, что время отклика лазера может быть уменьшено за счет оптимизации размера пучка накачки как следствие сокращения времени задержки. Зависимость времени отклика от размера пучка накачки имеет следующую причину. Взаимодействие лазерных мод с накачанной активной средой приводит к появлению единой коллективной моды. Если размер пучка накачки превышает длину распространения электромагнитных волн, эта коллективная мода находится внутри области накачки. Время отклика тогда увеличивается логарифмически с увеличением диаметра пучка накачки. Напротив, когда мода находится за пределами области накачки, время отклика приблизительно обратно пропорционально квадрату диаметра пучка накачки и поэтому быстро увеличивается, когда этот диаметр уменьшается от своего критического значения. Интересно отметить, что время задержки, уравнение (3.17), напоминает зависимость времени задержки сверхизлучающего всплеска, [10; 33; 122] и Гла-

ва 2, раздел 2.3. В самом деле, хорошо известно [10; 33], что система, состоящая из первоначально инвертированных атомов, помещенных в полость с низкой добротностью, Q , т.е. когда $\gamma_a \gg \gamma_D$, демонстрирует всплеск сверхизлучения со временем задержки (3.17). В плазмонном резонаторе неравенство $\gamma_a \gg \gamma_D$ всегда выполняется, и поэтому проблема сверхизлучения и проблема, которую мы исследуем в данном разделе диссертационной работы, имеют одинаковые физические основания. Изучение взаимосвязи между этими проблемами может быть важным в контексте создания сверхбыстрых оптоэлектронных устройств.

3.3 Заключение

Мы показали, что в двумерном плазмонном DFB-лазере, когда площадь накачки меньше, чем весь размер лазера, нелинейное взаимодействие мод плазмонной структуры через активную среду приводит к новому эффекту, а именно к кооперации мод. Этот эффект возникает из-за неортогональности лазерных мод в активной среде и является противоположностью конкуренции мод в обычных лазерах.

В двумерном DFB лазере наблюдается вырождение по частоте лазерных мод с блоховскими волновыми векторами с одинаковыми абсолютными значениями, но с разными направлениями. Наивысший порядок вырождения по частоте достигается модами с ненулевыми блоховскими волновыми векторами, которые лежат в разрешенной зоне. В результате взаимодействие мод более выражено для мод с ненулевыми блоховскими волновыми векторами, которые лежат в разрешенной зоне. Благодаря взаимодействию эти моды имеют самый низкий порог генерации и самые высокие амплитуды.

Два следующих эффекта следуют из режима кооперации мод. Первый — резкое увеличение лазерного излучения при преодолении порога накачки. Это объясняется тем фактом, что спонтанное излучение идет в основном в темные моды ниже порога, в то время как выше порога благодаря взаимодействию стимулированное излучение в основном излучается в светлые моды. Результирующее излучение в таких лазерах имеет четкий порог. Второй эффект — это уширение диаграммы направленности. Это связано с зависимостью диаграммы направленности от блоховского волнового вектора моды. Темная мода на краю

запрещенной зоны имеет нулевой блоховский волновой вектор и не излучает. Соседние моды излучают в узком конусе под углами, близкими к нормали. Ниже порога доминирует спонтанное излучение, число фотонов максимально в темной моде на краю запрещенной зоны и медленно уменьшается, когда длина волны моды смещается в разрешенную зону. Выше порога генерация происходит на светлых модах с ненулевыми блоховскими волновыми векторами. В этом случае выше порога диаграмма направленности имеет максимум при ненулевом угле. Поскольку взаимодействие мод смещает генерацию от темных мод к светлым модам, это уширяет диаграмму направленности.

В заключение мы показали, что существует диаметр пучка накачки, d_{beam}^* , необходимый для достижения короткого времени отклика. Этот диаметр равен длине затухания электромагнитного поля в плазмонной структуре и для рассматриваемого плазмонного лазера составляет $\sim 15 \mu\text{m}$. Наличие критического размера пучка накачки дает возможность уменьшить потребление энергии, поскольку дальнейшее увеличение размера пучка накачки не сокращает время отклика. В свою очередь, если площадь пучка накачки невелика, появляется возможность уменьшить размеры устройства. Таким образом, полученные результаты открывают путь к созданию сверхбыстрых оптоэлектронных устройств на основе плазмонных лазеров с низким энергопотреблением, которые имеют потенциал интеграции на кристалле.

Глава 4. Когерентные свойства излучения плазмонных систем

В главе изучаются когерентные свойства излучения плазмонных систем. В первом разделе рассматривается нелинейный отклик плазмонного нанолазера, состоящего из металлической наночастицы, взаимодействующей с накачиваемой активной средой, на внешнее электромагнитное поле. Исследуется динамика плазмонного нанолазера в режиме компенсации потерь, когда при определенных значениях величины и частоты внешнего электромагнитного поля энергия не передается ни от электромагнитного поля к плазмонному нанолазеру, ни от плазмонного нанолазера к электромагнитному полю. Рассмотрим влияние шума и покажем, что в режиме компенсации потерь имеет место эффект стохастического резонанса. Шум эффективно подавляется, и время фазовой корреляции увеличивается на порядки по сравнению с другими параметрами внешнего электромагнитного поля. Также показано, что эффективный коэффициент диффузии фазы отклика спазера уменьшается на порядок, что также выявляет стохастический резонанс. Во втором разделе исследуется функция когерентности второго порядка плазмонной наноантенны, запитываемой ближним полем однофотонного источника, некогерентно накачиваемого в CW режиме. Рассматривается случай сильного эффекта Парселла, когда однофотонный источник излучает полностью в собственную моду наноантенны. Показано, что в пределе, когда энергия тепловых флуктуаций наноантенны значительно меньше энергии взаимодействия между электромагнитным полем моды наноантенны и однофотонным источником, статистика излучения близка к статистике теплового излучения. В противоположном пределе наноантенна излучает одиночные фотоны. В последнем случае показана возможность увеличения интенсивности излучения однофотонного источника на три порядка. Этот результат открывает возможность создания высокоинтенсивного однофотонного источника, полезного для широкого круга приложений.

4.1 Стохастический резонанс в режиме компенсации потерь плазмонного нанолазера

4.1.1 Динамика нанолазера в присутствии внешнего электромагнитного поля

Рассмотрим динамику спазера при наличии внешнего ЭМ поля. Предположим, что наночастица (НЧ) размером $a_{NP} \ll \lambda = 2\pi c/\omega_{SP}$ с частотой дипольного резонанса ω_{SP} и некогерентно накачиваемых квантовых точек (КТ), которые имеют два энергетических уровня с частотой перехода $\omega_{TLS} \approx \omega_{SP}$, расположены на расстоянии r , так что $a_{NP} \ll r \ll \lambda$. В этом случае их взаимодействие представляет собой ближнепольное взаимодействие двух диполей. Гамильтониан системы в приближении вращающейся волны будет иметь следующий вид [2; 3; 50; 123]:

$$\begin{aligned} \hat{H} = \hbar\omega_{SP}\hat{a}^\dagger\hat{a} + \sum_i \hbar\omega_{TLS}\hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\sigma}_i + \sum_i \hbar\Omega_R^i(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_i + \hat{\sigma}_i^\dagger\hat{a}) + \\ + \hbar\Omega_1(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \sum_i \hbar\Omega_2^i(\hat{\sigma}_i^\dagger + \hat{\sigma}_i), \end{aligned} \quad (4.1)$$

где \hat{a} и \hat{a}^\dagger — операторы уничтожения и рождения плазмона в НЧ, которые удовлетворяют коммутационному соотношению $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$; $\hat{\sigma}_i = |g_i\rangle\langle e_i|$ и $\hat{\sigma}_i^\dagger = |e_i\rangle\langle g_i|$ — операторы перехода i -й КТ из возбужденного состояния $|e_i\rangle$ в основное состояние $|g_i\rangle$ и наоборот, соответственно. Коммутационное соотношение этих операторов: $[\hat{\sigma}_i^\dagger, \hat{\sigma}_j] = \hat{\sigma}_z^i \delta_{ij}$, где $\hat{\sigma}_z^i = |e_i\rangle\langle e_i| - |g_i\rangle\langle g_i|$ — оператор инверсии населенностей i -й КТ. Взаимодействие между НЧ и КТ описывается третьим слагаемым в (4.1), который записывается в приближении вращающейся волны для диполь-дипольного взаимодействия []. Константа взаимодействия — это частота Раби $\Omega_R^i = -\mathbf{E}_{NP}(\mathbf{r}_i) \mathbf{d}_{TLS}^i / \hbar$, где $\mathbf{d}_{TLS}^i = \langle e | e \mathbf{r}_i | g \rangle$ является матричным элементом дипольного момента i -й КТ, а $\mathbf{E}_{NP}(\mathbf{r}_i) = (3\mathbf{n}_i(\mathbf{n}_i \mathbf{d}_{NP}) - \mathbf{d}_{NP}) r_i^{-3}$ — поле, созданное дипольным моментом НЧ в точке расположения i -й КТ. Здесь $\mathbf{d}_{NP} = \sqrt{3\hbar a_{NP}^3 / (\partial \text{Re} \epsilon_{NP} / \partial \omega)} \mathbf{e}_{NP}$ — квант дипольного момента НЧ (детали процедуры квантования электрического поля локализованных поверхностных плазмонов, см. [2; 51; 54; 124]). Константы $\Omega_1 = -\mathbf{d}_{NP} \mathbf{E}_{ext}(\mathbf{r}_{NP}) / \hbar$ и $\Omega_2^i = -\mathbf{d}_{TLS}^i \mathbf{E}_{ext}(\mathbf{r}_{TLS}^i) / \hbar$ соответствуют взаимодействию НЧ и i -й КТ с

внешним полем \mathbf{E}_{ext} , соответственно. Мы также предполагаем, что каждая КТ взаимодействует с НЧ и внешним полем с одинаковыми частотами Раби, то есть $\Omega_R^i = \Omega_R$ и $\Omega_2^i = \Omega_2$. Процессы релаксации и накачки могут учитываться с учетом степеней свободы теплового резервуара и их исключения с использованием приближения Борна-Маркова. Результирующие уравнения движения в представлении Гейзенберга можно записать в следующем виде [125]:

$$\frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}] + \hat{D}_A(t) + \hat{F}_A(t), \quad (4.2)$$

где \hat{A} — некоторый оператор системы, $\hat{D}_A(t)$ — оператор, описывающий диссипацию оператора \hat{A} , и $\hat{F}_A(t)$ — член Ланжевена, соответствующий стохастическим флуктуациям. Диссипативная и стохастическая части подчиняются флуктуационно-диссипационной теореме, $\langle F_A(t) F_B(t') \rangle = 2 \langle D_{AB}(t') \rangle \delta(t - t')$. Если мы выберем операторы \hat{a} , $\hat{\sigma}_i$ и $\hat{\sigma}_z^i$, то используя приближение вращающейся волны, мы получим уравнения Максвелла-Блоха [50; 85]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= (-i\omega_{SP} - \gamma_a) \hat{a} - i \sum_i \Omega_R \hat{\sigma}_i - i\Omega_1 + \hat{F}_a(t) \\ \dot{\hat{\sigma}}_i &= (-i\omega_{TLS} - (\gamma_D + \gamma_P + \gamma_{ph})/2) \hat{\sigma}_i + \\ &+ i\Omega_R \hat{a} \hat{D}_i + i\Omega_2 \hat{D}_i + \hat{F}_\sigma^i(t) \\ \dot{\hat{\sigma}}_z^i &= -(\gamma_D + \gamma_P) (\hat{\sigma}_z^i - \hat{\sigma}_{z0}^i) + 2i\Omega_R (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_i^\dagger \hat{a}) + \\ &+ 2i\Omega_2 (\hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_i^\dagger) + \hat{F}_{\sigma_z}^i(t), \end{aligned} \quad (4.3)$$

