Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

На правах рукописи

Нечепуренко Игорь Александрович

# ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПЛАЗМОННЫХ СТРУКТУР И ИХ ВОЗМОЖНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

01.04.13 – электрофизика, электрофизические установки

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель кандидат физико-математических наук Дорофеенко Александр Викторович

## Оглавление

Введение.	4
Глава 1 Обзор существующих результатов	13
1.1 Распространяющиеся и локализованные плазмоны	13
1.2 Метаматериалы и фотонные кристаллы	20
1.3 Плазмонные лазеры	
1.4 Уравнения Максвелла-Блоха	
Глава 2 Плазмонные фотонные кристаллы	41
2.1 Введение	41
2.2 Зонная структура плазмонных фотонных кристаллов	41
2.3 Отрицательное преломление в ПФК	69
Глава 3 Генератор плазмонов для оптического компьютера	73
3.1 Введение	73
3.2 Генератор плазмонов параболической канавки	73
3.3 Генератор плазмонных импульсов терагерцовой частоты	79
Глава 4 Плазмонные сенсоры	
4.1 Введение	85
4.2 Исследование поверхностного плазмона на медной пленке, нанесенной на п	оверхность
оптического световода, содержащего наклонную брэгговскую решетку	85
4.3 Внутрирезонаторная спазерная спектроскопия	94
4.3.1. Поверхностная спазерная спектроскопия	94

	4.3.2.	Внутрирезонаторная	спазерная	спектроскопия	c	субволновым
	Π	ространственным разреш	ением			
	4.3.3. C	Спазерная спектроскопия	на основе гра	фена		
	4.4 Лаз	ирование, индуцированн	ое резонансні	ым поглощением		116
4.5 У	силение	комбинационного рассея	ния света		•••••	126
Закл	ючение					
Спис	ок литеј	ратуры				133

### Введение

#### Актуальность темы

Основные тенденции в развитии прикладной оптики определяются необходимостью миниатюризации оптических устройств. Для этого разрабатываются новые искусственные гетерогенные материалы (метаматериалы, фотонные кристаллы и т.п.), которые обладают свойствами, не характерными для встречающихся в природе веществ, например они могут обладать отрицательными значениями диэлектрической и/или магнитной проницаемостями. Возникновение таких свойств определяется резонансным взаимодействием излучения с неоднородностями. Это может быть плазмонный резонанс или брэгговскоре резонансное рассеяние.

Использование таких материалов позволило управлять ближними полями [1-3] и конвертировать их в дальние [4]. В частности, использование таких материалов позволило преодолеть критерий Рэлея разрешающей способности оптических приборов. Одним из возможных вариантов создания оптической среды с отрицательной эффективной диэлектрической проницаемостью является система периодически чередующихся слоев металла и диэлектрика (плазмонный фотонный кристалл) [5]. Отличительной особенностью фотонных кристаллов [6, 7] является наличие запрещенных зон в спектре пропускания электромагнитных волн, которые в некотором смысле аналогичны запрещенным зонам электронного спектра в твердом теле [6, 8]. Добавление в фотонный кристалл плазмонных включений приводит к расширению круга наблюдаемых эффектов и возможных применений [9, 10].

Наряду с миниатюризацией приборов, возникает задача повышения скорости работы вычислительных устройств, для чего предлагается использовать плазмонные системы (системы, где используются материалы с отрицательной диэлектрической проницаемостью) [11]. В частности, можно создавать новую элементную базу [12], поскольку переход от оптических элементов к плазмонным приводит к существенному уменьшению характерного размера системы [13]. Поскольку переход от оптических элементов к плазмонным приводит к существенному именьшению характерного размера системы [13]. Поскольку переход от оптических элементов к плазмонным приводит к существенному уменьшению характерного размера системы [13]. Поскольку переход от оптических элементов к плазмонных существенному уменьшению характерного размера системы, в этом направлении ведутся активные исследования. Основным препятствием для использования плазмонных структур являются высокие омические потери. Поэтому в

первую очередь современные исследования направлены на компенсацию омических потерь, возникающих в средах с отрицательной диэлектрической проницаемостью [14-16].

Помимо перечисленных областей, плазмонные явления используются при создании сенсоров [17-19]. Одной из основных сенсорных плазмонных схем является схема Кречманна [20-22], в которой плазмонный резонанс возбуждается на металлической пленке, нанесенной на основание призмы. В настоящее время ведется активная работа по замене достаточно громоздкой схемы Кречманна на схемы с оптическими световодами, поскольку такие схемы обладают большей помехоустойчивостью, а также просты в использовании [23-26].

Наряду с методом Кречманна, для измерения оптических свойств материалов используют метод внутрирезонаторной лазерной спектроскопии [27, 28]. Замена фотонов на плазмоны в этом методе позволяет перейти от исследований макроскопических количеств анализируемого вещества к исследованию отдельных кластеров или нанослоев.

Одной из наиболее перспективных систем для сенсорных применений плазмоники является графен. Графен – это планарный материал [29, 30], обеспечивающий высокую подвижность носителей [31]. Высокая подвижность носителей в графене приводит к низким потерям плазмонов на частотах от терагерц до ближнего ИК [32]. Таким образом, графен является перспективным плазмонным материалом [33].

Широко используемым методом спектроскопии является метод спектроскопии гигантского комбинационного рассеяния света (SERS) [34]. В этом методе использование плазмонных наночастиц приводит к гигантским коэффициентам усиления. Нанесение плазмонных наночастиц на поверхность фотонного кристалла может привести к дополнительному усилению сигнала комбинационного рассеяния. По аналогии с таммовскими состояниями электронов, на границе фотонного кристалла возникают локализованные состояния электромагнитного поля [35-37]. Такие состояния приводят к локальному увеличению интенсивности электромагнитного поля, что может быть использовано для усиления взаимодействия излучения с веществом.

В настоящее время благодаря развитию новых областей электродинамики открываются возможности по разработке принципиально новых измерительных методов и устройств. Поэтому исследования в областях активной плазмоники, физики плазмонных метаматериалов и поиск соответствующих новых приложений чрезвычайно актуальны. Диссертация посвящена именно этим задачам.

**Целью** диссертационной работы является развитие физических основ и применений плазмонных устройств и метаматериалов в сенсорных и вычислительных системах.

В рамках диссертации решались следующие задачи.

- Исследование режимов прохождения электромагнитных волн через плазмонные фотонные кристаллы.
- Исследование режимов генерации плазмонов в канавке на поверхности металла для применений в перспективных линиях передачи информации.
- 3. Исследование влияния поглотителя на режимы генерации спазера и возможность применения этого эффекта для внутрирезонаторной лазерной спектроскопии.
- 4. Исследование свойств поверхностных волн в фотонных кристаллах с целью усиления эффекта гигантского комбинационного рассеяния света.

#### Научная новизна

- Впервые получена полная картина возможных типов зонной структуры одноменых плазмонных фотонных кристаллов при всевозможных параметрах системы. Получен критерий возникновения эффекта отрицательного преломления.
- 2. Впервые определен порог генерации плазмонов в резонаторе на основе канавки на поверхности металла в присутствии усиливающей среды в виде квантовых точек.
- 3. Показано, что добавление насыщаемого поглотителя в резонатор генератора плазмонов на основе параболической канавки приводит к возникновению режима пассивной модуляции добротности. Впервые предложено создать генератор терагерцовой тактовой частоты на этой основе.
- 4. Предложен новый метод внутрирезонаторной спектроскопии поглощения на основе плазмонного генератора (спазерной спектроскопии).
- 5. Предложена схема для реализации метода внутрирезонаторной спазерной спектроскопии, позволяющая одновременно достичь высокой чувствительности к поглощению и субволнового пространственного разрешения.
- Предложена реализация метода внутрирезонаторной спазерной спектроскопии на основе плазмонов графена. Найдена чувствительность метода.
- Предсказан эффект возникновения генерации спазера при добавлении в систему резонансного узкополосного поглотителя.
- Предложено использовать поверхностную волну в фотонном кристалле для дополнительного усиления сигнала в схеме SERS. Установлена связь между оптимальным количеством слоев фотонного кристалла и потерями, свойственными самой схеме SERS.

### Научная и практическая значимость работы

Результаты данной диссертационной работы посвящены широко обсуждаемым научным проблемам, и все они имеют перспективные практические применения. Так, проблема распространения света в фотонных кристаллах, содержащих металлические слои, вызвала широкий интерес в связи с возможностью создания гиперболических сред, а также сред с нулевыми эффективными параметрами. В частности, известно, что электромагнитная волна, падающая из вакуума на границу гиперболической среды, может

испытывать отрицательное преломление. Единой теории отрицательного преломления в произвольном плазмонном кристалле до сих пор не существовало. Всестороннему рассмотрению данной проблемы посвящена вторая глава диссертационной работы.

Перспективные применения плазмонных фотонных кристаллов также связаны с возможностью получения квазиоднородной среды с необычными эффективными параметрами [38]. В данной работе исследован вопрос об эффективных параметрах одномерных плазмонных фотонных кристаллов. Показано, что, несмотря на сильную дисперсию, всегда сопровождающую среды с отрицательными диэлектрическими проницаемостями, может быть проведена классификация плазмонных фотонных кристаллов. Разработанная классификация плазмонных кристаллов может быть использована для разработки сред с нулевыми и отрицательными эффективными параметрами, а также для создания структур, в которых наблюдается отрицательное преломление.

В современных вычислительных устройствах обработка информации обычно осуществляется электронными компонентами схем, а её передача может производиться по оптическим волокнам. Размер соответствующих оптических волокон определяется длиной волны света и не может быть меньше нескольких сотен нанометров. Существует подход к уменьшению размера оптических световодов, основанный на использовании сред с отрицательными диэлектрическими проницаемостями. Такие среды поддерживают распространение поверхностных плазмонов, обладающих существенно лучшей локализацией, чем волна в свободном пространстве. Тем не менее, плазмоны при распространении испытывают существенное затухание. Для компенсации этого затухания было предложено использовать активные среды [39-41], например, квантовые точки (КТ) [42, 43] или краситель. В диссертации рассмотрена параболическая металлическая канавка в качестве плазмонной линии. Показано что добавление активных сред способно не только скомпенсировать потери, но и усиливать распространяющиеся плазмоны. Использование брэгговских зеркал может привести к началу генерации плазмонов. Такой одномерный спазер может быть использован в качестве источника плазмонов. Как показано в диссертации, добавление насыщающегося поглотителя в такой спазер может привести к возбуждению импульсного режима работы спазера. Частота колебаний достигает нескольких терагерц при реалистичных параметрах системы.

8

Высокая степень локализации плазмонов находит применение в методах микроскопии с субволновым пространственным разрешением. В диссертации предложен метод спазерной внутрирезонаторной спектроскопии. Проанализирована новый чувствительность метода. Предложена геометрия спазерного спектроскопа, при которой чувствительностью спектроскоп субволновым наряду с высокой обладает пространственным разрешением. Вычислена чувствительность спазерного спектромикроскопа. Показано, что в силу высокой степени локализации плазмонов на графене и сравнительно низким потерям графен может стать хорошей платформой для спазерного спектроскопа.

Одним из широко используемых на практике методов спектроскопии является спектроскопия комбинационного рассеяния света. В диссертации исследована возможность усиления гигантского комбинационного рассеяния света (SERS) поверхностными волнами фотонного кристалла.

Процесс миниатюризации оптических и плазмонных устройств приводит к появлению принципиально новых физических явлений. В частности при малом размере лазерного/спазерного резонатора спектральной плотности мод оказывается низкой, в результате чего может наблюдаться такой эффект, как лазирование индуцированное потерями. В диссертации впервые предсказан данный эффект для пространственно однородных систем. Показано, что данный эффект возникает благодаря наличию дисперсии диэлектрических проницаемостей активной среды и поглотителя.

### Основные результаты и положения, выносимые на защиту

- 1. Фотонные кристаллы с двуслойной элементарной ячейкой подразделяются на шесть типов, имеющих качественно различные виды зонной структуры.
- 2. Компенсация потерь квантовыми точками, находящимися на дне наноразмерной канавки, сформированной на поверхности металла (серебра), достижима при реалистичных параметрах. В плазмонном резонаторе на основе такой канавки усиление может превзойти потери, что приведет к началу генерации. При добавлении насыщающегося поглотителя в спазере возникает второй порог, выше которого спазер находится в режиме пассивной модуляции добротности и генерирует оптические плазмонные импульсы с терагерцовой частотой.

- 3. Высокая чувствительность плазмонного лазера к поглощению в резонаторе дает возможность реализации нового метода спектроскопии поглощения внутрирезонаторной спектроскопии на основе генератора плазмонов в металлдиэлектрических структурах. При появлении анализируемого вещества возможно как гашение суммарного сигнала, так и возникновение провалов в однородно или неоднородно уширенном спектре генерации спазера. Максимальная чувствительность метода достигается вблизи порога генерации.
- 4. Метод внутрирезонаторной спектроскопии может быть реализован на основе спазера на графене. Эффективность такой реализации связана с высокой добротностью плазмонов по сравнению с реализацией на основе металлдиэлектрических плазмонных структур. Чувствительность метода при работе вблизи порога генерации пропорциональна добротности в степени 3/2, в результате использование графена существенно повышает чувствительность.
- 5. Спазер может перейти в режим генерации в результате добавления резонансного поглощения в резонаторе. Этот эффект обусловлен дисперсией диэлектрической проницаемости, сопутствующей поглощению. Дисперсия обеспечивает появление моды резонатора, необходимой для возникновения генерации. На этом принципе может быть построен метод спектроскопии поглощения.
- 6. Метод усиления комбинационного рассеяния SERS может быть усовершенствован путем использования резонансной подложки в виде многослойной диэлектрической структуры, поддерживающей распространение поверхностных волн.

### Достоверность результатов

Достоверность результатов, представленных в диссертации, подтверждается совпадением теоретических результатов с результатами численного моделирования, докладами на международных конференциях и публикациями в ведущих мировых научных журналах.

### Апробация результатов

Основные результаты работы докладывались на следующих международных и российских конференциях: 11-я, 12-я, 13-я, 14-я, 15-я, 16-я ежегодные конференции ИТПЭ

РАН, Москва, Россия, 2010-2015; The 8th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, Copenhagen, International conference Days on Diffraction, St. Petersburg, 2011, 2014, 2015; International conference biocatalysis: fundamentals & applications, Moscow, 2013, 2015; ICONO/LAT, Moscow, 2013; TaCoNa Photonics, Bad Honnef, Germany, 2012; The 12th Inernational conference on near-field optics, nanophotonics and related techniques, Donostia - San Sebastian, Basque Country, Spain, 2012.

### Публикации

По теме диссертации опубликовано 20 работ, в том числе 12 статей в ведущих рецензируемых научных журналах и других изданиях, включенных в перечень ВАК.

### Личный вклад соискателя

Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автор принимал непосредственное участие в выборе объектов исследования, постановке задач, разработке теоретических подходов, численном моделировании и обсуждении полученных результатов.

### Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы из 215 наименований. Общий объем 149 страниц, в том числе 70 рисунков.

### Глава 1.

### Обзор существующих результатов

### 1.1 Распространяющиеся и локализованные плазмоны

В наши дни активнее всего развиваются те области физики, которые обладают наибольшим прикладным значением. Одной из таких областей является плазмоника. Она посвящена исследованию электромагнитных волн в структурах с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Такие волны называются плазмонами. Полезной для приложений особенностью плазмонов является возможность локализации в субволновой области.

Существует два типа плазмонных волн: локализованные и распространяющиеся. Известным примером распространяющегося плазмона является плазмон на плоской поверхности металла. Такое решение возникает в результате "сшивки" эванесцентных волн в средах с отрицательной и положительной диэлектрическими проницаемостями (рис. 1.1).



Рисунок 1.1 Магнитное поле поверхностного плазмона на границе бесконечных слоев металла (показан серым) и диэлектрика.

В дальнейшем среду с отрицательной диэлектрической проницаемостью мы будем называть металлом, поскольку на практике используются именно металлы (золото, серебро, медь и др.). Среду с положительной диэлектрической проницаемостью мы будем называть диэлектриком. С точки зрения приложений важно, чтобы мнимая часть диэлектрической проницаемости, которая отвечает за потери в среде, была минимальной. Среди всех металлов в оптическом диапазоне наилучшими характеристиками обладает

серебро, на втором месте идет золото (рис. 1.2). В связи с тем, что серебро в воздушной атмосфере быстро окисляется, в плазмонных экспериментах и приложениях используется именно золото.



Рисунок 1.2 Дисперсия действительной (а) и мнимой (б) диэлектрической проницаемости наиболее распространенных плазмонных материалов оптическом спектральном диапазоне. Зеленая линия соответствует серебру, синяя линия – золоту, красная линия – алюминию, черная линия – меди [44].

Без учета потерь проекция  $k_{\perp} = \sqrt{\varepsilon_M k_0^2 - k^2}$  волнового числа плазмона на ось, перпендикулярную поверхности, в металле оказывается мнимым числом за счет диэлектрической проницаемости отрицательного значения металла  $\mathcal{E}_M$  . Здесь использовано обозначение  $k_0 = \omega / c$  – волновое число волны в свободном пространстве. Та же проекция  $k_{\perp} = \sqrt{\varepsilon_{\perp}k_0^2 - k^2}$  в диэлектрике оказывается мнимым числом за счет неравенства  $k > k_0 \sqrt{\varepsilon_{\mathcal{I}}}$ , которое выполняется при условии полного внутреннего отражения. Дисперсия поверхностных плазмонов определяется простым выражением  $k_{nn} = k_0 \sqrt{\varepsilon_M \varepsilon_A / (\varepsilon_M + \varepsilon_A)}$  [45]. Таким образом, дисперсионная кривая плазмона без учета дисперсии диэлектрических проницаемостей является прямой, причем эта прямая находится в области эванесцентных (неоднородных) волн  $k > k_0 \sqrt{\varepsilon_A}$ . Стоит отметить, что плазмон распространяется только при условии  $\varepsilon_{_M} + \varepsilon_{_{\mathcal{I}}} < 0$ .

Важным с практической точки зрения является исследование плазмонов на металлических пленках (металл, окруженный бесконечным диэлектриком ДМД). По такой системе (рис. 1.3а) могут распространяться симметричная и антисимметричная плазмонные волны. Воспользовавшись условиями сшивки электрических и магнитных полей, можно получить дисперсионные уравнения [46]:

$$\tanh\left(\frac{d_{M}}{2}\sqrt{k_{x}^{2}-k_{0}^{2}\varepsilon_{M}}\right) = -\frac{\varepsilon_{\mathcal{A}}\sqrt{k_{x}^{2}-k_{0}^{2}\varepsilon_{M}}}{\varepsilon_{M}\sqrt{k_{x}^{2}-k_{0}^{2}\varepsilon_{\mathcal{A}}}},$$
(1a)

для антисимметричного распределения магнитного поля и

$$\tanh\left(\frac{d_M}{2}\sqrt{k_x^2 - k_0^2}\varepsilon_M\right) = -\frac{\varepsilon_M\sqrt{k_x^2 - k_0^2}\varepsilon_{\mathcal{A}}}{\varepsilon_{\mathcal{A}}\sqrt{k_x^2 - k_0^2}\varepsilon_M},$$
(16)

для симметричного распределения магнитного поля. Аналогичным образом (с точностью до смены местами  $\varepsilon_M$  и  $\varepsilon_{\mathcal{A}}$ ) дисперсионные уравнения для слоя диэлектрика, окруженного бесконечным металлом МДМ (рис. 1.3б).



Рисунок 1.3 а) Симметричное и антисимметричное распределение магнитного поля в поверхностной волне на слое металла в бесконечном диэлектрике, (белым цветом изображен диэлектрик, серым – металл). б) Симметричное и антисимметричное распределение магнитного поля в поверхностной волне на слое диэлектрика в бесконечном металле.

При условии  $\varepsilon_M + \varepsilon_Q < 0$  дисперсионные кривые рассматриваемых плазмонных волн в пределе больших частот стремятся к дисперсионной кривой плазмона на одной

границе раздела (рис. 1.4а). Это связано тем, что с ростом частоты отношение длины волны к толщине слоя падает. Когда толщина оказывается большой по отношению к длине волны плазмон на двух границах раздела металла и диэлектрика можно рассматривать как два слабо взаимодействующих плазмона на одной границе. Взаимодействие этих плазмонов приводит к расщеплению дисперсионной кривой, тем не менее это расщепление уменьшается с ростом частоты.

Хотя при условии  $\varepsilon_M + \varepsilon_A \ge 0$  плазмон на плоской границе раздела бесконечных металла и диэлектрика не существует, плазмон на металлической пленке или плоской диэлектрической полости в металле все же может распространяться (рис. 1.4б). Тем не менее, эти плазмоны существуют только в ограниченном диапазоне частот, где толщина слоя оказывается существенно меньшей, чем длина волны.



Рисунок 1.4 Дисперсионные кривые поверхностных волн однородного слоя: ДМД (сплошные линии) и МДМ (пунктирные линии) для случаев (а)  $\varepsilon_M + \varepsilon_A < 0$ , (б)  $\varepsilon_M + \varepsilon_A > 0$ . Линии, соответствующие симметричному и антисимметричному распределениям магнитного поля в волне, обозначены S и A соответственно. Дисперсионная кривая плазмона на одной границе (рис. 1.1) показана тонкой сплошной

линией. Дисперсионные кривые для распространяющихся волн в неограниченном диэлектрике (световой конус),  $k_0 = k_x / \sqrt{\varepsilon_D}$ , показаны прямыми штриховыми линиями

Мы рассмотрели частный случай распространения плазмонов в плоских геометриях. Плазмонные волны могут наблюдаться в самых разнообразных геометриях. Особый интерес для приложений представляют плазмоны, распространяющиеся вдоль металлических цилиндров, цилиндрических полостей в металле, металлических канавок гребней [47].

Важным классом плазмонных волн являются локализованные плазмоны. Такие плазмоны оказываются локализованы по всем трем координатам, причем область локализации может быть субволновой. На этом эффекте построены многие оптические схемы, работающие с субволновым пространственным разрешением, противоречащим критерию Рэлея. Эта возможность связана с использованием ближних полей, к которым критерий Рэлея неприменим.

Простейшим примером локализованного плазмона является плазмонный резонанс на металлической сфере. В случае малого по сравнению с длиной волны размера сферы эффектами запаздывания можно пренебречь, и дипольный момент  $\vec{d}$  сферы во внешнем поле  $\vec{E}$  определяется простым выражением  $\vec{d} = R^3 (\varepsilon_M - \varepsilon_A) / (\varepsilon_M + 2\varepsilon_A) \vec{E}$ , где R – радиус сферы. При условии  $\varepsilon_M = -2\varepsilon_A$  дипольный момент сферы расходится, что связано с возбуждением плазмонного резонанса. Рост дипольного момента означает высокую интенсивность электромагнитного поля вблизи металлической сферы. Дипольный характер распределения поля вблизи сферы приводит к тому, что при малом размере сферы большая часть энергии содержится в ближнем поле. При отдалении от сферы поле быстро спадает пропорционально ~  $r^{-3}$ . Таким образом, чем меньше радиус сферы, тем сильнее вблизи нее локализовано поле.