где γ_a , γ_D и γ_{ph} — скорости диссипации амплитуды электрического поля плазмона \hat{a} , инверсия населенности КТ $\hat{\sigma}_z^i$ и фаза дипольного момента $\hat{\sigma}_i$, соответственно; γ_P — скорость накачки КТ, а $\hat{\sigma}_{z0}^i = (\gamma_P - \gamma_D) / (\gamma_P + \gamma_D)$ — инверсия населенности, вызванная накачкой. Шумовые слагаемые подчиняют-

ся следующим корреляционным соотношениям [85]:

$$\begin{aligned}
\langle \hat{F}_a(t) \rangle &= \langle \hat{F}_\sigma(t) \rangle = \langle \hat{F}_{\sigma_z}(t) \rangle = 0 \\
\langle \hat{F}_a^\dagger(t) \hat{F}_a(t') \rangle &= 2\gamma_a \bar{n} \delta(t-t') = 2D_{a^\dagger a} \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_a(t) \hat{F}_a^\dagger(t') \rangle &= 2\gamma_a (\bar{n} + 1) \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_\sigma^i(t) \hat{F}_\sigma^j(t') \rangle &= (\gamma_P + \gamma_{ph} (1 + \hat{\sigma}_z^i)) \delta_{ij} \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_\sigma^i(t) \hat{F}_\sigma^{j\dagger}(t') \rangle &= (\gamma_D + \gamma_{ph} (1 - \hat{\sigma}_z^i)) \delta_{ij} \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_\sigma^i(t) \hat{F}_{\sigma_z}^j(t') \rangle &= 2\gamma_D \hat{\sigma}_i \delta_{ij} \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_{\sigma_z}^i(t) \hat{F}_\sigma^j(t') \rangle &= -2\gamma_P \hat{\sigma}_i \delta_{ij} \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_\sigma^{\dagger i}(t) \hat{F}_{\sigma_z}^j(t') \rangle &= -2\gamma_P \hat{\sigma}_i^\dagger \delta_{ij} \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_{\sigma_z}^i(t) \hat{F}_\sigma^{j\dagger}(t') \rangle &= 2\gamma_D \hat{\sigma}_i^\dagger \delta_{ij} \delta(t-t') \\
\langle \hat{F}_{\sigma_z}^i(t) \hat{F}_{\sigma_z}^j(t') \rangle &= 2(\gamma_D + \gamma_P) (1 - \hat{\sigma}_{z0}^i \hat{\sigma}_z^i) \delta_{ij} \delta(t-t'),
\end{aligned} \tag{4.4}$$

где $\bar{n} = (e^{\hbar\omega_{SP}/kT} - 1)^{-1}$ — количество тепловых квантов в резервуаре на частоте ω_{SP} . Суммирование системы (4.3) по всем атомам дает

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{a}} &= (-i\omega_{SP} - \gamma_a) \hat{a} - i\Omega_R \hat{J} - i\Omega_1 + \hat{F}_a(t) \\
\dot{\hat{J}} &= (-i\omega_{TLS} - (\gamma_D + \gamma_P + \gamma_{ph})/2) \hat{J} + \\
&+ i\Omega_R \hat{a} \hat{J}_z + i\Omega_2 \hat{J}_z + \hat{F}_J(t) \\
\dot{\hat{J}}_z &= -(\gamma_D + \gamma_P) (\hat{J}_z - \hat{J}_{z0}) + 2i\Omega_R (\hat{a}^\dagger \hat{J} - \hat{J}^\dagger \hat{a}) + \\
&+ 2i\Omega_2 (\hat{J} - \hat{J}^\dagger) + \hat{F}_{J_z}(t),
\end{aligned} \tag{4.5}$$

где мы, как и в Главе 2, вводим коллективный атомный дипольный момент $\hat{J} = \sum_i \hat{\sigma}_i$, коллективную инверсию населенностей $\hat{J}_z = \sum_i \hat{\sigma}_z^i$ и коллективные шумовые слагаемые

$$\hat{F}_J(t) = \sum_i \hat{F}_\sigma^i(t), \quad \hat{F}_{J_z}(t) = \sum_i \hat{F}_{\sigma_z}^i(t), \tag{4.6}$$

которые подчиняются корреляционным соотношениям

$$\begin{aligned}
\left\langle \hat{F}_J^\dagger(t) \hat{F}_J(t') \right\rangle &= \left(N\gamma_P + \gamma_{ph} \left(N + \hat{J}_z \right) \right) \delta(t - t') \\
\left\langle \hat{F}_J(t) \hat{F}_J^\dagger(t') \right\rangle &= \left(N\gamma_D + \gamma_{ph} \left(N - \hat{J}_z \right) \right) \delta(t - t') \\
\left\langle \hat{F}_J(t) \hat{F}_{J_z}(t') \right\rangle &= 2\gamma_D \hat{J} \delta(t - t') \\
\left\langle \hat{F}_J^\dagger(t) \hat{F}_{J_z}(t') \right\rangle &= -2\gamma_P \hat{J} \delta(t - t') \\
\left\langle \hat{F}_J^\dagger(t) \hat{F}_{J_z}^\dagger(t') \right\rangle &= -2\gamma_P \hat{J}^\dagger \delta(t - t') \\
\left\langle \hat{F}_{J_z}(t) \hat{F}_J^\dagger(t') \right\rangle &= 2\gamma_D \hat{J}^\dagger \delta(t - t') \\
\left\langle \hat{F}_{J_z}(t) \hat{F}_{J_z}^\dagger(t') \right\rangle &= 2(\gamma_D + \gamma_P) \left(N - J_{z0} \hat{J}_z / N \right) \delta(t - t'),
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Основная трудность в решении системы (4.5) — это некоммутативная природа шума. Однако в нашем случае шумовые слагаемые *почти* коммутативны. Действительно, типичными константами диссипации для плазмонного нанолазера, состоящего из металлической структуры и КТ в качестве активной среды, являются $\gamma_a, \gamma_{ph} \sim 10^{13} - 10^{14} s^{-1}$, и $\gamma_D \sim 10^9 - 10^{11} s^{-1}$ [13; 15; 16; 126; 127]. Максимальное значение накачки, которое не разрушает активную среду, составляет $\gamma_P \sim 10^{13} s^{-1}$, а умеренная накачка соответствует $\gamma_P \sim 10^{12} s^{-1}$ [128; 129]. Таким образом, в случае плазмонного нанолазера, как правило, $\gamma_{ph}, \gamma_a \gg \gamma_D, \gamma_P$. Кроме того, мы рассмотрим режим компенсации потерь под порогом генерации, когда $\langle \hat{J}_z \rangle \approx 0$. Это условие позволяет учитывать только одно шумовое слагаемое, соответствующее процессу дефазировки:

$$\begin{aligned}
\left\langle \hat{F}_J^\dagger(t) \hat{F}_J(t') \right\rangle &\approx \left\langle \hat{F}_J(t) \hat{F}_J^\dagger(t') \right\rangle \approx \\
N\gamma_{ph} \delta(t - t') &= 2D_{J^\dagger J} \delta(t - t').
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Шумовым слагаемым, соответствующим электромагнитному полю $\hat{F}_a(t)$, можно пренебречь, поскольку число атомов в активной среде много больше единицы, $N \gg 1$ и $D_{J^\dagger J} \gg D_{a^\dagger a}$. После перехода к медленным амплитудам ($a \rightarrow ae^{-i\omega t}$, $J \rightarrow Je^{-i\omega t}$, где ω — частота внешнего поля) теперь мы переходим от операторных уравнений к уравнениям c -числа. Полученная система описывает плазмонный нанолазер, на который падает внешнее ЭМ поле, и имеет вид:

$$\begin{aligned}
\dot{a} &= (i\Delta - \gamma_a) a - i\Omega_R J - i\Omega_1 \\
\dot{J} &= (i\Delta - (\gamma_D + \gamma_P + \gamma_{ph})/2) J + i\Omega_R a J_z + \\
&+ i\Omega_2 J_z + F_J(t) \\
\dot{J}_z &= -(\gamma_D + \gamma_P) (J_z - J_{z0}) + 2i\Omega_R (a^* J - \sigma^* J) + \\
&+ 2i\Omega_2 (J - J^*)
\end{aligned} \tag{4.9}$$

с

$$\langle \hat{F}_J(t) \hat{F}_J^*(t') \rangle = N \gamma_{ph} \delta(t - t'). \quad (4.10)$$

Параметр $\Delta = \omega - \omega_{SP} = \omega - \omega_{TLS}$ — это расстройка внешнего поля относительно частоты перехода КТ.

4.1.2 Компенсация потерь в присутствии шума

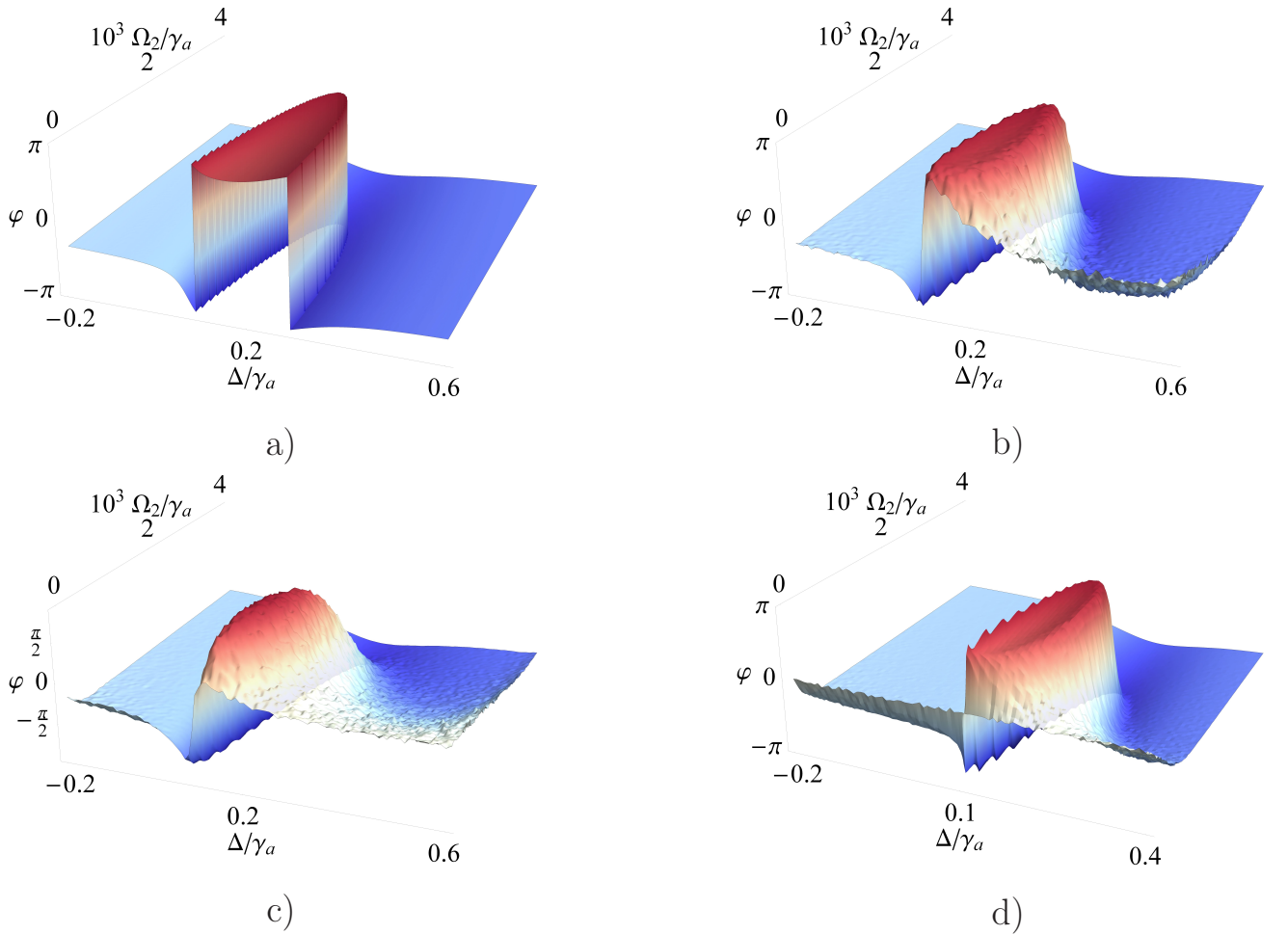


Рисунок 4.1 — Средняя фаза $\langle \varphi \rangle$ в зависимости от параметров внешнего поля

Δ и Ω_2 . а) Бесшумовой случай, $D_{J^\dagger J} = 0 s^{-1}$; б) $D_{J^\dagger J} = 10^{16} s^{-1}$, $N = 10^3$, $\gamma_{ph} = 10^{13} s^{-1}$ в) $D_{J^\dagger J} = 10^{17} s^{-1}$, $N = 10^4$, $\gamma_{ph} = 10^{13} s^{-1}$; д) $D_{J^\dagger J} = 10^{16} s^{-1}$, $N = 10^4$, $\gamma_{ph} = 10^{12} s^{-1}$. Линия разрыва фазы соответствует режиму компенсации потерь, где $\gamma_a = 10^{14} s^{-1}$, $\gamma_D = 10^{11} s^{-1}$, $\gamma_P = 10^{11} s^{-1}$, и $\Omega_R = 5 \cdot 10^{12} s^{-1}$.