На этом принципе основываются многие приложения. Субволновая фокусировка поля вблизи металлической иглы позволила создать сканирующий оптический безапертурный ближнепольный микроскоп с субволновым пространственным разрешением [48]. Высокая степень локализации мод поля вблизи металлических нанообъектов позволяет существенно менять скорости спонтанного излучения атомов и молекул [49, 50], а также усиливать эффекты двулучепреломления и дихроизма [51]. Высокая интенсивность электромагнитного поля наряду с большими омическими потерями позволяет оптическими методами осуществлять нагрев субволновых объектов вплоть до нескольких сотен градусов, что потенциально может найти свое применение в



медицине [52]. Большое значение градиента поля плазмона может быть использовано для создания плазмонных оптических пинцетов [53-55] (рис. 1.5).

Рисунок 1.5 а) Схема безапертурного ближнепольного микроскопа. Для субволновой фокусировки электромагнитного поля предлагается использовать золотую наночастицу [48]. б) Пример экспериментального плазмонного оптического пинцета. В качестве плазмонных частиц использованы золотые диски [55].

Сильная локализация плазмонов повышает чувствительность спектроскопии поглощения при расположении исследуемых молекул в максимумы интенсивности электромагнитного поля [56]. Тот же эффект приводит к существенному усилению комбинационного рассеяния света [57], что делает возможным детектирование и исследование спектров единичных молекул [58].

Эффект комбинационного рассеяния света является нелинейным по полю  $I_{\kappa p} \sim I_0^2$ , где  $I_0$  – интенсивность падающей волны. Квадратичная зависимость от интенсивности падающей волны приводит к тому, что при одинаковом значении полного потока падающей волны неоднородное распределение поля приводит к большей интенсивности сигнала  $I_{\kappa p}$ , чем однородное. По этой причине использование различных металлических подложек, на которых возбуждаются плазмоны приводит к существенному увеличению сигнала  $I_{\kappa p}$  и в настоящее время такие подложки производятся промышленно. Тем не менее усиление сигнала  $I_{\kappa p}$  в некоторых экспериментах достигает таких значений, которые невозможно объяснить одним только увеличением локальной интенсивности

плазмонного поля. Для объяснения вводят "химический" вклад в усиление сигнала  $I_{\kappa p}$ , отвечающий за взаимодействие металлических частиц и исследуемых молекул.

При создании плазмонных сенсоров полезными оказываются не только локальное усиление интенсивности поля и субволновая фокусировка поля, но и высокая чувствительность самого плазмонного резонанса к параметрам внешней среды. Это, в свою очередь, открывает возможность создания сенсоров на основе подобных систем.В основе такого рода устройств лежат схемы, предложенные Кречманном [59] и Отто [60], (рис. 1.6). Схема Кречманна является более удобной для сенсорных применений, и именно она служит прообразом рассматриваемой здесь схемы. Суть методики заключается в следующем. Пучок, падающий через призму с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_n > 1$ , основание которой покрыто металлической пленкой, испытывает полное внутреннее отражение от исследуемого материала, находящегося с внешней стороны пленки (рис. 1.6а). При углах, больших угла полного внутреннего отражения (ПВО) от границы призма/вакуум, в гипотетическом случае отсутствия потерь коэффициент отражения равен единице. Однако такая система содержит скрытую особенность: при определенном угле падения наблюдается резкое возрастание интенсивности поля вблизи границы металла. Поэтому в реальной ситуации, благодаря потерям в металле, вблизи этого угла наблюдается рост поглощения и возникает резкий минимум коэффициента отражения. Это явление принято называть нарушенным полным внутренним отражением (НПВО). Положение минимума крайне чувствительно к свойствам исследуемого материала. Таким образом, по положению минимума можно определить диэлектрическую проницаемость среды, граничащей с металлом.



Рисунок 1.6 Схемы Кречманна (а) и Отто (б). Синяя линия – распределение интенсивности поля плазмона.

### 1.2 Метаматериалы и фотонные кристаллы

В СВЧ электродинамике диэлектрическая проницаемость хорошо описывается моделью Друде-Лорентца, которая получена из уравнений движения электрических зарядов, осциллирующих в электрическом поле. Магнитная проницаемость зачастую определяется естественным ферромагнитным резонансом [61] и также подчиняется модели Друде-Лоренца.

В оптике для описания диэлектрической проницаемости такое приближение все еще работает для благородных металлов, таких как золото и серебро. При этом действует приближение свободных электронов, то есть резонансная частота принимается равной нулю. В результате, диэлектрическая проницаемость оказывается отрицательна на частотах ниже плазменной. В оптическом диапазоне  $\mu = 1$  для всех известных естественных материалов. Фундаментальная причина в редкости магнитных материалов на высоких частотах заключается в том, что магнитная поляризация возникает либо благодаря моменту орбитальных токов, либо неспаренным спинам электронов, но оба эти эффекта возникают только на низких частотах [62]. В результате материалы, которые обладали бы отрицательной магнитной проницаемостью, встречаются значительно реже, чем те, которые обладают отрицательной диэлектрической проницаемостью. В частности это справедливо, когда мы поднимаемся по частоте в область выше нескольких десятков гигагерц, где магнитный отклик начинает исчезать.

Благодаря метаматериалам мы можем преодолеть эти препятствия, и научиться управлять диэлектрической и магнитной проницаемостью по своему желанию. Метаматериалы состоят из частиц определенной формы, имеющих характерный размер r много меньший, чем рабочая длина волны  $r \ll \lambda$ . Частицы в среде могут быть, расположены, как произвольно (композиты), так и упорядоченно, например периодически (фотонные кристаллы). Тем не менее, обычное требование заключается в том, чтобы среднее расстояние между частицами d оставалось малым  $d \ll \lambda$ . Малость характерных размеров позволяет рассчитывать на гомогенизацию свойств среды. Другими словами

такая среда может быть описана посредством введения эффективных параметров  $\varepsilon_{eff}$ ,  $\mu_{eff}$ . Появление магнитной проницаемости в оптическом диапазоне связано с резонансом Ми на ограниченном включении, либо LC резонансом на протяженной линии. Особенно перспективным свойством метаматериалов является возможность контролировать диэлектрическую и магнитную проницаемость  $\varepsilon_{eff}$ ,  $\mu_{eff}$  в широком спектральном диапазоне. Использование метаматериалов существенно расширяет возможности обычных оптических схем, поскольку для их реализации уже не требуется поиск «природных» материалов с заданными свойствами.

В 1996 года Пендри и др. предложили материал из металла с очень низкой плазменной частотой, выполненный в виде тонких металлических проводков (рис. 1.7) [63].



Рисунок 1.7 Метаматериал с настраиваемой диэлектрической проницаемостью, состоящий из тонких металлических проволок

В такой структуре действуют два эффекта. Во-первых, сильно уменьшается эффективная электронная плотность. Во-вторых, за счет самоиндукции проволочной структуры сильно увеличивается эффективная электронная масса. Расчет показал, что эффективная диэлектрическая проницаемость такой системы подчиняется закону Друде-Лорентца:

$$\varepsilon_{r,eff}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{p,eff}^2}{\omega^2 + i\gamma_{eff}\omega},$$
(2)

где эффективная плазменная частота  $\omega_{p,eff}$  и эффективное затухание  $\gamma_{eff}$  имеют вид:

$$\omega_{p,eff}^{2} = \frac{n_{e,eff}e^{2}}{m_{e,eff}} = \frac{2\pi c^{2}}{d^{2}\ln(d/r)},$$
(3a)

$$\gamma_{eff} = \frac{d^2 \omega_p^2}{\pi r^2 \sigma} \approx 0.1 \omega_{p,eff} \,. \tag{36}$$

Здесь  $\sigma$  – проводимость металла, r – радиус проволоки, d – период решетки. Как видно, плазменная частота может перестраиваться в широком диапазоне, а затухание оказывается достаточно малым.

Для искусственного магнитного отклика необходимо воспроизвести кольцевой ток, который приводит к естественному магнетизму "природных" материалов [64, 65]. Такой ток может возникнуть, например, как следствие взаимодействия переменного магнитного поля с проводящим кольцом. Наведенный ток и магнитный момент в кольце могут быть существенно усилены за счет резонансных эффектов. Система разомкнутых колец (рис. 1.8а) является хорошим примером системы с сильным магнитным откликом [66]. Альтернативой может выступить система спирально закрученных металлических проволок (рис. 1.8б) [3].



Рисунок 1.8 Метаматериал с настраиваемой магнитной проницаемостью, состоящий из системы разомкнутых колец (а) и из спирально закрученных проволок (б).

С точки зрения эквивалентной схемы система разомкнутых колец представляет собой *LC* контур с определенной резонансной частотой. Детальный анализ позволяет вычислить эффективную магнитную проницаемость [66]:

$$\mu_{r,eff}\left(\omega\right) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\Gamma\omega},\tag{4}$$

где  $F = \pi r^2 / d^2$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{3sc^2}{\pi^2 r^3}}$ ,  $\Gamma = 2 / r \sigma \mu_0$ , d – период решетки, r – радиус колец, s –

зазор между кольцами. В такой системе магнитные эффекты существенно усилены за счет резонанса. Тем не менее, ее реализация в оптическом диапазоне представляется проблематичной.

Зачастую аналитический вывод эффективных параметров метаматериалов не представляется возможным в силу сложности структуры. Тогда на помощь приходит численное моделирование. Для восстановления эффективных параметров системы необходимо рассчитать коэффициент прохождения *t* и коэффициент отражения *r* при падении электромагнитной волны на исследуемый метаматериал. Зная эти коэффициенты, эффективные параметры можно определить из соотношений [67]:

$$z_{eff} = \pm \sqrt{\frac{\left(1+r\right)^2 - t^2}{\left(1-r\right)^2 - t^2}},$$
(5a)

$$n_{eff} = \pm \cos^{-1} \left[ \frac{1}{k_0 L} \left( \frac{1 - r^2 + t^2}{2t} \right) \right] + \frac{2m\pi}{k_0 L}, m \in \mathbb{Z} .$$
 (56)

Здесь  $k_0$  – волновой вектор волны в свободном пространстве  $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ , L – толщина метаматериала. Из эффективного показателя преломления  $n_{eff}$  и импеданса  $z_{eff}$  проницаемости  $\varepsilon, \mu$  рассчитываются из простых соотношений  $\varepsilon_{eff} = n_{eff} / z_{eff}$ ,  $\mu_{eff} = n_{eff} z_{eff}$ . Следует отметить, что в общем случае анизотропного метаматериала, а также при падении света под углом расчет эффективных параметров становится весьма сложным [3, 68-71].

Сам факт введения таких параметров является дискуссионным. Он обсуждался в ряде работ [71-73]. Оказывается, что взаимодействие метаматериала с падающей волной зависит от того, где находится граница метаматериала. Так как микроструктура метаматериала является неоднородной, то в некоторых задачах необходимо проводить анализ положения границы относительно микроструктуры. Выбор границы метаматериала становится дополнительной степенью свободы с точки зрения взаимодействия света и метаматериала. Введение эффективных параметров метаматериала является крайне

важной задачей с точки зрения приложений. Было проведено много исследований по этой теме, тем не менее нельзя считать эту задачу до конца решенной.

Распространенные в природе материалы чаще всего обладают положительными электрическими и магнитными проницаемостями в оптическом диапазоне. Тем не менее, материалы, у которых диэлектрическая и магнитная проницаемости одновременно отрицательны обладают крайне интересными свойствами. В природе такие материалы не встречаются. Однако свойства таких материалов были теоретически исследованы уже почти пол века назад [74].

Рассмотрим прохождение плоской волны в однородной изотропной среде. Электрические и магнитные компоненты плоской волны:  $\vec{E}(\omega, \vec{k}) = \vec{E}_0 \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$  и  $\vec{H}(\omega, \vec{k}) = \vec{H}_0 \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$ , здесь  $\vec{k}$  – волновой вектор волны,  $\omega$  частота. В отсутствие свободных зарядов  $\rho$  и токов  $\vec{j}$  уравнения Максвелла

$$\begin{cases} \nabla \vec{B} = 0, \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \vec{D} = \rho, \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$
(6)

преобразуются к виду

$$\begin{cases} \vec{k} \times \vec{E} = \mu \omega \vec{H} \\ \vec{k} \times \vec{H} = -\varepsilon \omega \vec{E} \end{cases}.$$
(7)

Из уравнений видно, что вектора  $\vec{k}, \vec{E}, \vec{H}$  образуют правую тройку в обычной среде  $\varepsilon > 0, \mu > 0$ . В среде с  $\varepsilon < 0, \mu < 0$  эти вектора образуют левую тройку [71]. Заметим также, что в таких средах вектор поинтинга антипараллелен волновому вектору  $\vec{S} = \begin{bmatrix} \vec{E} \times \vec{H} \end{bmatrix} \uparrow \downarrow \vec{k}$ . Для сохранения причинности в таких системах необходимо считать показатель преломления отрицательным  $n = -\sqrt{|\varepsilon\mu|}$  [71]. Из-за указанных выше свойств материалы с  $\varepsilon < 0, \mu < 0$  называются левыми средами (ЛС). Материалы с положительным показателем преломления будем называть правыми средами (ПС).

Как было показано в работе Веселаго, материалы с отрицательным показателем преломления обладают рядом нетривиальных свойств. В частности, преломление света на границе раздела сред с положительным и отрицательным показателем преломления

происходит таким образом, что преломленный свет находится с той же стороны от нормали, что и падающий свет. Этот эффект возникает как следствие закона сохранения тангенциальных компонент волновых векторов, а также выполнения требования о том, чтобы вектор Пойнтинга в среде был направлен в сторону от границы раздела сред. Для того чтобы проиллюстрировать преломление волны на границе среды с отрицательным показателем преломления, воспользуемся изочастотной техникой.

Изочастота является геометрическим местом концов волновых векторов при фиксированной частоте. Заметим, что волновой вектор параллелен фазовой скорости:  $\vec{v}_{_{ph}}$  /  $c = k_0 \vec{k}$  /  $k^2$ , а групповая скорость,  $\vec{v}_{_{gr}}$  /  $c = \partial k_0$  /  $\partial \vec{k}$ , параллельна нормали к изочастоте  $k_0(k_x, \kappa_B) = const$  (рис. 1.9а, б)). С помощью изочастотной техники можно показать, как происходит преломление света на границе двух сред (рис. 1.9в). Для этого необходимо нарисовать изочастотные кривые разных сред одна над другой так, чтобы ось компоненты волнового вектора, нормальной к границе раздела сред совпадала (рис. 1.9г). При преломлении электромагнитной волны на границе двух сред сохраняется тангенциальная компонента волнового вектора. Поэтому из конца волнового вектора падающей волны опустим прямую до пересечения с изочастотной кривой второй среды. Полученные точки пересечения соответствуют волновым векторам второй среды, обладающим заданным тангенциальным волновым числом. Далее из этих волновых векторов остается выбрать тот, который удовлетворяет требованию на корректное направление групповой скорости. Так как групповая скорость во второй среде должна быть направлена в сторону от поверхности, то из двух волн мы выбираем волну под номером 1 (рис. 1.9в, г). Волну 2 мы отбрасываем, поскольку ее групповая скорость направлена к границе раздела [75].





Рисунок 1.9. Изочастотные кривые вакуума (а) и среды с отрицательным показателем преломления (б). Преломление на границе раздела среды с положительным и отрицательным показателем оказывается отрицательным. Луч света распространяется в среде с отрицательным показателем преломления *n* = –1 вдоль направления 1, а не 2 (в). Это можно показать благодаря изочастотной технике (г).

Таким образом, на границе ЛС и ПС возникает отрицательное преломление [76-78]. Закон Снеллиуса при отрицательном преломлении остается в силе:  $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$ . Такое поведение кардинально отличается от того, к чему мы привыкли при работе с распространенными в природе материалами. Теоретический анализ эффекта Доплера и эффекта Черенкова показывает, что они также проявляются "наоборот" в левых средах.

К сожалению, в природе не было найдено материалов, обладающих отрицательным показателем преломления. В результате теоретическая работа Веселаго оставалась незамеченной длительное время. Именно Дж. Пендри вернул интерес к средам с

отрицательным показателем преломления и первым показал, как искусственно создавать такие материалы [63, 66].

Возможность создания сред с одновременными  $\varepsilon = -1$ ,  $\mu = -1$  подвергалась сомнению [79, 80]. Тем не менее, среды с близкими параметрами были экспериментально реализованы в микроволновом диапазоне [81, 82]. После этого в течение нескольких лет работа велась над переносом результатов из микроволнового в оптический диапазон [83-85]. Естественно, основную сложность представляло создание частиц с магнитным откликом. Так, системы разомкнутых колец или спиралей стали неприемлемы в силу множества сложности создания одинаковых частиц лля заполнения объема метаматериала. Потребовалась новая структура метаматериала, относительная простая в изготовлении, и она была найдена. Эта структура, по форме напоминает "рыболовную сеть" (рис. 1.10) (от англ. "fishnet") [86]. Она состоит из чередующихся металлических и диэлектрических слоев. В металлических пленках проделаны отверстия, необходимые для возбуждения кольцевых токов. Относительная простота изготовления "рыболовной сети" делает такую структуру крайне интересной с точки зрения теоретических и экспериментальных исследований.



Рисунок 1.10 Метаматериал в виде "рыболовной сети".

Пожалуй, главной причиной бурного развития тематики метаматериалов с отрицательным показателем преломления стала возможность преодоления критерия Рэлея [87, 88]. В обычных оптических системах невозможно разрешить две точки, находящиеся на расстоянии  $d < \lambda / 2n$ . Это ограничение возникает вследствие того, что детали меньше указанного размера В пространстве передаются с помощью эванесцентных (экспоненциально убывающих) волн. Простой анализ, проведенный Пендри, показал, что В среде с отрицательным показателем преломления такие волны сменяют экспоненциальное убывание на экспоненциальный рост. В результате среда с отрицательным показателем преломления усиливает эванесцентные волны. За счет этого эффекта можно передавать, фокусировать и увеличивать детали размером меньше длины волны. Хотя данный эффект оспаривался в ряде теоретических работ, были проведены эксперименты, подтверждающие возможность создания "идеальной" линзы, не ограниченной критерием Рэлея [82, 89-91]. Повышение разрешения оптических схем является крайне важной практической задачей, что стало первой из причин, по которой произошло такое бурное развитие темы метаматериалов. Преодоление критерия Рэлея, в частности, крайне важно для повышения разрешения литографии, что было продемонстрировано экспериментально [92, 93].

Критерий Рэлея может быть преодолен не только в средах с отрицательным показателем преломления или диэлектрической проницаемостью, но и в анизотропных средах, обладающих одновременно отрицательной и положительной компонентами тензора диэлектрической проницаемости по разным направлениям [94]. Такие среды могут быть просто реализованы, например, в виде чередующихся слоев металла и диэлектрика.

Такие метаматериалы одновременно совмещают в себе свойства прозрачных диэлектриков и отражающих металлов. Исследования сильно анизотропных сред начались еще в середине прошлого века, в рамках исследований распространения радиоволн в ионосфере Земли [95, 96]. Сегодня стало возможным создавать инфракрасные (ИК) и оптические гиперболические метаматериалы. В таких системах были экспериментально продемонстрированы субволновая фокусировка и сверхразрешение.

Напомним физику анизотропных сред. Вектора напряженности и индукции электрического поля связаны между собой через тензор диэлектрической проницаемости  $\vec{D} = \hat{\varepsilon}\vec{E}$ . Тензор диэлектрической проницаемости  $\hat{\varepsilon}$  линейных анизотропных в отсутствии гиротропии представим в диагональном виде  $\hat{\varepsilon} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ . В случае равенства всех трех компонент тензора  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$  мы имеем дело с изотропной средой. Когда же некоторые из компонент тензора различаются, мы имеем дело либо с одноосным ( $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ ), либо с двухосным фотонным кристаллом ( $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ ). Когда одна из компонент тензора диэлектрической проницаемости отрицательна, а другая положительна, мы имеем дело с

28

гиперболической средой. Для простоты далее будем рассматривать одноосную гиперболическую среду ( $\varepsilon_x = \varepsilon_y > 0, \varepsilon_z < 0$ ).

Как известно, в анизотропных средах распространяются "обыкновенные" и "необыкновенные" волны. Волновые вектора обыкновенных волн подчиняются дисперсионному уравнению  $\frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{\varepsilon} = k_0^2$ . Волновые вектора необыкновенных волн подчиняются уравнению  $\frac{k_x^2 + k_y^2}{\varepsilon_z} + \frac{k_z^2}{\varepsilon_{x,y}} = k_0^2$ . Изочастотные кривые, будучи построенными в координатах  $(k_x, k_y, k_z)$ , получаются из дисперсионных уравнений. Если при работе с обычной анизотропной средой, где  $\varepsilon_x = \varepsilon_y > 0$  и  $\varepsilon_z > 0$ , мы имеем дело с эллиптической изочастотной поверхностью (рис. 1.11 а), то в случае гиперболической среды в качестве изоповерхности выступает гипербола (рис. 1.11б), откуда и возникло название "runерболическая среда". Гиперболический характер изоповерхности приводит к особенности волнового вектора вдоль одного из направлений. На практике волновой вектор оказывается ограниченным за счет потерь или какой-либо иной "неидеальности" гиперболической среды.



Рисунок 1.11 Изочастотные кривые анизотропной среды с а)  $\varepsilon_x > 0, \varepsilon_z > 0$ , б)  $\varepsilon_x > 0, \varepsilon_z < 0$ в)  $\varepsilon_x > 0, \varepsilon_z = 0$ .

Уникальная дисперсия гиперболических систем приводит к сохранению излучения с большими (> $\omega/c$ ) волновыми числами от источника конечного размера. Именно большие волновые числа содержат информацию о малых деталях (размером ~ $2\pi/k$ ) такого источника. Параметры гиперболической среды могут быть выбраны таким

образом, что изочастоная кривая из гиперболы превратится в две параллельных прямых (рис. 1.11 в). Для этого необходимо обнуление одной из компонент тензора диэлектрической проницаемости. Такая система способна осуществлять передачу субволновых деталей изображения без искажений [94]. Способность гиперболической среды фокусировать излучение в субволновые пятна была недавно подтверждена экспериментально [97].

Пространственно искривленные структуры, состоящие из гиперболической среды, могут быть использованы для увеличения субволновых изображений до размеров, доступных обычному оптическому микроскопу [98]. Увеличивающая линза, основанная на этом принципе была предложена в работах [99, 100] и реализована экспериментально в ультрафиолетовом диапазоне (рис. 1.12) [101].



Рисунок 1.12 Рисунок из статьи [101] с изображением геометрии увеличивающей «гиперлинзы» и с результатом ее работы в эксперименте.