Режим компенсации потерь возникает, когда колебания дипольного момента нанолазера $\mathbf{d}_{SP} = \langle \mathbf{d}_{NP} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \rangle + \langle \mathbf{d}_{TLS} (\hat{J} + \hat{J}^\dagger) \rangle$ находятся точно в

фазе или противофазе с внешним полем. Действительно, если предположить, что электромагнитное поле с амплитудой $\mathbf{E}_{ext}(\mathbf{r}) \cos \omega t$ возбуждает дипольный момент нанолазера $\mathbf{d}_{SP} = \alpha \mathbf{E}_{ext} \cos(\omega t + \varphi)$, то работа, проделанная внешним полем над нанолазером за период $T = 2\pi/\omega$ есть

$$\begin{aligned} A &= \int \mathbf{E}_{ext} \delta \mathbf{d}_{SP} = \int_0^T (|\mathbf{E}_{ext}| \cos \omega t) \dot{\mathbf{d}}_{SP} dt = \\ &= -\pi \alpha |\mathbf{E}_{ext}|^2 \sin \varphi, \end{aligned} \quad (4.11)$$

где φ — разность фаз колебаний дипольного момента нанолазера и внешнего поля. Следовательно, эта работа равна нулю, когда $\varphi = \pm\pi$ or $\varphi = 0$ или $\varphi = 0$. Здесь мы предполагаем, что частота колебаний нанолазера совпадает с частотой внешнего поля, т. е. Нанолазер как нелинейная система синхронизируется внешним полем. Как правило, это происходит при определенных параметрах системы (язык Арнольда). Однако, как было показано в [130], когда накачка меньше порогового значения накачки для автономного нанолазера, синхронизация возникает при любых значениях амплитуды и частоты внешнего поля [131]. Ниже мы рассмотрим динамику спазера при накачке ниже порога. Таким образом, уравнение (4.11) верно.

Если мы обратимся к рассмотрению одной НЧ и линейного отклика, то $\varphi \in (-\pi, 0)$ и $A > 0$ [132], т.е. работа, проделанная внешним полем положительна, и энергия электромагнитного поля поглощается. Однако для такой нелинейной системы, как нанолазер, существуют некоторые параметры внешнего поля, когда выполняется условие $\varphi = 0, \pm\pi$ [130]. В некоторых случаях противофазный отклик среды на нанолазер является предпочтительным, чтобы создавать материалы с отрицательной диэлектрической проницаемостью [133–135]. Таким образом, мы рассмотрим ситуацию, когда разность фаз между колебаниями дипольного момента спазера и внешним полем φ равна π .

Динамика нанолазера, находящегося во внешнем поле, описывается системой (4.9). Предполагая, что дипольные моменты КТ и НЧ коллинеарны, константа взаимодействия НЧ с внешним полем примет вид $\Omega_1 = -\mathbf{E}_{ext} \mathbf{d}_{NP} / \hbar = -\beta \mathbf{E}_{ext} \mathbf{d}_{TLS} / \hbar$, где $\beta = |\mathbf{d}_{NP}| / |\mathbf{d}_{TLS}|$. В [130] показано, что в отсутствие шума условие $\varphi = \pi$ достигается на кривой компенсации. Зависимость фазы дипольного момента нанолазера от амплитуды внешнего поля и расстройки между частотой нанолазера и частотой внешнего поля показана на рис. 4.1а). Эта зависимость была получена путем численного моделирования системы (4.9) без

шума. Линия разрыва соответствует разности фаз π , то есть режиму компенсации потерь.

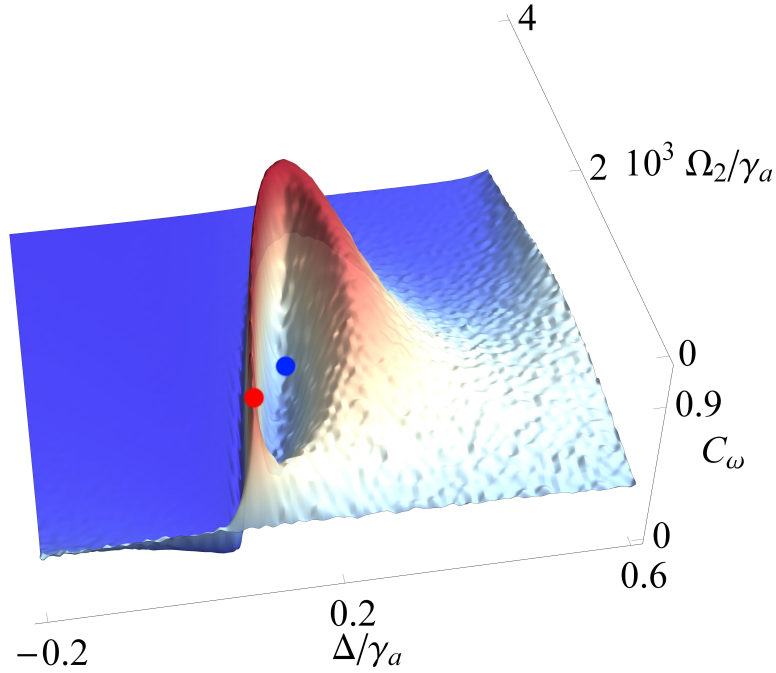


Рисунок 4.2 — Обратная полуширина спектра фазового коррелятора C_ω в единицах γ_a , полученная с помощью численного моделирования (4.9).

Параметры, использованные при моделировании, совпадают с рис. 4.1с),

$$D_{J^\dagger J} = 10^{17} s^{-1}, N = 10^4, \gamma_{ph} = 10^{13} s^{-1}.$$

Теперь исследуем влияние шума на эффект компенсации. Здесь нас интересует зависимость фазы $\langle \varphi \rangle \equiv Arg\langle \alpha a + J \rangle$ (здесь скобки $\langle \dots \rangle$ соответствуют усреднению по различным реализациям уравнений (4.9) от расстройки внешнего поля Δ и его амплитуды Ω_2 . Интенсивность шума может быть отрегулирована путем изменения количества КТ, N , и скорости релаксации фазы КТ γ_{ph} , см. (4.10). Зависимости усредненной фазы дипольного момента нанолазера при наличии шума представлены на рис. 4.1 b)–d). Сначала мы меняем N и сохраняем γ_{ph} в качестве константы, рис. 4.1 b), c). Затем мы фиксируем N как константу и изменяем γ_{ph} , рис. 4.1 d).

Видно, что при наличии шума качественно ситуация не меняется. Есть кривая компенсации, которая практически не меняется по положению, и ситуация очень похожа на случай без шума. Высокий шум приводит к исчезновению кривой компенсации при большой расстройке, в то время как компенсация имеет место при низкой расстройке. Можно заметить, что картина режима

компенсации потерь также остается аналогичной, если γ_{ph} или N варьируются. Разница между N и γ_{ph} заключается только в форме кривой компенсации [сравните рис. 4.1 с) и d)].

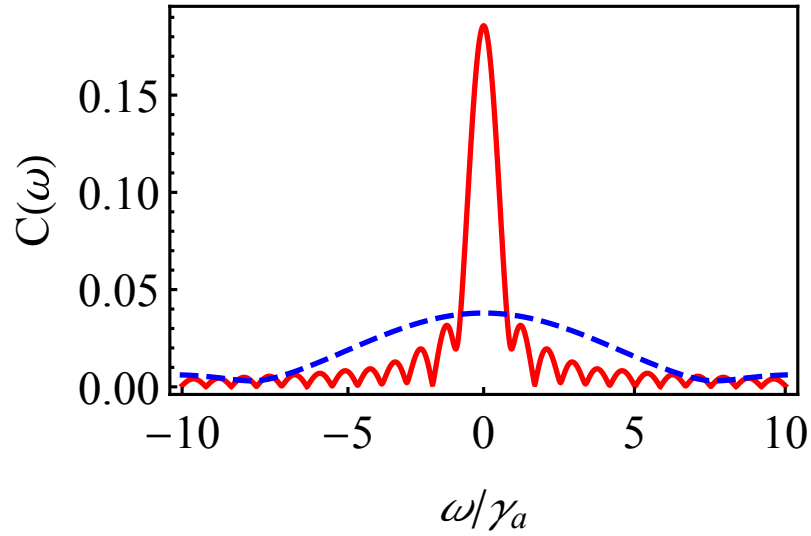


Рисунок 4.3 — Спектр фазовых флуктуаций $C(\omega)$, $D_{J+J} = 10^{17} s^{-1}$, $N = 10^4$, $\gamma_{ph} = 10^{13} s^{-1}$. Красная сплошная кривая соответствует точке на кривой компенсации (на рис. 4.2 красная точка, $\Delta/\gamma_a = 0.14$, $\Omega_2/\gamma_a = 0.5 \cdot 10^{-3}$), в то время как синяя пунктирная кривая соответствует точке вне кривой компенсации (синяя точка на рис. 4.2, $\Delta/\gamma_a = 0.2$, $\Omega_2/\gamma_a = 1.5 \cdot 10^{-3}$).

Остальные параметры как на рис. 4.1.

4.1.3 Стохастический резонанс в режиме компенсации потерь

Как было отмечено выше, шум в этой системе сначала нарушает фазу. Однако результаты, показанные на рис. 4.1 b)–d), показывают относительную стабильность фазы, несмотря на внешний шум. Это проявляется как сохранение эффекта компенсации потерь при достаточно большом уровне шума.

В дополнение к среднему значению фазы отклика нанолазера большое значение имеет время корреляции при наличии шума. Это время определяет характерный временной масштаб, на котором фаза отклика нанолазера сбивается. Количественно оно определяется как обратная полуширина преобразования Фурье коррелятора $C(\omega) = \int_0^{\infty} \langle \varphi(t_{st} + \tau) \varphi(t_{st}) \rangle \exp(i\omega\tau) d\tau$, где t_{st} — это время выхода на стационарный режим системы. Без шума имеем $\langle \varphi(t_{st} + \tau) \varphi(t_{st}) \rangle =$

$\langle \varphi^2(t_{st}) \rangle$; то есть фаза не сбивается. Это основная характеристика, определяющая способность нанолазера компенсировать потери, поскольку она определяет фазовую устойчивость нанолазера к внешнему шуму. На рис. 4.2 представлена обратная полуширина $C_\omega \text{рег } \gamma_a$ Фурье спектра автокорреляционной функции фазы $C(\omega)$. На кривой компенсации ширина линии спектра фазовых флуктуаций на порядок меньше, чем при других параметрах внешнего поля.

На рис. 4.3 показаны спектры фазовых флуктуаций $C(\omega)$ для параметров Δ и Ω_2 , соответствующих точкам *на* и *за* пределами кривой компенсации (эти точки показаны в виде красных и синих точек на рис. 4.2 с).

Из рис. 4.3 видно, что спектр автокорреляционной функции $C(\omega)$ уже в точках на кривой компенсации, чем в точках, не расположенных на кривой. Это означает, что скорость диссипации фазовой автокорреляционной функции $\langle \varphi(t_{st} + \tau)\varphi(t_{st}) \rangle$ значительно ниже на кривой компенсации, чем в других точках в плоскости параметров (Ω_2, Δ) . Такое же поведение проявляется и при других интенсивностях шума, например, в случаях на рис. 4.1 b), d).