Не менее важным физическим явлением, чем сверхразрешение, возникающим в гиперболических метаматериалах, является изменение диаграммы направленности излучения и времени жизни возбужденного состояния атома, помещенного в такую среду. Именно сложная форма изочастотной поверхности приводит к тому, что диаграмма направленности излучения точечного источника принимает весьма необычный вид (рис. 1.13). Исследованию излучения точечного источника в гиперболической среде при различных параметрах самой среды посвящено множество работ [96, 102-106].



Рисунок 1.13 Сравнение поля излучающего диполя, находящегося в вакууме (верхний левый рисунок) и помещенного в гиперболический метаматериал при различных параметрах (остальные рисунки).

Интересным свойством гиперболической среды является также существование особенности в плотности фотонных состояний. Скорость спонтанного распада связана с плотностью состояний фотонов в среде, в которой находится источник излучения, через Парселл фактор [107]. Благодаря большим значениям плотности состояний в гиперболической среде скорость излучательного распада в широком спектральном оказывается существенно увеличена, по сравнению с излучением в свободное пространство [108]. Число фотонных состояний в метаматериале пропорциональна площади внутри изочастоты [109] и, как было показано в ряде работ, может быть бесконечна. Как было сказано выше, в реальных системах с потерями изочастоты всегда представляют собой замкнутые кривые, что делает плотность фотонных состояний конечной. Исследовались ограничения на плотность состояний за счет потерь [110] и за счет конечного размера элементарной ячейки метаматериала [110, 111]. Конечный размер источника излучения ограничивает плотность состояний даже при нулевых потерях [112]. Управление временем жизни возбужденного состояния свобужденных атомов,

помещенных в метаматериалы важно в первую очередь с практической точки зрения. Такие исследования важны для компенсации потерь, возникающих в метаматериалах, с помощью активных сред, иными словами сред с отрицательной мнимой частью диэлектрической проницаемости.

Одной из возможных и одновременно наиболее практически важной реализацией гиперболических сред является среда в виде чередующихся слоев металла и диэлектрика (одномерный плазмонный фотонный кристалл) [5].

Известно [113, 114], что в плазмонных фотонных кристаллах(ПФК), возможно распространение блоховских волн в условиях, когда в каждом слое поле состоит исключительно из эванесцентных (неоднородных) волн (рис. 1.14). Распространение таких волн можно рассматривать как последовательные прыжки поверхностных плазмонов с одной границы слоев на другую. Под плазмоном можно понимать плазмонную моду слоя диэлектрика, окруженного металлом, или слоя металла, окруженного диэлектриком. При «прыжке» фаза плазмона меняется на величину, равную набегу фазы блоховской волны. Именно этот сдвиг фазы и обеспечивает перенос энергии эванесцентными полями [115].



Рис. 1.14 Блоховская волна в ПФК, состоящая исключительно из эванесцентных волн в каждом слое (а) – случай квазистатики, (б) – «высокочастотный» случай, когда явно прослеживается цепочка возбуждаемых плазмонов, пунктиром обозначена огибающая блоховского множителя.

Поверхностные плазмоны дают возможность распространения неоднородных, с  $k_x >> k_0$ , волн в ФК без убывания [113]. На этом основано применение таких ФК для создания сверхразрешения [116, 117]. В цитированных работах рассматривается

одномерный ФК в виде нескольких чередующихся слоев вакуума и гипотетического металла с  $\varepsilon = -1$  одинаковой толщины, причем среднее значение диэлектрической проницаемости было равно нулю:  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ . В этом случае эффективная фазовая скорость также равна нулю, и ожидается перенос полей через образец без изменения фазы. Если же  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$  (случай, рассмотренный в работах П. Белова [118, 119]), то наблюдается явление каналирования электромагнитного поля, когда фазовые и групповые скорости преломленных волн не зависят от угла падения. Как следствие, набег фазы всех гармоник одинаков, и также ожидается передача поля без искажения.

### 1.2 Плазмонные лазеры

Одной из ключевых проблем создания метаматериалов является наличие сильных потерь в металлических элементах таких структур. Действительно, возбуждение токов оптической частоты в металлах всегда сопряжено с возникновением существенных омических потерь. Наилучшими характеристиками (наименьшими потерями) в оптическом диапазоне обладают благородные металлы: серебро и золото.

Наличие потерь в метаматериалах приводит к различным негативным эффектам. В результате разрешение линзы Веселаго (Пендри) оказывается существенно ограничено:  $\Delta x > Max \left( d / \sqrt{\mu^{"}}; d / \sqrt{\varepsilon^{"}} \right)$ , здесь  $\Delta x$  – предел разрешения линзы, d – толщина линз,  $\mu^{"}$ и  $\varepsilon^{"}$  – мнимая часть магнитной и диэлектрической проницаемости соответственно [81]. Потери в гиперболических метаматериалах приводят к замкнутости изочастотных кривых и, как следствие, к ограниченному диапазону доступных волновых чисел k [120]. Потери в метаматериале, на основе которого создается невидимое покрытие, приводят к возникновению отражения от покрытия, а также ухудшают волновой фронт за ним (рис. 1.15) [121, 122]. Омические потери в метаповерхностях, реализованных в виде массива металлических антенн, приводят к уменьшению коэффициента прохождения и отражения [123, 124].



Рисунок 1.15 Влияние омических потерь в метаматериале на качество маскирующего покрытия, функционирующего на длине волны 580 нм. Черной кривой показана эффективность маскировки при малых потерях, зеленой кривой – эффективность маскировки при добавлении реалистичных потерь.

Для компенсации омических потерь, возникающих в плазмонных метаматериалах, было предложено использовать активные среды [39, 41, 125]. Оказывается, что добавление активных материалов при создании метаматериалов может при определенных условиях привести к частичной или полной компенсации потерь. Потери, возникающие в металле, являются основным препятствием не только для практического применения метаматериалов, но и плазмоники в целом. Поэтому в последнее время активно развивается новое направление квантовой оптики – квантовая наноплазмоника [39].

Одним из основных устройств квантовой плазмоники является недавно предложенный генератор плазмонов, распространяющихся вдоль плоской поверхности [126, 127]. В цитированных работах используются резонаторы с брэгговскими зеркалами, сформированными периодическими бороздками. Первое квантовое устройство, получившее название«спазер» (усиление поверхностного плазмона за счет вынужденного излучения), было предложено в работе [128]. Спазер состоит из квантовой точки [43] (КТ), расположенной возле металлической наночастицы (НЧ). Помимо КТ в качестве активной среды может также выступать краситель [129]. Плазмонные колебания в НЧ играют роль фотона в лазере, а эффективный резонатор возникает за счет локализации плазмона в окрестности НЧ. Таким образом, накачанная КТ безызлучательно передает возбуждение поверхностному плазмону, локализованному на НЧ. В результате возникает усиление интенсивности поля поверхностного плазмона. Таким образом, спазер создает ближнее поле вместо излучения дальних полей, как в обычном лазере. Теория спазера недавно была развита в работах [130-133].

Экспериментальная реализация локализованного спазера сопряжена с немалыми трудностями. Высокие потери в плазмонной наночастице приводят к потребности в большой интенсивности накачки. В частности в работах [134, 135] показано, что в спазере с полупроводниковой накачкой возможно возбуждение лишь нескольких плазмонов при реалистичной плотности тока. Тем не менее, спазер был реализован экспериментально в работе [129], где в качестве активной среды использовался краситель (рис. 1.16). Наличие генерации было доказано сужением линии излучения.



Рисунок 1.16 а) Схематическое изображение спазера, реализованного в эксперименте [129]. Золотая сердцевина окружена оболочкой из красителя OG-488, который накачивался импульсами длительностью 90 пс. б) Спектры поглощения (1), накачки (2), спонтанного излучения (3) и вынужденного излучения (4).

Создание спазера на распространяющихся плазмонах оказалось более простой задачей. Такой спазер был реализован в различных геометриях в ряде работ [136, 137], причем отдельно следует выделить распределенные спазеры на основе массивов различных неоднородностей (отверстий в металлической пленке, наноцилиндров, структур в виде бабочек) [138-140]. В таких структурах расстояние между

неоднородностями подбирается равным длине волны плазмона, бегущего по пленке. На пленку наносится слой активного вещества (рис. 1.17). Генерация плазмонов на этой пленке приводит к тому, все неоднородности светят в фазе. В результате когерентные плазмоны, взаимодействуя с неоднородностями, создают узконаправленный луч. В то же время спонтанное излучение вблизи неоднородностей имеет произвольную фазу, поэтому спонтанное излучение всей системы в целом не имеет определенного направления. Таким образом, при увеличении накачки и переходе к режиму генерации диаграмма направленности излучения существенно сужается.



Рис. 1.17. a) Схема распределенного спазера, реализованная в работе [138]. б) Зависимость интенсивности излучения массива спазеров (красные сплошные точки) и интенсивности люминесценции (синие кружки) от мощности накачки.

### 1.3 Уравнения Максвелла-Блоха

Для описания динамики спазера широко используются уравнения Максвелла-Блоха, определяющие распределение поля, а также поляризации и инверсии населенностей усиливающей среды. Для простоты рассмотрим частный случай уравнений Максвелла-Блоха для одномерной плазмонной структуры. Начнем с уравнений Максвелла для электромагнитного поля:

$$\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{H}}}{\partial t}, \qquad (8)$$
$$\nabla \times \mathcal{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \hat{\varepsilon} \mathcal{E} + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t}$$
(9)

поляризация вещества здесь разделена на две составляющих. Первая, обозначенная  $\mathcal{P}$ , является поляризацией усиливающей среды и выступает как источник поля. Вторая составляющая, связанная с поляризацией пассивных сред, обычным образом включена в состав диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  рассматриваемой системы. Исключая магнитное поле из уравнений (8), (9), получим:

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \boldsymbol{\mathcal{E}} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{P}}}{\partial t^2}.$$
 (10)

Далее, моделируя усиливающую среду как набор двухуровневых систем, запишем уравнения, определяющие динамику поляризации  $\mathcal{P}$  и инверсии населенностей  $\mathcal{N}$ :

$$\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}} + \left(\frac{1}{T_2} + i\omega_0\right) \boldsymbol{\mathcal{P}} = \frac{i}{\hbar} \mathbf{d}_{12} \left(\mathbf{d}_{12}^* \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}\right) \boldsymbol{\mathcal{N}} \,. \tag{11}$$

$$\dot{\mathcal{N}} + \frac{1}{T_1} \left( \mathcal{N} - \mathcal{N}_0 \right) = \frac{i}{\hbar} \left( \boldsymbol{\mathcal{E}}^* \boldsymbol{\mathcal{P}} - \boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{\mathcal{P}}^* \right).$$
(12)

Усиливающая среда здесь рассматривается локально (в уравнения на поляризацию и инверсию населенностей не входят пространственные производные), что связано с пренебрежением эффектами квантового взаимодействия между соседними квантовыми точками. Взаимодействие с полем рассматривается в дипольном приближении. Уравнения (10)–(12) представляют собой обобщение уравнений Максвелла-Блоха [141] на случай наличия в системе диспергирующих сред (металлов). Параметрами  $T_1$  и  $T_2$  обозначены времена продольной и поперечной релаксации,  $\omega_0$  – частота перехода двухуровневой системы,  $\mathbf{d}_{12}$  – дипольный момент перехода. Величина  $\mathcal{N}_0$  определяет интенсивность накачки.

От пространственно-временных уравнений (10)–(12) обычно переходят к временным уравнениям путем использования одномодового приближения. При этом поле описывается амплитудой резонаторной моды, участвующей в лазерной генерации. Данное приближение хорошо известно, поэтому здесь его вывод не приводится. Мы же получим уравнения динамики одномерного спазера, используемые в некоторых разделах данной диссертационной работы.

Для удобства решения задачи допустим, что векторы  $\mathbf{d}_{12} = (d_{12}, 0, 0)$  и  $\mathcal{P} = (\mathcal{P}, 0, 0)$ имеют только *x*-компоненты. В этом случае, в соответствии с уравнениями (10)–(12), взаимодействие поля с квантовыми точками определяется только *x*-компонентой,  $\mathcal{E}_x$ , которая подчиняется уравнению

$$-\frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial z^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\varepsilon} \mathcal{E}_x = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2}.$$
 (13)

При мощной накачке усиливающая среда может существенно поменять модовую структуру [142]. При этом мы будем считать, что распределение поля в плоскости *уz*, поперечной одномерной плазмонной структуры, не меняется принципиальным образом из-за наличия усиления. Это позволяет приближенно представить поле в виде  $\mathcal{E}_x(\mathbf{r},t) = \zeta(y,z)E(x,t)$ , где поперечное распределение поля в системе без усиливающей среды  $\zeta(y,z)$  подчиняется уравнению

$$\frac{\partial^2 \zeta(y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta(y,z)}{\partial z^2} + \left(\varepsilon_0(y,z)\omega_0^2 / c^2 - q^2\right)\zeta(y,z) = 0.$$
(14)

и считается нормированным на единицу:  $\int \zeta^2 dx dy = 1$ . Здесь q – волновое число моды на частоте  $\omega_0$ , которое является комплексным из-за наличия потерь, а  $\varepsilon_0(y,z)$  равно 1 в вакууме и значению на частоте перехода  $\varepsilon(\omega_0)$  в металле.

Продольная структура поля E(x,t) определяется уравнением (13). Это уравнение, с учетом уравнения (14), преобразуется к виду:

$$\zeta(y,z)\left(E(x,t)(\varepsilon_0k_0^2-q^2)+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\hat{\varepsilon}(y,z)E(x,t)-E''(x,t)\right)=-\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{P}}{\partial t^2}.$$
(15)

Поскольку времена релаксации малы по сравнению с обратной частотой перехода двухуровневой системы ( $\omega_0 T_1 >> 1$ ,  $\omega_0 T_2 >> 1$ ), то справедливо приближение медленно меняющихся амплитуд, когда поле представляется в виде  $E(x,t) = e(x,t) \exp(-i\omega_0 t)$  и предполагаются неравенства  $\omega_0^2 |e(x,t)| >> \omega_0 |\dot{e}(x,t)| >> |\ddot{e}(x,t)|$ . При наличии временной

дисперсии диэлектрической проницаемости переход к медленным амплитудам производится с помощью выражения [143, 144]:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\varepsilon} \Big[ e(t) \exp(-i\omega_0 t) \Big] \approx \left[ -\omega_0^2 \varepsilon(\omega_0) e(t) - i \frac{\partial(\varepsilon \omega^2)}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_0} \dot{e}(t) \right] \exp(-i\omega_0 t).$$
(16)

Учет частотной дисперсии, т.е. замена  $\langle \varepsilon \rangle \omega_0$  на  $\langle \partial (\varepsilon \omega_0^2) / \partial \omega_0 \rangle$ , необходим при работе с плазмонными модами. Это связано с тем, что среднее значение  $\langle \varepsilon \rangle$  почти всегда много меньше локальных значений  $\varepsilon$  по абсолютной величине (а в ряде случаев, например, для плазмона на плоской поверхности,  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ ), так что на фоне  $\langle \varepsilon \rangle$  вклад дисперсии, как правило, оказывается существенным. Поскольку коэффициент  $\langle \partial (\varepsilon \omega_0^2) / \partial \omega_0 \rangle$  стоит перед временной производной,  $\dot{e}(x,t)$ , он важен для описания динамических режимов лазера.

При этом уравнение (15) преобразуется к виду:

$$\zeta(y,z)e''(x,t) + q^2e(x,t) + \frac{1}{c^2}i\frac{\partial(\varepsilon(\omega_0)\omega_0^2)}{\partial\omega_0}\dot{e}(x,t)\zeta(y,z) = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{P}}{\partial t^2}.$$
(17)

Умножив последнее уравнение на  $\zeta(y, z)$  и проинтегрировав по y и z, получим окончательный вид уравнения на амплитуду электрического поля:

$$e''(x,t) + q^{2}e(x,t) + \frac{i}{c^{2}} \left\langle \frac{\partial \left(\varepsilon(\omega_{0})\omega_{0}^{2}\right)}{\partial \omega_{0}} \right\rangle \dot{e}(x,t) = 4\pi \frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}}p.$$
(18)

Здесь введено обозначение  $p(x,t) = \iint \zeta \mathcal{P} dy dz$  и угловые скобки обозначают операцию усреднения в плоскости  $yz: \langle ... \rangle = \iint \zeta^2 ... dy dz$ .

Путем умножения последнего уравнения (11) на  $\zeta(y,z)$  и интегрирования по y и z можно также получить модифицированное уравнение на определенную выше амплитуду поляризации p; уравнение на среднюю инверсию населенностей усиливающей среды  $n(x,t) = \iint \mathcal{N} dy dz$  получается интегрированием обеих частей уравнения (12) по y и z. Это дает полный набор уравнений для описания динамики одномерного плазмонного лазера:

$$\begin{cases} e^{"}(x,t) + q^{2}e(x,t) + \frac{i}{c^{2}} \left\langle \frac{\partial \left(\varepsilon(\omega_{0})\omega_{0}^{2}\right)}{\partial \omega_{0}} \right\rangle \dot{e}(x,t) = 4\pi \frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}} p, \\ \dot{p}(x,t) + \frac{1}{T_{2}} p(x,t) = \frac{i}{\hbar} |d_{12}|^{2} \mu e(x,t) n(x,t), \\ \dot{n}(x,t) + \frac{n(x,t) - n_{0}(x)}{T_{1}} = \frac{i}{\hbar} \left(e^{*}(x,t) p(x,t) - e(x,t) p^{*}(x,t)\right). \end{cases}$$
(19)

Входящая в эти уравнения величина  $\mu = \frac{\iint \zeta^2(y,z) \mathcal{N}(x,y,z,t) dy dz}{\iint \mathcal{N}(x,y,z,t) dy dz}$  считается

независящей от времени [145]. Это полностью оправдано, например, в том случае, когда активная среда представляет собой цепочку квантовых точек или квантовую проволоку, расположенную в виде нити вдоль плазмонной линии. Действительно, если размер квантовых точек (например, нанокристаллы CdSe [42]) или диаметр квантовой проволоки порядка нескольких нанометров, то поле плазмона мало меняется на этом масштабе, и активную среду можно считать бесконечно тонкой нитью:  $\mathcal{N} \sim \delta(y)\delta(z)$ ,  $\mathcal{P} \sim \delta(y)\delta(z)$ . Тогда  $\mu = \zeta^2(0,0)$ . Таким образом, мы рассмотрели процедуру исключения двух переменных *y*, *z*, из уравнений Максвелла-Блоха.

# Глава 2. Плазмонные фотонные кристаллы

### 2.1 Введение

В данной главе рассмотрен общий случай одномерных плазмонных фотонных кристаллов (ПФК), элементарная ячейка которых содержит слои с  $\varepsilon < 0$ . В таких ФК блоховские волны, как указывалось выше, состоят из поверхностных плазмонов, что во многих случаях приводит к явлению отрицательного преломления [146, 147]. Данная глава посвящена исследованию зонной структуры и дисперсионных свойств ПФК и их связи со структурой возбуждаемых поверхностных плазмонов. В этой главе везде предполагается отсутствие потерь и частотной дисперсии у локальных значений диэлектрической проницаемости. Если первое предположение сделано для более контрастного выделения физических механизмов, обуславливающих обсуждаемые эффекты, то отсутствие частотной дисперсии в средах с отрицательной диэлектрической проницаемостью однозначную классификацию возможных типов зонной структуры.

Безусловно, изменение отрицательной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_M$  с частотой изменит вид зонной структуры ПФК, причем многообразие этих видов определяется многообразием дисперсионных зависимостей. Однако для фиксированной частоты вид решения (значение блоховского волнового вектора, значение вектора Пойнтинга и т.п.) определяется только значением  $\varepsilon_M$ . Более того, как будет показано ниже, в пренебрежении дисперсией  $\varepsilon_M$  существует лишь конечное число типов зонных структур, и пространство материальных параметров разбивается на области с характерным типом зонной структуры. Истинное поведение зонной структуры при наличии дисперсии  $\varepsilon_M$  является траекторией в пространстве материальных параметров.

#### 2.2 Зонная структура плазмонных фотонных кристаллов

Рассмотрим одномерный фотонный кристалл, который состоит из 2-х слоёв с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_M < 0$  и  $\varepsilon_D > 0$  (диэлектрические слои). Толщины слоев обозначим соответственно  $d_M$  и  $d_D$ . Полученные результаты предполагается

использовать для описания преломления плоской волны, падающей под углом к поверхности ФК, поэтому тангенциальная к поверхности компонента волнового числа  $k_x$ всюду считается действительной и одинаковой во всех слоях. Изменение поля в направлении, перпендикулярном слоям, согласно теореме Блоха, имеет вид  $E(z) = E_0(z) \exp(ik_{Bz}z)$ ,  $H(z) = H_0(z) \exp(ik_{Bz}z)$ , причем функции с индексом «0» периодичны с периодом ФК. Из работы С.М. Рытова [148], известно дисперсионное уравнение для такой волны:

$$\cos\kappa_{Bz} = \cos\kappa_{M}\cos\kappa_{D} - 0.5(Z_{M}/Z_{D} + Z_{D}/Z_{M})\sin\kappa_{M}\sin\kappa_{D}, \qquad (20)$$

где  $\kappa_{Bz} = k_{Bz}(d_M + d_D) - z$ -компонента блоховского волнового вектора в безразмерных единицах, равная оптической толщине элементарной ячейки,  $\kappa_i = d_i \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2}$ ,  $i \in \{M, D\}$ – оптические толщины слоя металла или диэлектрика,  $Z_i = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2} / (k_0 \varepsilon_i)$  – импеданс ТМ-поляризованной волны в соответствующем слое [149],  $k_0 = \omega/c$  -- волновое число в свободном пространстве. Так как рассматриваются разрешенные зоны плазмонного происхождения, то ниже ТЕ-поляризация рассматриваться не будет.

По ПФК могут распространяться волны двух типов. Первые характеризуются действительной величиной  $\kappa_D$  и возникают в результате туннелирования распространяющихся по диэлектрическим слоям волн через металлические слои. Вторые связаны с распространением вдоль границ поверхностных волн (поверхностных плазмонов). Такие волны в каждом слое неоднородны, т.е.  $\kappa_D$  является мнимой величиной из-за выполнения условий полного внутреннего отражения [75].

При малых толщинах слоев, когда запаздыванием на масштабе одного слоя можно пренебречь, ПФК воспринимается волной как однородная анизотропная среда. Действительно, уравнение (1) для ТМ поляризации при условии  $|\kappa_M| \ll 1$ ,  $|\kappa_D| \ll 1$  преобразуется к виду (см. [150], §6.8):

$$k_x^2 / \left( 1 / \left\langle \varepsilon^{-1} \right\rangle \right) + k_z^2 / \left\langle \varepsilon \right\rangle = k_0^2, \qquad (21)$$

здесь  $\langle \varepsilon \rangle = (\varepsilon_M d_M + \varepsilon_D d_D) / (d_M + d_D), \quad \langle \varepsilon^{-1} \rangle = (d_M / \varepsilon_M + d_D / \varepsilon_D) / (d_M + d_D),$  а  $k_0^2 = (\kappa_M^2 / d_M^2 - \kappa_D^2 / d_D^2) / (\varepsilon_M - \varepsilon_D)$  независимая от  $k_x$  частота. Заметим, что (21) совпадает с дисперсионным уравнением необыкновенной волны в одноосном кристалле с главными

значениями тензора диэлектрической проницаемости  $\langle \varepsilon \rangle$  параллельно слоям и  $1/\langle \varepsilon^{-1} \rangle$  в перпендикулярном направлении.