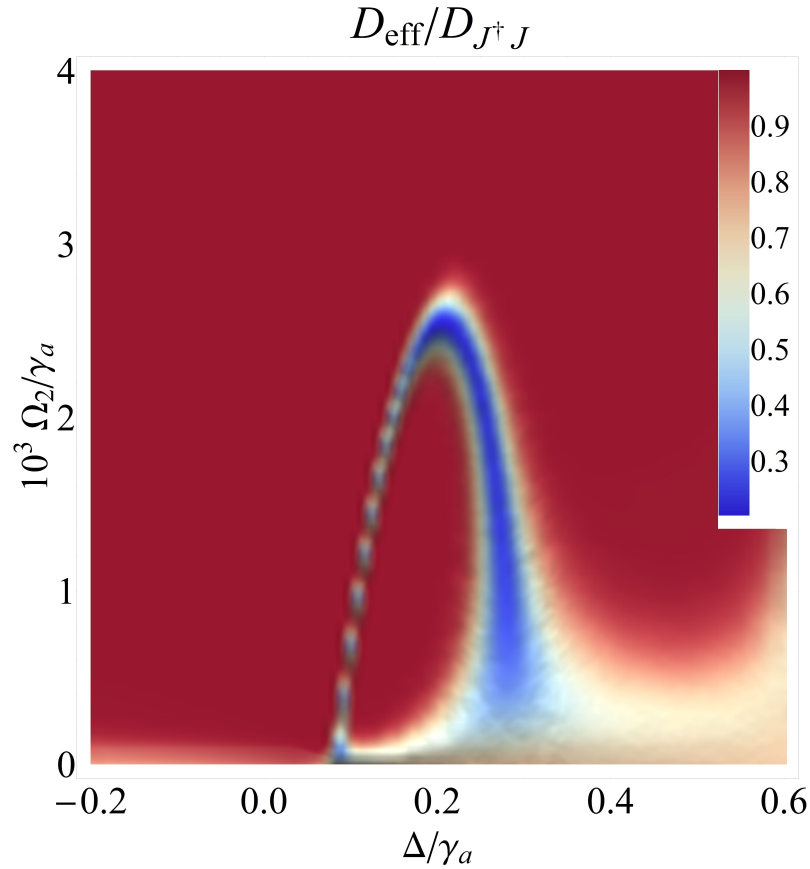


Рисунок 4.4 — Зависимость эффективного коэффициента диффузии D_{eff} от параметров внешнего поля (Ω_2, Δ) , $D_{J^\dagger J} = 10^{16} \text{ s}^{-1}$, $N = 10^3$, $\gamma_{ph} = 10^{13} \text{ s}^{-1}$.

Остальные параметры такие же, как на рис. 4.1.

Эффективное подавление шума указывает на феномен стохастического резонанса (СР). Это явление для нелинейных систем с шумом под воздействием внешней силы представляет собой эффективное подавление стохастических флуктуаций при конечном шуме и некоторых параметрах системы [136—138]. . Одной из основных характеристик СР является сужение спектра выходного сигнала. В нашем случае это наблюдается в спектре флуктуаций фазы отклика нанолазера. Другим важным явлением, сопровождающим СР, является синхронизация стохастической системы. Это происходит, когда фаза выходного сигнала эффективно блокируется внешним сигналом. При наличии шума фаза сбивается по закону $\langle \varphi^2 \rangle \sim D_{\text{eff}} \cdot t$. Ещё одно проявление стохастического резонанса появляется, если мы рассмотрим эффективный коэффициент диффузии D_{eff} . Этот коэффициент в указанном выше случае определяет скорость сбивания фазы, вызванную шумом. Эффективный коэффициент диффузии определяется [136]

$$D_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\langle \varphi^2 \rangle - \langle \varphi \rangle^2 \right]. \quad (4.12)$$

На рис. 4.4 показана зависимость эффективного коэффициента диффузии D_{eff} в единицах $D_{J^\dagger J}$ от параметров Δ и Ω_2 . Получены минимумы коэффициента диффузии при тех параметрах внешнего поля, которые соответствуют режиму компенсации (рис. 4.4). Видно, что на кривой компенсации потерь эффективный коэффициент диффузии D_{eff} на порядки меньше коэффициента диффузии $D_{J^\dagger J}$ и меньше скорости затухания одиночной НЧ γ_a . Это означает, что фаза наиболее стабильна на кривой компенсации, что подтверждает приведенные выше выводы относительно существования эффективного подавления шума в режиме компенсации потерь.

4.1.4 Выводы

В данной работе показано, что учет шума принципиально важен при анализе спектральных свойств нанолазера, работающего под воздействием внешнего поля. Общеизвестно, что существуют значения амплитуды и частоты внешнего поля, при которых нанолазер компенсирует потери, вызванные внешним полем. В настоящей работе показано, что стохастический резонанс

наблюдается на кривой компенсации. Фактически это проявляется в том, что автокорреляционная функция фазы затухает на компенсационной кривой на порядки медленнее, чем для значений других параметров. Это совпадает с подавлением фазовых флуктуаций. Кроме того, минимум эффективного коэффициента диффузии фазы в режиме компенсации потерь отражает наибольшую стабильность фазы нанолазера и уменьшение влияния шума на систему.

Это явление особенно важно в связи с возможностью использования плазмонных нанолазеров в различных приложениях, поскольку наличие шума нарушает требуемые фазовые характеристики. Реализация стохастического резонанса в метаматериалах с активными включениями открывает новый путь для снижения шума и достижения фазовой когерентности. Также стохастический резонанс может улучшить функциональность датчиков на основе активных плазмонных устройств, где шум ухудшает чувствительность.

4.2 Функция когерентности второго порядка излучения плазмонной наноантенны, запитываемой однофотонным источником

4.2.1 Модель описания взаимодействия наноантенны с однофотонным источником

Рассмотрим плазмонную наноантенну, размер которой много меньше длины волны излучения в свободном пространстве, запитываемую однофотонным источником (SPS). Мы предполагаем, что SPS — это двухуровневая система (TLS), взаимодействующая только с одной из мод наноантенны и передающая свою энергию наноантенне через ближнепольное взаимодействие. Гамильтониан такой системы имеет вид (1.54). Управляющее уравнение с учетом радиационных и нерадационных потерь было выведено в разделе 1.4.

Поскольку недиагональные элементы матрицы плотности $\hat{\rho}_S$ в (1.59—1.60) затухают экспоненциально [139], мы сосредоточимся исключительно на диагональных элементах. Обозначая их как p_k и используя уравнения (1.59) и (1.60),

получаем [139]

$$\dot{p}_k = \sum_{k'} \gamma_{kk'} p_{k'} - \left(\sum_{k'} \gamma_{k'k} \right) p_k, \quad (4.13)$$

где

$$\gamma_{kk'} = (\gamma_{kk'}^{\text{rad}} + \gamma_{kk'}^{\text{nonrad}}) |\langle k | \hat{a} | k' \rangle|^2 + \gamma_{kk'}^{\text{deph}} |\langle k | \hat{\sigma}_z | k' \rangle|^2 + \gamma_{kk'}^{\text{pump}} |\langle k | \hat{\sigma}^+ | k' \rangle|^2. \quad (4.14)$$

Из системы уравнений (4.13) можно получить динамику диагональных элементов матрицы плотности. Затем мы можем использовать их для вычисления всех средних значений интересующих операторов в любой момент времени, как $\langle \hat{A} \rangle = \text{Tr}(\rho(t)\hat{A}) = \sum_k p_k(t) \langle k | \hat{A} | k \rangle$. Далее мы рассмотрим поведение функции когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$.

4.2.2 Вычисление функции когерентности в рамках численного моделирования

Функция когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ может быть записана как [50; 55]

$$g^{(2)}(0) = \langle a^+ a^+ a a \rangle / \langle a^+ a \rangle^2 \quad (4.15)$$

Здесь мы предполагаем, что наноантенна вносит основной вклад в излучение (которое намного больше, чем у однофотонного источника). Это предположение является обоснованным, поскольку, как было упомянуто в [25], когда атом или молекула взаимодействуют с открытым резонатором (например, наноантенной) и достигаются высокие значения фактора Парселла, основная часть излучения в моды свободного пространства идёт из открытого резонатора, а основная часть энергии атома передается непосредственно в открытый резонатор. Численное моделирование показывает, что $g^{(2)}(0)$ сильно зависит от отношения Ω_R/T . Из рис. 4.5 видно, что при низкой мощности накачки, $\gamma_{\text{pump}} \ll \gamma_{\text{nonrad}}$, $g^{(2)}(0)$ может принимать любые значения от 0 до 2 (сплошная красная кривая). Когда взаимодействие слабое, $\Omega_R \ll T$, а мощность накачки низкая, то $g^{(2)}(0) = 2$. Это означает, что наноантенна излучает как тепловой источник.

Функция $g^{(2)}(0)$ уменьшается с увеличением связи; вблизи $\Omega_R \sim T$ возникает переход от 2 до 0. В пределе $\Omega_R \gg T$ стремится к 0, что соответствует излучению одиночных фотонов. Таким образом, для достаточно сильного взаимодействия и низкой скорости накачки плазменная нанополупроводниковая антенна испускает одиночные фотоны, в соответствии с экспериментом [22; 23; 140].

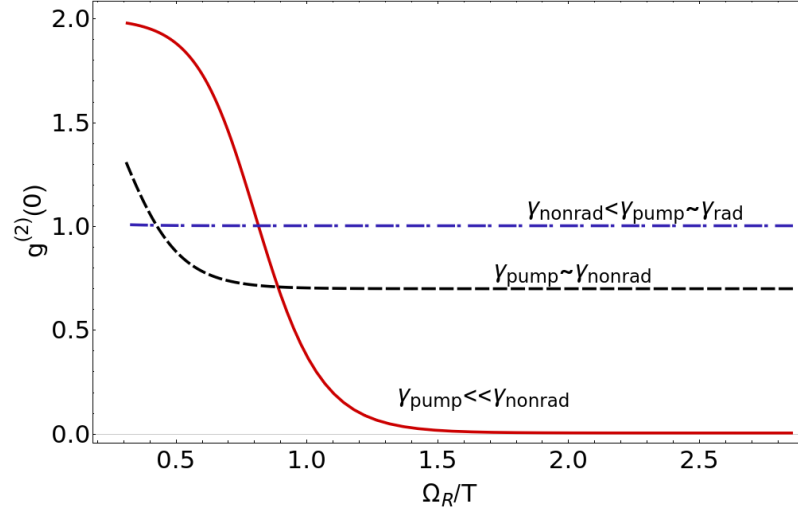


Рисунок 4.5 — $g^{(2)}(0)$ как функция Ω_R/T при разных скоростях накачки. Для пунктирной, штрихпунктирной и сплошной кривых скорости накачки равны

$$\gamma_{\text{pump}}/\omega = 10^{-3}, \gamma_{\text{pump}}/\omega = 0.05 \text{ и } \gamma_{\text{pump}}/\omega = 10^{-5}, \text{ соответственно.}$$

Параметры, используемые при моделировании, равны $\gamma_{\text{rad}} = 2.5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$, $\gamma_{\text{nonrad}} = 1.3 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$, $\gamma_{\text{взр}} = 4,5 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$, $\Omega_R = 1.5 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ и $T = 300\text{K}$, что соответствуют типичным экспериментальным значениям [22; 23; 141]. Здесь мы предполагаем, что частота моды нанополупроводниковой антенны и частота оптического перехода однофотонного источника одинаковы, $\omega = \omega_M = \omega_{\text{TLS}} = 2.95 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$. Эта частота соответствует длине волны 630 nm.