Далее дисперсионные свойства решений в ПФК будут рассматриваться в терминах изочастот. Изочастота является геометрическим местом концов волновых (в случае ФК блоховских) векторов при фиксированной частоте. Заметим, что волновой вектор параллелен фазовой скорости:  $\vec{v}_{ph}/c = k_0 \vec{k}/k^2$ , а групповая скорость,  $\vec{v}_{gr}/c = \partial k_0 / \partial \vec{k}$ , параллельна нормали к изочастоте  $k_0(k_x, \kappa_B) = \text{const}$  и направлена в сторону смещения изочастоты при увеличении частоты.

Если диэлектрические проницаемости обоих слоев положительны, величины  $\langle \varepsilon \rangle$ ,  $1/\langle \varepsilon^{-1} \rangle$  также положительны, и в соответствии с (21) изочастоты ФК являются эллипсами.

Изочастоты ПФК ( $\varepsilon_M < 0$ ) в квазистатическом приближении также эквивалентны изочастотам одноосного кристалла. Однако из-за возможного отрицательного знака у одной или обоих величин  $\langle \varepsilon \rangle$ ,  $1/\langle \varepsilon^{-1} \rangle$  появляются принципиально новые формы изочастот. В соответствии с уравнением (21), возможны четыре случая.

В первом случае  $\langle \varepsilon \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$  изочастота является эллипсом (рис. 2.1а). Записанные неравенства могут быть записаны как  $\varepsilon_D (d_M / d_D) < |\varepsilon_M| < \varepsilon_D (d_D / d_M)$ ,следовательно, этот случай может быть реализован, только если  $d_M < d_D$ .

Во втором случае  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle < 0$ ,  $\langle \varepsilon \rangle < 0$ , откуда следует, что  $(d_D / d_M) < |\varepsilon_M| / \varepsilon_D < (d_M / d_D)$ . Последнее неравенство может выполняться, только если  $d_M > d_D$ . В этом случае ПФК ведет себя как металл (среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью), т.е. наблюдается низкочастотная запрещенная зона.

В третьем случае  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon \rangle < 0$ , т.е.  $|\varepsilon_M| > \varepsilon_D \max\{(d_M / d_D), (d_D / d_M)\}$ , изочастота является гиперболой (рис. 2.16). При малых тангенциальных волновых числах  $k_x < k_0 / \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$  величина  $k_z^2$  является отрицательной, и наблюдается низкочастотная запрещенная зона. Данное явление связано с тем, что при малых  $k_x$  (распространение, близкое к нормальному) электрическое поле почти параллельно слоям, и эффективный коэффициент преломления определяется средним значением диэлектрической проницаемости, которая в данном случае отрицательна. По мере возрастания  $k_x$  вектор электрического поля становится перпендикулярен слоям, и эффективный коэффициент преломления определяется уже выражением  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ .

В четвертом случае  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle < 0$ ,  $\langle \varepsilon \rangle > 0$ , т.е.  $|\varepsilon_M| < \varepsilon_D \min \{ d_M / d_D, d_D / d_M \}$ , изочастота также является гиперболой (рис. 2.1в), но низкочастотная запрещенная зона отсутствует, так как  $\langle \varepsilon \rangle > 0$ .

В работах [151], [152] рассмотрен случай каналирования:  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$ . Дисперсионная кривая вырождается в линейную зависимость  $k_z = \pm k_0 \langle \varepsilon \rangle$ . Изочастота в этом случае вырождается в прямую, параллельную оси  $k_x$  (рис. 2.1г). При отклонении от условия  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$  изочастота может превратиться в эллипс, гиперболу или вообще исчезнуть, в зависимости от знака  $\langle \varepsilon \rangle$ .

В другом предельном частном случае,  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ , из формулы (21) формально следует, что  $k_z$  тоже должно быть равно нулю, однако получить дисперсионную кривую в этом случае невозможно, так как в уравнении (21) мы имеем неопределенность 0/0. Для раскрытия этой неопределенности мы должны учесть высшие степени  $k_x^2$  и  $k_0^2$ . Тогдаизочастота перестает быть кривой второго порядка, и ее вид более не определяется исключительно значениями  $\langle \varepsilon \rangle$  и  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle$ . Иными словами, квазистатическое приближение в этом случае не работает. Возможные виды изочастот в этом случае будут подробно рассмотрены ниже.

Используя технику изочастот, легко представить себе ход преломленной волны, падающей из вакуума на ПФК (рис. 2.1). Если граница вакуум-ПФК перпендикулярна оси z, то тангенциальная составляющая волнового вектора  $k_x$  сохраняется. Как следствие, направление волнового вектора в ПФК определяется точкой пересечения изочастоты ПФК с прямой, параллельной оси  $k_z$  и отстоящей от этой оси на величину  $k_x$ . Как правило, имеется два таких пересечения. Если ПФК считается полубесконечным, то выбрать нужно то из решений, групповая скорость которого направлена от границы.

Волновой вектор и групповые скорости таких решений также показаны на (рис. 2.1). В случае  $\langle \varepsilon \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$  (рис. 2.1а) имеется положительное преломление, и преломленная волна прямая. В случае  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon \rangle < 0$  (рис. 2.1б) преломление также положительно, а преломленная волна прямая по координате x и обратная по z [153]: положительное значение z-компоненты  $v_g$  создается волной с  $k_z < 0$ . В случае  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle < 0$ ,  $\langle \varepsilon \rangle > 0$  (рис. 2.1в) преломление отрицательно, волна обратная по координате x и прямая по z. Очевидно, необходимым и достаточным условием отрицательного преломления является наличие обратной по x волны. В случае  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$  (рис. 2.1г) любая преломленная волна распространяется перпендикулярно слоям.





Рисунок 2.1 Схема преломления плоской волны, падающей из вакуума (изочастота является окружностью) под углом на ПФК: а) изочастота ПФК является эллипсом ( $\langle \varepsilon \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ ); б) изочастота ПФК является гиперболой ( $\langle \varepsilon \rangle < 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ ); в) изочастота ПФК является гиперболой ( $\langle \varepsilon \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ ); в) изочастота ПФК является  $(\langle \varepsilon \rangle > 0, \langle \varepsilon^{-1} \rangle < 0)$ ; г) изочастота ПФК является прямой  $k_z = k_0 \langle \varepsilon \rangle (\langle \varepsilon \rangle > 0, \langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0)$ .

Заметим, что в случае гиперболических изочастот отклонение от квазистатического приближения начинает сказываться даже при малых частотах ( $k_0 d \ll 1$ ) в силу нарушения неравенства  $k_x d \ll 1$ .

Прежде чем перейти к рассмотрению плазмонов, образующих в ПФК блоховскую волну, рассмотрим две простые задачи, которые упоминались в первой главе – распространение одиночной поверхностной волны по границе металла и диэлектрика (рис. 1.1) и распространение двух взаимодействующих поверхностных волн, распространяющихся по противоположным поверхностям плоского слоя металла или диэлектрика (см. рис. 1.3). Хотя эти решения хорошо известны, мы вкратце рассмотрим их, так как они понадобятся при дальнейшем изложении.

В частности, будут выведены условия, при которых плазмоны становятся обратными волнами, поскольку именно это их свойство является причиной отрицательного преломления в ПФК. Так как эти задачи носят вспомогательный характер,



Рисунок 2.2 Дисперсионные кривые поверхностных волн однородного слоя: ДМД (сплошные линии) и МДМ (пунктирные линии) для случаев (а)  $\varepsilon_M + \varepsilon_D < -\varepsilon_D (1 - Y^2) / Y^2 \approx -0.35 \varepsilon_D$ , (б)  $-\varepsilon_D (1 - Y^2) / Y^2 < \varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$ , (в)  $\varepsilon_M + \varepsilon_D = 0$  и (г)  $\varepsilon_M + \varepsilon_D > 0$ . Линии, соответствующие симметричному и антисимметричному распределениям магнитного поля в волне, обозначены S и A соответственно.

Дисперсионная кривая плазмона на одной границе показана тонкой сплошной линией. Дисперсионные кривые для распространяющихся волн в неограниченном диэлектрике (световой конус),  $k_0 = k_x / \sqrt{\varepsilon_D}$ , показаны прямыми штриховыми линиями

Для начала решим задачу о распространении поверхностной волны вдоль границы полупространств металла и диэлектрика (МД-система) (рис. 1.1). ТМ-поляризованное решение в металле будем искать в виде  $H_y = H_{yM} \exp[i(k_x x - k_{zM} z)]$ , а в диэлектрике:  $H_y = H_{yD} \exp[i(k_x x + k_{zD} z)]$ , где  $k_{zi} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2} = i\sqrt{k_x^2 - k_0^2 \varepsilon_i}$  ( $i \in \{M, D\}$ ) – чисто мнимая величина. Поля такого вида называются поверхностными плазмонами (рис. 16а). Из условий сшивки тангенциальных составляющих магнитного  $H_{yM} = H_{yD}$  и электрического  $\frac{1}{\varepsilon_M} \frac{\partial H_{yM}}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{1}{\varepsilon_D} \frac{\partial H_{yD}}{\partial z}\Big|_{z=0}$  полей на границе можно получить дисперсионную кривую поверхностного плазмона (тонкая сплошная линия на рис. 2.2a, б):

$$k_{x} = k_{0} \sqrt{\frac{\varepsilon_{M} \varepsilon_{D}}{\varepsilon_{M} + \varepsilon_{D}}}, \qquad (22)$$

причем распространяющаяся вдоль поверхности волна существует лишь при условии  $\varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$ , т.е. при  $|\varepsilon_M| > \varepsilon_D$ . При  $\varepsilon_M + \varepsilon_D = 0$  дисперсионная кривая становится горизонтальной (рис. 2.2в) и исчезает при  $\varepsilon_M + \varepsilon_D > 0$ .

Без учета потерь поверхностный плазмон создает поток энергии, параллельный поверхности. При этом вектор Пойнтинга имеет противоположные направления в металле и диэлектрике [154]. Действительно, вектор Пойнтинга определяется произведением тангенциальной компоненты магнитного поля на нормальную компоненту электрического. Тангенциальная компонента магнитного поля непрерывна на границе, в то время как нормальная компонента электрического поля меняет знак. В силу (22) поток энергии в диэлектрическом слое оказывается больше, чем в металле, и определяет направление суммарного потока энергии, создаваемого плазмоном. В результате фазовая и групповая скорости плазмона, бегущего по границе металл-диэлектрик, сонаправлены, и он в целом является прямой волной, что выражается в положительном наклоне дисперсионной кривой. Таким образом, хотя в целом плазмон является прямой волной, внутри металла он представляет собой обратную волну. Это свойство является причиной отрицательного преломления в ПФК.