Следует отметить, что увеличение скорости накачки приводит к стремлению $g^{(2)}(0)$ к единице, и излучение от системы становится когерентным (см. пунктирные и штрихпунктирные кривые на рис. 4.5). Такое поведение соответствует когерентной генерации ближнего поля в нанополупроводниковой антенне; в этом случае система превращается в нанолазер. Однако, когда используется только один однофотонный источник, этот режим не может быть достигнут, поскольку соответствующая скорость накачки очень высока и не может быть получена в экспериментах (см. также [141]). Таким образом, в случае нанополупроводниковой антенны, питаемой одним однофотонным источником, реальная скорость накачки намного ниже порогового значения. Случай нулевой накачки соответствует ситуации,

в которой только резервуар с температурой выше нуля обеспечивает энергию для системы. Стоит отметить, что при комнатной температуре в оптической области излучение черного тела незначительно, и система по существу не излучает. Чтобы создать излучение, которое можно обнаружить, γ_{pump} должно иметь разумное значение, большее нуля.

Таким образом, можно наблюдать однофотонное излучение наноантенны, задавая требуемую температуру и мощность накачки однофотонного источника. Описанный здесь эффект был получен с помощью численного моделирования уравнения (4.13). Для выяснения механизма этого эффекта рассмотрим упрощенную модель исходной задачи.

4.2.3 Аналитические результаты в пределе малого числа квантов возбуждения поля наноантенны

Чтобы понять поведение, описанное в предыдущем разделе, рассмотрим упрощенную модель системы, состоящей из наноантенны, связанной с однофотонным источником. Предположим, что мощность накачки равна нулю и учтем только возбуждения нижних состояний системы, уравнение (1.55), которые дают первые ненулевые вклады в $g^{(2)}(0)$. Эти состояния $|0, g\rangle$, $|1, +\rangle$, $|1, -\rangle$, и $|2, +\rangle$, $|2, -\rangle$, их энергетические расщепления:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= 2\sqrt{\Omega_R^2 + 1/4(\omega_M - \omega_{TLS})^2} \\ \Delta_2 &= 2\sqrt{2\Omega_R^2 + 1/4(\omega_M - \omega_{TLS})^2}\end{aligned}\quad (4.16)$$

Предположим, что мы имеем только взаимодействие с резервуаром джоулевых потерь с температурой T . В этом случае система приходит в тепловое равновесие с резервуаром, и диагональные элементы матрицы плотности затем распределяются в соответствии с распределением Гиббса [55], т. е.

$$p_k \sim e^{-E_k/T}, \quad (4.17)$$

где E_k — энергия k -го собственного состояния. Используя уравнения (4.16) - (4.17), мы можем рассчитать $g^{(2)}(0)$:

$$g^{(2)}(0) = 2e^{-(2\Delta_1 - \Delta_2)/2T} \frac{|\cos \varphi_2|^2 + e^{-\Delta_2/T} |\sin \varphi_2|^2}{\left(|\cos \varphi_1|^2 + e^{-\Delta_1/T} |\sin \varphi_1|^2\right)^2}. \quad (4.18)$$

Из-за фактора $e^{-(2\Delta_1 - \Delta_2)/2T}$ в формуле (4.19), $g^{(2)}(0)$ сильно зависит от $(2\Delta_1 - \Delta_2)/2T$. В частном случае резонанса, когда $\omega_M = \omega_{TLS} = \omega$, имеем:

$$\Delta_1 = 2\Omega_R, \Delta_2 = 2\sqrt{2}\Omega_R \quad (4.19)$$

Следовательно, в пределах $\Omega_R/T \gg 1$ и $\Omega_R/T \ll 1$ (рис. 4.6, пунктирная и сплошная кривые соответственно) при нулевой скорости накачки получаем:

$$g^{(2)}(0) \sim 2, \Omega_R/T \ll 1, \quad (4.20)$$

$$g^{(2)}(0) \sim \exp\left(-\left(2 - \sqrt{2}\right)\Omega_R/T\right) \ll 1, \Omega_R/T \gg 1. \quad (4.21)$$

Выражения (4.20) и (4.21) согласуются с результатами численного моделирования, как показано на рис. 4.5. Полученный результат можно качественно объяснить следующим образом. Когда температура T намного выше, чем постоянная Раби Ω_R , вероятности заполнения уровней $|n, +\rangle$ и $|n, -\rangle$ почти одинаковы, и мы эффективно имеем эквидистантные уровни гармонического осциллятора $|n\rangle$. В тепловом равновесии функция когерентности второго порядка для гармонического осциллятора равна $g^{(2)}(0) = 2$. Когда температура значительно меньше константы Раби, вероятность заполнения уровня $|n, -\rangle$ намного выше, чем у $|n, +\rangle$, и мы имеем неэквидистантный спектр. В этом случае $g^{(2)}(0)$ сильно зависит от расстояния между уровнями. При низкой температуре, для уровней энергии, заданных уравнением (1.56) для гамильтониана Джейнса-Каммингса (1.54), $g^{(2)}(0) = 0$.

В случае ненулевой отстройки результаты качественно не изменяются. Когда $\Omega_R/T \gg 1$, $g^{(2)}(0)$ стремится к нулю. Однако при фиксированном отношении Ω_R/T , когда частота моды нанопантенны больше, чем частота однофотонного источника, $g^{(2)}(0)$ становится больше, чем в случае, когда частота моды меньше. Это следует из того факта, что первый ненулевой вклад в $g^{(2)}(0)$ дают состояния с двумя квантами возбуждения в плазмонной моде, т.е. $n = 2$. Собственное состояние с минимальной энергией для которого, есть $|2, -\rangle = -\sin \varphi_2 |1, e\rangle + \cos \varphi_2 |2, g\rangle$, что видно из уравнения (1.55), где коэффициенты $\sin \varphi_2 = \left(\left(\sqrt{3\Omega_R^2 + (\Delta/2)^2} - \Delta/2\right) / 2\sqrt{3\Omega_R^2 + (\Delta/2)^2}\right)^{1/2}$ и $\cos \varphi_2 = \left(\left(\sqrt{3\Omega_R^2 + (\Delta/2)^2} + \Delta/2\right) / 2\sqrt{3\Omega_R^2 + (\Delta/2)^2}\right)^{1/2}$ зависят от расстройки Δ , и ее знака. Если $\Delta \rightarrow +\infty$, то $\sin \varphi_2 \rightarrow 0$ и $\cos \varphi_2 \rightarrow 1$, что приводит к $|2, -\rangle \sim |2, g\rangle$, и это состояние дает ненулевой вклад в $g^{(2)}(0)$. В противном

случае, когда $\Delta \rightarrow -\infty$, $\sin \varphi_2 \rightarrow 1$ и $\cos \varphi_2 \rightarrow 0$. Тогда $|2, -\rangle \sim -|1, e\rangle$ и это состояние не даёт вклад в $g^{(2)}(0)$. Таким образом, в случае отрицательной отстройки $g^{(2)}(0)$ становится меньше, чем в случае положительной. Эти качественные предположения подтверждаются формулой (4.20), которая получена непосредственно из выражений (4.15) и (4.16).

$$g^{(2)}(0) = \frac{2(p_{|2,+\rangle} \sin^2 \varphi_2 + p_{|2,-\rangle} \cos^2 \varphi_2)}{(p_{|1,-\rangle} \cos^2 \varphi_1 + p_{|1,+\rangle} \sin^2 \varphi_1 + p_{|2,-\rangle}(2 \cos^2 \varphi_2 + \sin^2 \varphi_2) + p_{|2,+\rangle}(2 \sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2))^2} \quad (4.22)$$

Рис. 4.6 иллюстрирует поведение $g^{(2)}(0)$ при различных расстройках

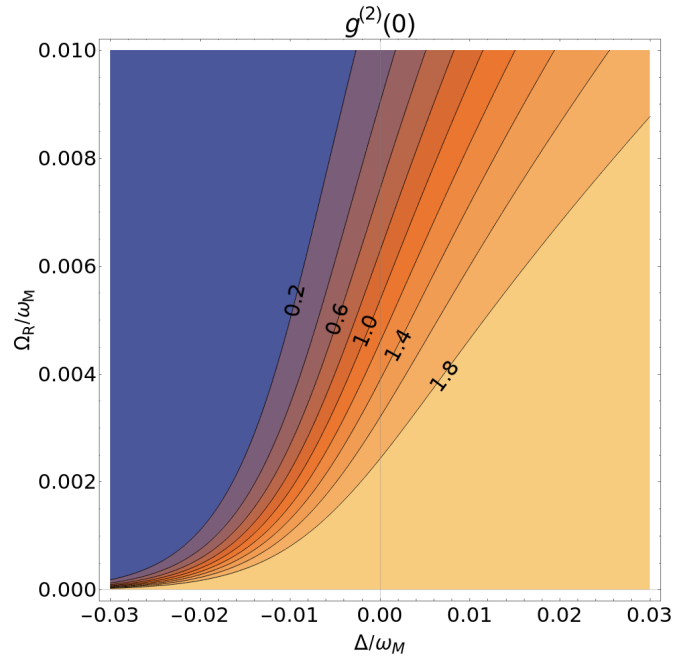


Рисунок 4.6 — Зависимость $g^{(2)}(0)$ от расстройки Δ и константы взаимодействия Ω_R , полученная из уравнения (4.22).

4.2.4 Оптимальная скорость накачки

Как видно из рис. 4.5, возможно получить значение $g^{(2)}(0)$, близкое к нулю, только в пределе малых скоростей накачки, которые не позволяют достичь интенсивности излучения, достаточной для превышения уровня интенсивности излучения отдельного однофотонного источника. Наша цель состоит в

том, чтобы найти значение для мощности накачки, при которой наноантенна излучает быстро, но все еще может считаться однофотонным источником и может быть полезна в практических применениях. Поэтому нам необходимо найти максимальную скорость накачки, при которой наноантенна все еще имеет функцию когерентности $g^{(2)}(0)$, близкую к нулю, и в то же время достаточно высокую интенсивность излучения. Чтобы описать эту интенсивность, мы рассчитываем скорость излучения энергии в резервуар излучательных потерь от наноантенны, $\langle \dot{H}_S \rangle_{\text{rad}} = \text{Tr}(L_{\text{rad}}(\rho)H_S)$. Зависимость $g^{(2)}(0)$ от $\langle \dot{H}_S \rangle_{\text{rad}}$ является ключевой характеристикой плазмонной наноантенны, питаемой однофотонным источником. Мы демонстрируем возможность преодоления скорости излучения отдельного однофотонного источника и сохранения однофотонных свойств для плазмонной наноантенны при параметрах, близких к экспериментальным значениям [22].

В достаточно больших пределах мощности накачки однофотонного источника наноантенна излучает как однофотонный источник, и ее интенсивность излучения на три порядка выше, чем у одиночного однофотонного источника. Интенсивность излучения достигает одного события в пикосекунду, то есть скорость излучения увеличивается до ТГц (см. Рис. 4.7).

4.2.5 Сравнение с экспериментом

В недавней экспериментальной работе [22] авторы использовали квантовую точку CdSe / ZnS в качестве однофотонного источника, которая была связана с плазмонной наноантенной (серебряный куб, лежащий на квантовой точке) при комнатной температуре. Эта система похожа на рассмотренную здесь. Квантовая точка расположена в максимуме электрического поля плазмонной моды антенны. Фактор Перселла системы есть $F \simeq 1900$, что соответствует константе Раби взаимодействия $\Omega_R \sim \sqrt{F\gamma_a\gamma_\sigma} \sim 5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$, а расстройка есть $\Delta \sim 10^{13} \text{ s}^{-1}$. В эксперименте в работе [22] было получено значение $g^{(2)}(0) \simeq 0.32$. Используя параметры из [22] в нашей модели, и на основе уравнения (4.13), и качественного уравнения (4.22), мы получили $g^{(2)}(0) = 0.23$. Численное решение уравнения (4.13) показывает, что $g^{(2)}(0)$ слабо растет с увеличением γ_{pump} при тех же скоростях накачки, которые использовались в

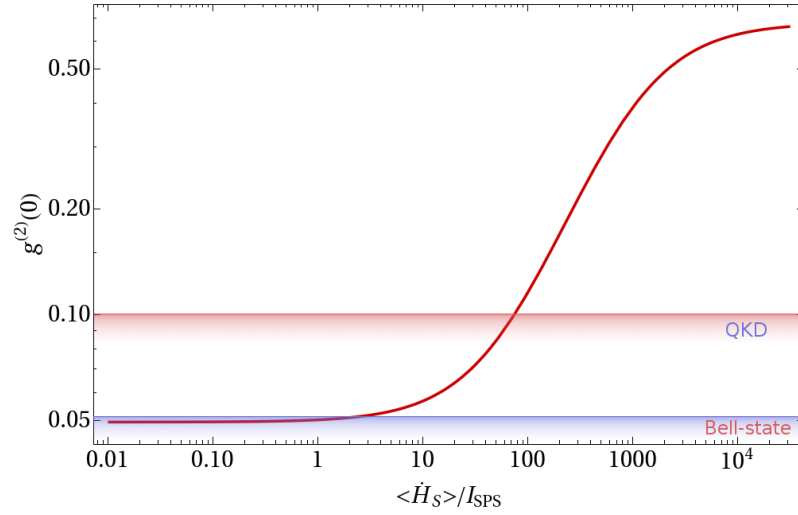


Рисунок 4.7 — Зависимость $g^{(2)}(0)$ от интенсивности излучения наноантенны, отнесенная к интенсивности одиночного однофотонного источника, $I_{SPS}/\hbar\omega = 10^9 \text{ s}^{-1}$. Скорость накачки изменяется от 10^8 c^{-1} до 10^{12} c^{-1} ; коэффициент радиационных и нерадиационных потерь равен $\gamma_{\text{rad}} = 10^{14} \text{ c}^{-1}$, $\gamma_{\text{nonrad}} = 10^{13} \text{ c}^{-1}$, соответственно; скорость дефазировки составляет $\gamma_{\text{deph}} = 10^{13} \text{ c}^{-1}$. Зона под красной линией отображает значения, необходимые для приложений квантового распределения ключей (QKD). Синяя линия указывает значения, необходимые для источников в состоянии Белла.

эксперименте, в то время как интенсивность излучения достигает $\sim 10^3$ интенсивности одиночного однофотонного источника, что соответствует примерно 1 пс на акт излучения. При дальнейшем увеличении γ_{pump} , $g^{(2)}(0)$ стремится к единице (см. Рис. 4.5).

Система, аналогичная описанной выше, использовалась в работе [23]. Авторы использовали NV-центр в качестве однофотонного источника, который был связан с плазмонной наноантенной (серебряный куб, лежащий на алмазе с NV-центром). Коэффициент Парселла системы составляет около $F \simeq 200$, что соответствует константе связи $\Omega_R \sim 10^{12} \text{ s}^{-1}$; система находится при комнатной температуре, а разница между частотой плазмонной моды и NV-центром равна нулю. Система демонстрирует высокую скорость излучения, $I = 56 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ при $\gamma_{\text{pump}} \sim 10^{12} \text{ s}^{-1}$, что в 90 раз быстрее, чем скорость излучения одиночного NV-центра. В этом эксперименте функция когерентности второго порядка равна $g^{(2)}(0) = 0.41$. Результаты моделирования уравнения (4.13) и те, которые получены путем прямой подстановки параметров в формулу (4.20) качественно схожи, и дают $g^{(2)}(0) = 0.6$. Если скорость накачки еще больше увеличивается, функция медленно растет до единицы, как показано на рис. 4.5.

В обоих случаях интенсивность излучения $\langle \dot{H}_S \rangle_{\text{rad}}$ выше, чем для одного однофотонного источника, и может достигать одного процесса излучения в пикосекунду (для параметров, использованных в ссылках [22] и [23], значения больше на два и три порядка соответственно). Количественное различие между экспериментальными результатами, полученными в [22] и [23] (для величины $g^{(2)}(0)$ и скоростей излучения) обусловлено значительным различием в константах Раби систем и, следовательно, в факторах Парселла. Кроме того, в соответствии с рис. 4.6 и уравнением (4.22), небольшая отрицательная расстройка, может уменьшить значение еще больше, как это наблюдалось в эксперименте в [22].

4.2.6 Выводы

Попытка увеличить скорость излучения изолированных однофотонных источников с помощью плазмонных наноантенн, как ожидается, приведет к ухудшению свойств однофотонного излучения из-за вклада излучения наноантенны (открытого резонатора) в общее излучение системы. Мы продемонстрировали, что наноантенна, запитываемая однофотонным источником, может излучать одиночные фотоны с высокой скоростью. Показано, что функция когерентности излучения второго порядка $g^{(2)}(0)$ сильно зависит от соотношения между температурой антенны T и константой взаимодействия Ω_R между ближним полем антенны и дипольным моментом однофотонного источника. В случае, когда $\Omega_R \ll T$, излучение системы аналогично излучению одной плазмонной наноантенны в состоянии теплового равновесия и $g^{(2)}(0)$ достигает значения 2. Этот результат интуитивно понятен при высоких температурах, так как только наноантенна вносит вклад в излучение. Однако, когда константа взаимодействия велика, $\Omega_R \gg T$, $g^{(2)}(0)$ близка к нулю, что характерно для однофотонной эмиссии. Этот результат вытекает из того факта, что при сильном взаимодействии спектр системы перестраивается, то есть расстояние между разделенными состояниями увеличивается, и населенность этих состояний отклоняется от распределения Гиббса. Это означает, что наноантенна перестает излучать как тепловой источник. Показано, что при достаточно большой мощности накачки однофотонного источника излучение наноантенны имеет однофотонную при-

роду и что скорость излучения может быть увеличена до 10^{12} с^{-1} (см. Рис. 4.7). Полученный результат открывает возможность создания быстрого однофотонного источника излучения. Это позволило бы использовать однофотонные источники на основе плазмонной наноантенны в приложениях квантовой криптографии [142]. Например, излучение наноантенны удовлетворяет требованиям QKD [82], с $g^{(2)}(0) < 0.1$ (рис. 4.7, красная зона) и частотой, превышающей 10^9 с^{-1} . Из-за своего небольшого размера и возможности размещения на чипе устройства на основе наноантенны, запитываемой однофотонным источником, могут заменить сложные и громоздкие устройства на основе ослабленных лазерных источников, которые в настоящее время широко используются в системах QKD. Кроме того, использование плазмонных наноантенн в качестве однофотонных источников может найти применение в таких областях, как бозонное сэмплирование (boson sampling) [143], фотонные квантовые блуждания [144] и, возможно, в создании источников состояния Белла [145] (см. синюю зону на рис. 4.7).

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Показано, что как в квантовом, так и в классическом случае сверхизлучение есть результат конструктивной интерференции огибающих дипольных моментов излучателей. Интерференция происходит вследствие существования точки сгущения фазовых траекторий дипольных моментов отдельных излучателей. Появление такой точки связано с нелинейной природой излучателей.
2. Показано, что существует оптимальная добротность резонатора, в котором находятся излучатели. В таком резонаторе интенсивность сверхизлучательного пика максимальна.
3. Предсказан эффект модовой кооперации для двумерных плазмонных лазеров с распределенной обратной связью. Он заключается в том, что в режиме постоянной накачки генерация происходит на светлых модах с высокими излучательными потерями вместо темных мод с низкими потерями. Модовая кооперация объясняет уширение диаграммы направленности, наблюдавшееся в эксперименте.
4. Показано наличие зависимости времени отклика двумерного плазмонного лазера с распределенной обратной связью на внешний импульс от площади пятна накачки. Обнаружено существование оптимального размера пятна накачки, при котором отклик лазера составляет 1 пс.
5. Показано, что в отклике плазмонного нанолазера на внешнее электромагнитное поле в режиме компенсации потерь наблюдается подавление тепловых шумов и сужение спектра фазовых флуктуаций и эффективный коэффициент диффузии фазы уменьшается на порядок в сравнении с его значениями вне режима компенсации потерь.
6. Показано, что плазмонная наноплазменная антенна, запитываемая однофотонным источником, излучает одиночные фотоны в случае, когда отношение энергии взаимодействия наноплазменной антенны и источника к энергии тепловых флуктуаций наноплазменной антенны много больше единицы. В этом режиме наноплазменная антенна излучает с интенсивностью в 10^3 раз превосходящей интенсивность излучения одного однофотонного источника.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Андрианову Евгению Сергеевичу, а также автор благодарит Виноградова Алексея Петровича, Пухова Александра Александровича и Зябловского Александра Андреевича за помощь при постановке задач и обсуждении результатов.

Список литературы

1. *Sarychev, A. K.* Magnetic plasmonic metamaterials in actively pumped host medium and plasmonic nanolaser / A. K. Sarychev, G. Tartakovsky // Physical Review B. — 2007. — Vol. 75, no. 8. — P. 085436.
2. *Bergman, D. J.* Surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation: quantum generation of coherent surface plasmons in nanosystems / D. J. Bergman, M. I. Stockman // Physical review letters. — 2003. — Vol. 90, no. 2. — P. 027402.
3. Dipole nanolaser / I. E. Protsenko [et al.] // Physical Review A. — 2005. — Vol. 71, no. 6. — P. 063812.
4. *Premaratne, M.* Theory and technology of SPASERS / M. Premaratne, M. I. Stockman // Advances in Optics and Photonics. — 2017. — Vol. 9, no. 1. — P. 79—128.
5. *Kneipp, K.* Surface-enhanced Raman scattering: physics and applications. Vol. 103 / K. Kneipp, M. Moskovits, H. Kneipp. — Springer Science & Business Media, 2006.
6. *Bennett, C. H.* Quantum information / C. H. Bennett // Physica Scripta. — 1998. — Vol. 1998, T76. — P. 210. — URL: <http://stacks.iop.org/1402-4896/1998/i=T76/a=030>.
7. *Bouwmeester, D.* The physics of quantum information. Vol. 3 / D. Bouwmeester, A. Ekert, A. Zeilinger. — Springer, Berlin, 2000.
8. *Georgescu, I. M.* Quantum simulation / I. M. Georgescu, S. Ashhab, F. Nori // Reviews of Modern Physics. — 2014. — Vol. 86, no. 1. — P. 153.
9. *Dicke, R. H.* Coherence in spontaneous radiation processes / R. H. Dicke // Physical Review. — 1954. — Vol. 93, no. 1. — P. 99.
10. *Gross, M.* Superradiance: An essay on the theory of collective spontaneous emission / M. Gross, S. Haroche // Physics Reports. — 1982. — Vol. 93, no. 5. — P. 301—396.

11. *Vainshtein, L. A.* Cooperative radiation of electron-oscillators / L. A. Vainshtein, A. I. Kleev // Vol. 35. — 1990. — P. 359.
12. Superradiance in molecular H aggregates / F. Meinardi [et al.] // Physical review letters. — 2003. — Vol. 91, no. 24. — P. 247401.
13. Demonstration of a spaser-based nanolaser / M. Noginov [et al.] // Nature. — 2009. — Vol. 460, no. 7259. — P. 1110—1112.
14. Energy equipartition and unidirectional emission in a spaser nanolaser / J. S. Toterogongora [et al.] // Laser & Photonics Reviews. — 2016. — Vol. 10, no. 3. — P. 432—440.
15. Lasing action in strongly coupled plasmonic nanocavity arrays / W. Zhou [et al.] // Nature Nanotech. — 2013. — Vol. 8. — P. 506—511.
16. Surface plasmon lasing observed in metal hole arrays / F. Beijnum [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110, no. 20. — P. 206802.
17. *Hill, M. T.* Advances in small lasers / M. T. Hill, M. C. Gather // Nature Photonics. — 2014. — Vol. 8. — P. 908—918.
18. Ultrafast Pulse Generation in an Organic Nanoparticle-Array Laser / K. S. Daskalakis [et al.] // Nano Letters. — 2018. — Vol. 18, no. 4. — P. 2658—2665. — eprint: <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b00531>. — URL: <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b00531>.
19. *Coldren, L. A.* Diode lasers and photonic integrated circuits. Vol. 218 / L. A. Coldren, S. W. Corzine, M. L. Mashanovitch. — John Wiley & Sons, 2012.
20. Coupling of a Single Nitrogen-Vacancy Center in Diamond to a Fiber-Based Microcavity / R. Albrecht [et al.] // Physical Review Letters. — 2013. — Vol. 110, no. 24. — P. 243602. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.243602> ; PRL.
21. Coupling of Nitrogen-Vacancy Centers to Photonic Crystal Cavities in Monocrystalline Diamond / A. Faraon [et al.] // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 109, no. 3. — P. 033604. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.033604> ; PRL.

22. *Hoang, T. B.* Ultrafast Room-Temperature Single Photon Emission from Quantum Dots Coupled to Plasmonic Nanocavities / T. B. Hoang, G. M. Akselrod, M. H. Mikkelsen // Nano Letters. — 2016. — Vol. 16, no. 1. — P. 270—275. — URL: <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.5b03724>.
23. Ultrabright Room-Temperature Sub-Nanosecond Emission from Single Nitrogen-Vacancy Centers Coupled to Nanopatch Antennas / S. I. Bogdanov [et al.] // Nano Letters. — 2018. — Vol. 18, no. 8. — P. 4837—4844. — URL: <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b01415>.
24. *Purcell, E. M.* Spontaneous emission probabilities at radio frequencies / E. M. Purcell // Physical review letters. — 1946. — Vol. 69. — P. 681.
25. *Maslovski, S. I.* Purcell factor and local intensity enhancement in surface-enhanced Raman scattering / S. I. Maslovski, C. R. Simovski // Nanophotonics. — 2018. — Vol. 8, no. 3. — P. 429—434.
26. *Maier, S. A.* Plasmonics: fundamentals and applications / S. A. Maier. — Springer Science & Business Media, 2007.
27. Surface plasmon lasing observed in metal hole arrays / F. van Beijnum [et al.] // Physical review letters. — 2013. — Vol. 110, no. 20. — P. 206802.
28. *Tenner, V. T.* Measurement of the phase and intensity profile of surface plasmon laser emission / V. T. Tenner, M. J. A. de Dood, M. P. van Exter // ACS Photonics. — 2016. — Vol. 3. — P. 942—946.
29. *Mandel, L.* Optical coherence and quantum optics / L. Mandel, E. Wolf. — Cambridge university press, 1995.
30. *Agarwal, G. S.* Quantum optics / G. S. Agarwal. — Cambridge University Press, 2012.
31. *Ressayre, E.* Conditions of availability of the Markoff approximation for the description of cooperative spontaneous emission / E. Ressayre, A. Tallet // Physical Review A. — 1975. — Vol. 12, no. 4. — P. 1725.
32. *Landau, L. D.* Quantum mechanics: non-relativistic theory. Vol. 3 / L. D. Landau, E. M. Lifshitz. — Elsevier, 2013.
33. *Andreev, A. V.* Collective spontaneous emission (Dicke superradiance) / A. V. Andreev, V. I. Emel'yanov, Y. A. Il'inskii // Soviet Physics Uspekhi. — 1980. — Vol. 23, no. 8. — P. 493.

34. *Scully, M. O.* Collective Lamb shift in single photon Dicke superradiance / M. O. Scully // Physical review letters. — 2009. — Vol. 102, no. 14. — P. 143601.
35. *Svidzinsky, A. A.* Cooperative spontaneous emission of N atoms: Many-body eigenstates, the effect of virtual Lamb shift processes, and analogy with radiation of N classical oscillators / A. A. Svidzinsky, J.-T. Chang, M. O. Scully // Physical Review A. — 2010. — Vol. 81, no. 5. — P. 053821.
36. *Landau, L. D.* The classical theory of fields. Vol. 2 / L. D. Landau. — Elsevier, 2013.
37. *Men'shikov, L. I.* Superradiance and related phenomena / L. I. Men'shikov // Physics-Uspekhi. — 1999. — Vol. 42, no. 2. — P. 107.
38. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков:[в 2 т.]. Т. 2 / Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов [и др.]. — М.: Физматлит, 2004.
39. *Кузнецов, А. П.* Нелинейные колебания / А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, Н. М. Рыскин. — Физматлит, 2005.
40. Steering matter wave superradiance with an ultranarrow-band optical cavity / H. Keßler [et al.] // Physical review letters. — 2014. — Vol. 113, no. 7. — P. 070404.
41. Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity / K. Baumann [et al.] // Nature. — 2010. — Vol. 464, no. 7293. — P. 1301.
42. Dynamical phase transition in the open Dicke model / J. Klinder [et al.] // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2015. — Vol. 112, no. 11. — P. 3290—3295.
43. Observation of Dicke superradiance for two artificial atoms in a cavity with high decay rate / J. Mlynek [et al.] // Nature communications. — 2014. — Vol. 5.
44. *De Boer, S.* Dephasing-induced damping of superradiant emission in J-aggregates / S. De Boer, D. A. Wiersma // Chemical physics letters. — 1990. — Vol. 165, no. 1. — P. 45—53.
45. Observation of self-induced Rabi oscillations in two-level atoms excited inside a resonant cavity: The ringing regime of superradiance / Y. Kaluzny [et al.] // Physical review letters. — 1983. — Vol. 51, no. 13. — P. 1175.

46. *Benedict, M. G.* Super-radiance: Multiatomic coherent emission / M. G. Benedict. — CRC Press, 1996.
47. Cavity-free plasmonic nanolasing enabled by dispersionless stopped light / T. Pickering [et al.] // Nature communications. — 2014. — Vol. 5. — P. 4972.
48. Steady state superradiance of a 2D-spaser array / A. V. Dorofeenko [et al.] // Optics express. — 2013. — Vol. 21, no. 12. — P. 14539—14547.
49. *Balanis, C. A.* Antenna theory: analysis and design / C. A. Balanis. — John wiley & sons, 2016.
50. *Scully, M. O.* Quantum optics / M. O. Scully, M. S. Zubairy. — Cambridge university press, 1997.
51. Hermitian description of localized plasmons in dispersive dissipative subwavelength spherical nanostructures / V. Y. Shishkov [et al.] // Physical Review B. — 2016. — Vol. 94, no. 23. — P. 235443.
52. *Huttner, B.* Quantization of the electromagnetic field in dielectrics / B. Huttner, S. M. Barnett // Physical Review A. — 1992. — Vol. 46, no. 7. — P. 4306.
53. *Vogel, W.* Quantum optics / W. Vogel, D.-G. Welsch. — John Wiley & Sons, 2006.
54. *Waks, E.* Cavity QED treatment of interactions between a metal nanoparticle and a dipole emitter / E. Waks, D. Sridharan // Physical Review A. — 2010. — Vol. 82, no. 4. — P. 043845.
55. *Carmichael, H. J.* Statistical Methods in Quantum Optics 1: Master Equations and Fokker-Planck Equations (Theoretical and Mathematical Physics) / H. J. Carmichael. — New York : Springer, 2003.
56. *Breuer, H.-P.* The theory of open quantum systems / H.-P. Breuer, F. Petruccione. — Oxford University Press on Demand, 2002.
57. *Davies, E. B.* Quantum theory of open systems / E. B. Davies. — 1976.
58. *Kosloff, R.* Quantum thermodynamics: A dynamical viewpoint / R. Kosloff // Entropy. — 2013. — Vol. 15, no. 6. — P. 2100—2128.
59. *Carmichael, H. J.* Statistical Methods in Quantum Optics 2: Non-Classical Fields / H. J. Carmichael. — Springer Science & Business Media, 2009.

60. *O'brien, J. L.* Optical quantum computing / J. L. O'brien // Science. — 2007. — Vol. 318, no. 5856. — P. 1567—1570.
61. *O'brien, J. L.* Photonic quantum technologies / J. L. O'brien, A. Furusawa, J. Vučković // Nature Photonics. — 2009. — Vol. 3, no. 12. — P. 687.
62. Unconditional violation of the shot-noise limit in photonic quantum metrology / S. Slussarenko [et al.] // Nature Photonics. — 2017. — Vol. 11, no. 11. — P. 700.
63. Quantum-dot single-photon sources for entanglement enhanced interferometry / M. Müller [et al.] // Physical review letters. — 2017. — Vol. 118, no. 25. — P. 257402.
64. *Chandra, N.* Anticorrelation in Two-Photon Attenuated Laser Beam / N. Chandra, H. Prakash // Physical Review A. — 1970. — Vol. 1, no. 6. — P. 1696—1698. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.1.1696> ; PRA.
65. *Hong, C.* Experimental realization of a localized one-photon state / C. Hong, L. Mandel // Physical Review Letters. — 1986. — Vol. 56, no. 1. — P. 58.
66. Integrated spatial multiplexing of heralded single-photon sources / M. J. Collins [et al.] // Nature communications. — 2013. — Vol. 4. — P. 2582.
67. Wavevector multiplexed atomic quantum memory via spatially-resolved single-photon detection / M. Parniak [et al.] // Nature communications. — 2017. — Vol. 8, no. 1. — P. 2140.
68. Deterministic and Storable Single-Photon Source Based on a Quantum Memory / S. Chen [et al.] // Physical Review Letters. — 2006. — Vol. 97, no. 17. — P. 173004. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.173004> ; PRL.
69. All-optical-fiber polarization-based quantum logic gate / A. S. Clark [et al.] // Phys. Rev. A. — 2009. — Mar. — Vol. 79, issue 3. — P. 030303. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.79.030303>.
70. Boson sampling with single-photon fock states from a bright solid-state source / J. Laredo [et al.] // Physical review letters. — 2017. — Vol. 118, no. 13. — P. 130503.

71. Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics / N. Sangouard [et al.] // *Rev. Mod. Phys.* — 2011. — Mar. — Vol. 83, issue 1. — P. 33—80. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.33>.
72. *Pang, S.* Optimal adaptive control for quantum metrology with time-dependent Hamiltonians / S. Pang, A. N. Jordan // *Nature communications*. — 2017. — Vol. 8. — P. 14695.
73. Deterministic phase measurements exhibiting super-sensitivity and super-resolution / C. Schäfermeier [et al.] // *Optica*. — 2018. — Jan. — Vol. 5, no. 1. — P. 60—64. — URL: <http://www.osapublishing.org/optica/abstract.cfm?URI=optica-5-1-60>.
74. *Giovannetti, V.* Advances in quantum metrology / V. Giovannetti, S. Lloyd, L. Maccone // *Nature photonics*. — 2011. — Vol. 5, no. 4. — P. 222.
75. Multiphoton Interference in Quantum Fourier Transform Circuits and Applications to Quantum Metrology / Z.-E. Su [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Aug. — Vol. 119, issue 8. — P. 080502. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.119.080502>.
76. Quantum interferometric optical lithography: exploiting entanglement to beat the diffraction limit / A. N. Boto [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2000. — Vol. 85, no. 13. — P. 2733.
77. *Liao, Z.* Quantum lithography beyond the diffraction limit via Rabi oscillations / Z. Liao, M. Al-Amri, M. S. Zubairy // *Physical review letters*. — 2010. — Vol. 105, no. 18. — P. 183601.
78. Quantum states of light produced by a high-gain optical parametric amplifier for use in quantum lithography / G. S. Agarwal [et al.] // *JOSA B*. — 2007. — Vol. 24, no. 2. — P. 270—274.
79. Single-photon generation and detection: physics and applications. Vol. 45 / A. Migdall [et al.]. — Academic Press, 2013.
80. Invited review article: Single-photon sources and detectors / M. Eisaman [et al.] // *Review of scientific instruments*. — 2011. — Vol. 82, no. 7. — P. 071101.
81. Resonant enhancement of the zero-phonon emission from a colour centre in a diamond cavity / A. Faraon [et al.] // *Nature Photonics*. — 2011. — Vol. 5. — P. 301. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2011.52>.

82. *Aharonovich, I.* Solid-state single-photon emitters / I. Aharonovich, D. Englund, M. Toth // Nature Photonics. — 2016. — Vol. 10. — P. 631. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2016.186>.
83. *Carmichael, H.* An open systems approach to quantum optics / H. Carmichael. — Berlin : Springer-Verlag, 1991. — P. 179.
84. *Siegman, A. E.* Lasers / A. E. Siegman. — Mill Valley, CA : University Science Books, 1986. — P. 654.
85. *Haken, H.* Laser light dynamics. Vol. 2 / H. Haken. — Oxford : North-Holland Physics Publishing, 1985. — P. 350. — (Light).
86. Approach for describing spatial dynamics of quantum light-matter interaction in dispersive dissipative media / A. A. Zyablovsky [et al.] // Phys. Rev. A. — 2017. — Vol. 95. — P. 053835.
87. Loss and scattering of surface plasmon polaritons on optically-pumped hole arrays / V. T. Tenner [et al.] // Journal of Optics. — 2014. — Vol. 16. — P. 114019.
88. Relationship between photonic band structure and emission characteristics of a polymer distributed feedback laser / G. A. Turnbull [et al.] // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 64, no. 12. — P. 5122.
89. *Kazarinov, R.* Second-order distributed feedback lasers with mode selection provided by first-order radiation losses / R. Kazarinov, C. Henry // IEEE Journals of Quantum Electronics. — 1985. — Vol. 21, no. 2. — P. 144—150.
90. *Kogelnik, H.* Coupled-wave theory of distributed feedback lasers / H. Kogelnik, C. Shank // Journals of Applied Physics. — 1972. — Vol. 43, no. 2327. — P. 2327.
91. Surface plasmon dispersion in metal hole array lasers / M. P. van Exter [et al.] // Optics Express. — 2013. — Vol. 21. — P. 027422.
92. *Vasil'ev, P. P.* Femtosecond superradiant emission in inorganic semiconductors / P. P. Vasil'ev // Reports on progress in Physics. — 2009. — Vol. 72, no. 7. — P. 076501.
93. *Allen, L.* Optical resonance and two-level atoms. Vol. 28 / L. Allen, J. H. Eberly. — Courier Corporation, 1987.

94. Superradiance of a subwavelength array of classical nonlinear emitters / N. E. Nefedkin [et al.] // Optics Express. — 2016. — Feb. 22. — Vol. 24, no. 4. — P. 3464. — URL: <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=oe-24-4-3464>.
95. Superradiance of a subwavelength array of classical nonlinear emitters / N. Nefedkin [et al.] // Optics express. — 2016. — Vol. 24, no. 4. — P. 3464—3478.
96. *Il'Inskii, I. A.* The classical analog of superradiation in a system of interacting nonlinear oscillators / I. A. Il'Inskii, N. Maslova // Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki. — 1988. — Vol. 94. — P. 171—174.
97. *Homola, J.* Surface plasmon resonance (SPR) sensors / J. Homola, M. Piliarik // Surface plasmon resonance based sensors. — Springer, 2006. — P. 45—67.
98. Sub-and superradiance in nanolasers / H. Leymann [et al.] // Physical Review Applied. — 2015. — Vol. 4, no. 4. — P. 044018.
99. *Pustovit, V. N.* Cooperative emission of light by an ensemble of dipoles near a metal nanoparticle: The plasmonic Dicke effect / V. N. Pustovit, T. V. Shahbazyan // Physical review letters. — 2009. — Vol. 102, no. 7. — P. 077401.
100. *Protsenko, I. E.* Superradiance of several atoms near a metal nanosphere / I. E. Protsenko, A. V. Uskov // Quantum Electronics. — 2015. — Vol. 45, no. 6. — P. 561.
101. *Nayfeh, A. H.* Nonlinear oscillations / A. H. Nayfeh, D. T. Mook. — John Wiley & Sons, 2008.
102. *Carmichael, H. J.* Statistical methods in quantum optics. Vol. 1 / H. J. Carmichael. — Springer, 1999.
103. *Garraway, B. M.* The Dicke model in quantum optics: Dicke model revisited / B. M. Garraway // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 2011. — Vol. 369, no. 1939. — P. 1137—1155.
104. *Law, C.* Dynamic photon-mode selection in Dicke superradiance / C. Law, S. Lee // Physical Review A. — 2007. — Vol. 75, no. 3. — P. 033813.

105. Optical superradiance from nuclear spin environment of single-photon emitters / E. M. Kessler [et al.] // *Physical review letters*. — 2010. — Vol. 104, no. 14. — P. 143601.
106. *Bienaimé, T.* Controlled Dicke subradiance from a large cloud of two-level systems / T. Bienaimé, N. Piovella, R. Kaiser // *Physical review letters*. — 2012. — Vol. 108, no. 12. — P. 123602.
107. *Temnov, V. V.* Superradiance and subradiance in an inhomogeneously broadened ensemble of two-level systems coupled to a low-Q cavity / V. V. Temnov, U. Woggon // *Physical review letters*. — 2005. — Vol. 95, no. 24. — P. 243602.
108. *Gazeau, J.-P.* Coherent states in quantum physics / J.-P. Gazeau. — Wiley, 2009.
109. *Pegg, D. T.* Quantum optical phase / D. T. Pegg, S. M. Barnett // *Journal of Modern Optics*. — 1997. — Vol. 44, no. 2. — P. 225—264.
110. Light propagation in photonic crystal with gain: Applicability of the negative loss approximation / A. Zyablovsky [et al.] // *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*. — 2011. — Vol. 9, no. 4. — P. 398—404.
111. *Ginzburg, N. S.* Superradiance of ensembles of classical electron-oscillators as a method for generation of ultrashort electromagnetic pulses / N. S. Ginzburg, Y. V. Novozhilova, A. S. Sergeev // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 1994. — Vol. 341, no. 1—3. — P. 230—233.
112. *Stockman, M. I.* The spaser as a nanoscale quantum generator and ultrafast amplifier / M. I. Stockman // *Journal of Optics*. — 2010. — Vol. 12, no. 2. — P. 024004.
113. Superradiance of non-Dicke states / N. E. Nefedkin [et al.] // *Optics Express*. — 2017. — Feb. 6. — Vol. 25, no. 3. — P. 2790. — URL: <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=oe-25-3-2790>.
114. *Andreev, A. V.* Optical superradiance: new ideas and new experiments / A. V. Andreev // *Physics-Uspekhi*. — 1990. — Vol. 33, no. 12. — P. 997—1020.
115. *Schokker, A. H.* Statistics of randomized plasmonic lattice lasers / A. H. Schokker, A. F. Koenderink // *ACS Photonics*. — 2015.

116. Lasing in dark and bright modes of a finite-sized plasmonic lattice / T. Hakala [et al.] // Nature communications. — 2017. — Vol. 8. — P. 13687.
117. Unidirectional lasing from template-stripped two-dimensional plasmonic crystals / A. Yang [et al.] // ACS Nano. — 2015. — Vol. 9, no. 12. — P. 11582—11588.
118. Plasmon lasers at deep subwavelength scale / R. F. Oulton [et al.] // Nature. — 2009. — Vol. 461, no. 7264. — P. 629—632.
119. Optimum gain for plasmonic distributed feedback lasers / A. A. Zyablovsky [et al.] // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95. — P. 205417.
120. *John, S.* Spontaneous emission near the edge of a photonic band gap / S. John, T. Quang // Phys. Rev. A. — 1994. — Vol. 50, no. 1764. — P. 1764.
121. *Loudon, R.* The quantum theory of light / R. Loudon. — OUP Oxford, 2000.
122. Superradiance enhancement by bad-cavity resonator / N. E. Nefedkin [et al.] // Laser Physics. — 2017. — June 1. — Vol. 27, no. 6. — P. 065201. — URL: <http://stacks.iop.org/1555-6611/27/i=6/a=065201?key=crossref.fc4c5e9b9ed51a9ab720bd8c2449a771>.
123. Rabi oscillations in spasers during nonradiative plasmon excitation / E. Andrianov [et al.] // Physical Review B. — 2012. — Vol. 85, no. 3. — P. 035405.
124. Spontaneous radiation of a two-level atom into multipole modes of a plasmonic nanoparticle / E. Andrianov [et al.] // Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications. — 2014. — Vol. 12, no. 5. — P. 387—397.
125. *Lax, M.* Formal theory of quantum fluctuations from a driven state / M. Lax // Physical Review. — 1963. — Vol. 129, no. 5. — P. 2342.
126. Plasmonic nanolaser using epitaxially grown silver film / Y.-J. Lu [et al.] // science. — 2012. — Vol. 337, no. 6093. — P. 450—453.
127. Plasmonic bowtie nanolaser arrays / J. Y. Suh [et al.] // Nano letters. — 2012. — Vol. 12, no. 11. — P. 5769—5774.
128. *Khurgin, J. B.* Injection pumped single mode surface plasmon generators: threshold, linewidth, and coherence / J. B. Khurgin, G. Sun // Optics express. — 2012. — Vol. 20, no. 14. — P. 15309—15325.

129. *Khurgin, J. B.* Practicality of compensating the loss in the plasmonic waveguides using semiconductor gain medium / J. B. Khurgin, G. Sun // Applied Physics Letters. — 2012. — Vol. 100, no. 1. — P. 011105.
130. Loss compensation by spasers in plasmonic systems / E. Andrianov [et al.] // Optics express. — 2013. — Vol. 21, no. 11. — P. 13467—13478.
131. Forced synchronization of spaser by an external optical wave / E. Andrianov [et al.] // Optics express. — 2011. — Vol. 19, no. 25. — P. 24849—24857.
132. *Rabinovich, M. I.* Oscillations and waves: in linear and nonlinear systems. Vol. 50 / M. I. Rabinovich, D. Trubetskov. — Springer Science & Business Media, 2012.
133. *Pendry, J. B.* Negative refraction makes a perfect lens / J. B. Pendry // Physical review letters. — 2000. — Vol. 85, no. 18. — P. 3966.
134. *Belov, P. A.* Canalization of subwavelength images by electromagnetic crystals / P. A. Belov, C. R. Simovski, P. Ikonen // Physical review B. — 2005. — Vol. 71, no. 19. — P. 193105.
135. *Ramakrishna, S. A.* Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain / S. A. Ramakrishna, J. B. Pendry // Physical Review B. — 2003. — Vol. 67, no. 20. — P. 201101.
136. Stochastic resonance: noise-enhanced order / V. S. Anishchenko [et al.] // Physics-USpekhi. — 1999. — Vol. 42, no. 1. — P. 7—36.
137. Stochastic resonance / L. Gammaitoni [et al.] // Rev. Mod. Phys. — 1998. — Jan. — Vol. 70, issue 1. — P. 223—287. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.70.223>.
138. *Wellens, T.* Stochastic resonance / T. Wellens, V. Shatokhin, A. Buchleitner // Reports on Progress in Physics. — 2004. — Vol. 67, no. 1. — P. 45. — URL: <http://stacks.iop.org/0034-4885/67/i=1/a=R02>.
139. Zeroth law of thermodynamics for thermalized open quantum systems having constants of motion / V. Y. Shishkov [et al.] // Physical Review E. — 2018. — Vol. 98, no. 2. — P. 022132. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.98.022132> ; PRE.

140. *Andersen, S. K.* Coupling of nitrogen-vacancy centers in a nanodiamond to a silver nanocube / S. K. Andersen, S. Kumar, S. I. Bozhevolnyi // *Optical Materials Express*. — 2016. — Vol. 6, no. 11. — P. 3394—3406.
141. *Khurgin, J. B.* How to deal with the loss in plasmonics and metamaterials / J. B. Khurgin // *Nature Nanotechnology*. — 2015. — Vol. 10. — P. 2. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nnano.2014.310>.
142. *Bennett, C. H.* Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. / C. H. Bennett, G. Brassard // *Theor. Comput. Sci.* — 2014. — Vol. 560, P1. — P. 7—11.
143. *Aspuru-Guzik, A.* Photonic quantum simulators / A. Aspuru-Guzik, P. Walther // *Nature Physics*. — 2012. — Vol. 8. — P. 285. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2253>.
144. *Hillery, M.* Quantum Walks Through a Waveguide Maze / M. Hillery // *Science*. — 2010. — Vol. 329, no. 5998. — P. 1477. — URL: <http://science.sciencemag.org/content/329/5998/1477.abstract>.
145. Rate-loss analysis of an efficient quantum repeater architecture / S. Guha [et al.] // *Physical Review A*. — 2015. — Vol. 92, no. 2. — P. 022357. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.92.022357> ; PRA.