Теперь рассмотрим распространение поверхностной волны вдоль слоя металла, окруженного диэлектриком – система ДМД (рис. 2.36). По такой системе плазмоны могут распространяться парами, представляя единое решение. Каждый из плазмонов двигается вдоль своей границы, но их фазовые скорости совпадают. Магнитное поле в диэлектрике имеет вид:

$$H_{y} = \begin{cases} H_{yD}^{+} exp[ik_{x}x + \chi_{D}z], \ z < 0, \\ H_{yD}^{-} exp[ik_{x}x - \chi_{D}z], \ z > 0, \end{cases}$$
(23)

и в металле оно равно  $H = H_{yM}^+ exp[ik_x x + \chi_M z] + H_{yM}^- exp[ik_x x - \chi_M z], \ \chi_j = ik_{zj}, \ j \in \{M, D\}.$ 

Из соображений симметрии следует, что решение может быть либо симметричным, либо антисимметричным относительно плоскости z = 0. Симметрию волн будем определять по магнитному полю, имеющему единственную компоненту  $H_y$ . Нормальная компонента электрического поля  $E_z$  имеет такую же симметрию, тангенциальная  $E_x$  – противоположную. Воспользовавшись условиями сшивки, можно найти дисперсионные уравнения (1).

Рассмотрим также распространение поверхностной волны вдоль слоя диэлектрика, окруженного металлом – система МДМ (рис. 1.3в) . Система представляет собой двумерный диэлектрический волновод, отличаясь от предыдущей лишь тем, что металл и диэлектрик поменялись местами. Естественно, что и дисперсионные уравнения можно получить из (1), поменяв местами индексы «М» и «D»:

$$\tanh\left(\frac{d_D}{2}\sqrt{k_x^2 - k_0^2}\varepsilon_D\right) = -\frac{\varepsilon_M\sqrt{k_x^2 - k_0^2}\varepsilon_D}{\varepsilon_D\sqrt{k_x^2 - k_0^2}\varepsilon_M}$$
(24)

для антисимметричного распределения магнитного поля и

$$\tanh\left(\frac{d_D}{2}\sqrt{k_x^2 - k_0^2\varepsilon_D}\right) = -\frac{\varepsilon_D\sqrt{k_x^2 - k_0^2\varepsilon_M}}{\varepsilon_M\sqrt{k_x^2 - k_0^2\varepsilon_D}}$$
(25)

для симметричного распределения магнитного поля. Распределение магнитного поля в этих волнах показано на рис. 1.3 б, дисперсионные кривые (пунктирные линии на рис. 2.2).

В зависимости от знака  $\varepsilon_M + \varepsilon_D$  мы наблюдаем качественно разные поведения дисперсионных кривых (рис. 2.2). Дисперсионные кривые антисимметричных волн в МДМ-системе ведут себя аналогично дисперсионным кривым симметричной ДМД-волны.

Так при  $\varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$  а-МДМ и s-ДМД дисперсионные кривые находятся выше МД дисперсионной кривой, а s- МДМ и а- ДМД – ниже (рис. 2.2). При  $\varepsilon_M + \varepsilon_D \ge 0$  МД дисперсионная кривая прижимается к оси абсцисс: МД плазмон, а вместе с ним и s- МДМ и а- ДМД плазмоны, чьи дисперсионные кривые лежат еще ниже, не могут распространяться, существуют только решения a-МДМ и s-ДМД. Наиболее существенное отличие a-МДМ и s-ДМД мод проявляется на низких частотах, где s-МДМ мода является волноводной и имеет частоту отсечки. Смена с волноводного режима на плазмонный происходит при пересечении дисперсионной кривой светового конуса (штриховые линии на рис. 2.2).

В отличие от МД поверхностных мод МДМ и ДМД плазмоны могут быть обратными волнами. Как было указано выше, тангенциальные составляющие вектора Пойнтинга в средах с положительной и отрицательной диэлектрической проницаемостями направлены в противоположные стороны. Вопрос о характере волны связан с распределением потока энергии. Если окажется, что основная часть потока энергии сосредоточена в металле, то суммарный вектор Пойнтинга будет отрицательным, а плазмон – обратной волной. Существенно, что данный факт определяется только значением  $\varepsilon_{M}$  на рассматриваемой частоте и не зависит от дисперсии диэлектрической проницаемости металла. Однако в силу пропорциональности вектора Пойнтинга групповой скорости [150] и положительности коэффициента пропорциональности, направление групповой скорости при любом законе частотной дисперсии совпадает с направлением вектора Пойнтинга. Т.о., вопрос об «обратности» плазмона можно решить в рамках модели бездисперсионных диэлектриков. Как видно на рис. 2.2а, 2.2б, в, существуют области отрицательного наклона дисперсионных кривых, соответствующие отрицательной тангенциальной групповой скорости. В частности, дисперсионная кривая а-МДМ плазмона (и волноводной моды, в которую он переходит) имеет участок с отрицательным наклоном при  $\varepsilon_M + \varepsilon_D > -\varepsilon_D (1 - Y^2) / Y^2$ , где  $Y \approx 0.860$  является корнем уравнения Y tg Y = 1 [78]. Отрицательная тангенциальная составляющая групповой скорости, как будет показано в дальнейшем, приводит к возникновению отрицательного преломления на границе ФК.

Кроме поверхностных волн, в системе МДМ могут распространяться моды диэлектрического волновода, тоже описываемые уравнениями (24), (25). Поле внутри

диэлектрического слоя является суммой двух распространяющихся волн. Дисперсионные кривые этих мод стремятся к световой линии  $k_0 = k_x / \sqrt{\varepsilon_D}$  при  $k_x d \to \infty$ , тогда как кривые, соответствующие плазмонам на двух границах, стремятся к кривой для плазмона на одной границе (2), которая идет ниже световой линии (рис. 2.2a, б), что соответствует области так называемых медленных волн [155].

Вернемся к рассмотрению фотонных кристаллов. Для одномерных ФК, содержащих материалы лишь с положительными диэлектрическими проницаемостями, картина эволюции изочастотной кривой с ростом частоты качественно не меняется при изменении строения элементарной ячейки ФК. При малых частотах изочастотная кривая напоминает эллипс, определяемый уравнением (21). При увеличении частоты изочастотные кривые следуют за увеличивающимися эллипсами, пока не достигают границ зон Бриллюэна (пунктирная линия на рис. 2.3), где в изочастотах появляются разрывы [150] – запрещенные зоны, связанные с резонансным брэгговским отражением (см. рис. 2.3).



Рисунок 2.3 Изочастотные кривые для ФК с  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 5$ ,  $d_1/d_2 = 1$ , для частоты  $k_0(d_1 + d_2) = 0.7$  (сплошная толстая линия) и  $k_0(d_1 + d_2) = 1.0$  (пунктирная толстая линия) и для соответствующего одноосного кристалла – тонкие линии. Горизонтальные прямые линии показывают границы первой зоны Бриллюэна  $k_B(d_1 + d_2) = \pm \pi$ .

Напротив, изочастоты ПФК, имеют не только различный вид в квазистатическом приближении (2), но и по-разному эволюционируют при изменении частоты. Ниже мы постараемся рассмотреть все качественно различные случаи.

Заметим, что элементарная ячейка ФК определяется неоднозначно (см. [156, 157]). В нашем случае представляет интерес асимметричное представление, когда в качестве элементарной ячейки рассматривается пара слоев металл/диэлектрик, а также два симметричных представления, когда один из слоев обложен половинками другого. Очевидно, что вид разрешенных зон ПФК при больших значениях толщин связан с одним из типов ранее рассмотренных плазмонов. При увеличении толщины обоих слоев ( $d_M$ ,  $d_D$ ) решения вблизи каждой границы металл/диэлектрик должны стремиться к решению в МД системе. При увеличении одной только величины  $d_D$  ПФК превращается в удаленные друг от друга ДМД-системы. Аналогично МДМ-системе соответствует предел бесконечно больших значений  $d_M$ .

Как было показано выше, качественное поведение плазмонов определяется знаком суммы  $\varepsilon_M + \varepsilon_D$  (рис. 2.2). Эту величину мы рассматриваем как первый из трех параметров, определяющих качественный вид зонной структуры ПФК.

Когда оптическая толщина каждого слоя мала, справедливо квазистатическое приближение и ПФК можно рассматривать как эффективный одноосный кристалл. Как указывалось выше, качественный вид изочастот ПФК определяется параметрами  $\langle \varepsilon \rangle$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle$ , которые косвенно характеризуют строение ячейки.

Ниже вид дисперсионных кривых и изочастот ПФК мы будем характеризовать соотношениями между этими тремя параметрами:

$$\varepsilon_{M} + \varepsilon_{D},$$

$$\left\langle \varepsilon \right\rangle = \frac{\varepsilon_{M} d_{M} + \varepsilon_{D} d_{D}}{d_{M} + d_{D}},$$

$$\left\langle \varepsilon^{-1} \right\rangle = \frac{d_{M} / \varepsilon_{M} + d_{D} / \varepsilon_{D}}{d_{M} + d_{D}}$$
(26)

точнее, знаками этих параметров. Существует всего восемь комбинаций знаков трех величин, но два из них нереализуемы:

1) 
$$\varepsilon_{M} + \varepsilon_{D} < 0$$
,  $\langle \varepsilon \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle < 0$ ,  
2)  $\varepsilon_{M} + \varepsilon_{D} > 0$ ,  $\langle \varepsilon \rangle < 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ .

Это становится очевидным, если использовать тождество  $\varepsilon_M + \varepsilon_D = \langle \varepsilon \rangle + \varepsilon_M \varepsilon_D \langle \varepsilon^{-1} \rangle$ и учесть, что  $\varepsilon_M \varepsilon_D < 0$ . В результате получаем шесть областей параметров (26), границы между которыми определяются обращением в ноль одного из них (рис. 2.4). Заметим, что из обращения в ноль одновременно двух из этих параметров следует, что  $\varepsilon_M = -\varepsilon_D$ ,  $d_M = d_D$ , из чего следует равенство нулю и третьего параметра. Это значит, что граница более чем двух областей является границей всех шести областей (центральная точка на рис. 2.4). Заметим, что обращение в ноль сразу трех параметров соответствует многослойной линзе Пендри.

В переменных  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M)$ ,  $\ln(d_D / d_M)$  условия  $\varepsilon_M + \varepsilon_D = 0$ ,  $\langle \varepsilon \rangle = 0$  и  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$ можно записать в виде  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = 0$ ,  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -\ln(d_D / d_M)$  и  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = \ln(d_D / d_M)$ . Таким образом, условия равенства нулю параметров (6) разбивают плоскость { $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M)$ ,  $\ln(d_D / d_M)$ } на шесть областей (см. рис. 2.4, 2.5), в которых знаки  $\varepsilon_M + \varepsilon_D$ ,  $\langle \varepsilon \rangle$  и  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle$  постоянны, поэтому ниже эти области описываются тройкой { $\operatorname{sign}(\varepsilon_M + \varepsilon_D), \operatorname{sign}(\langle \varepsilon \rangle), \operatorname{sign}(\langle \varepsilon^{-1} \rangle)$ }.

Непрерывно меняя параметры (26) ПФК, можно получать качественно разные зонные структуры, последовательно пересекая указанные границы. Перешагнуть «через одну» или «через две» области можно, только пройдя через центральную точку на рис. 2.4, т.е. через параметры, описывающие линзу Пендри. При изменении параметров ПФК внутри областей с постоянными знаками  $\langle \varepsilon \rangle$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle$ ,  $\varepsilon_M + \varepsilon_D$  наблюдается лишь деформация разрешенных зон.

Полное представление о зонной структуре дает зависимость блоховского волнового числа  $\kappa_{Bz}$  от двух переменных: нормированной частоты  $k_0(d_M + d_D)$  и нормированного угла распространения  $k_x(d_M + d_D)$ . Изочастоты являются сечением поверхности  $\kappa_{Bz} \left[ k_0(d_M + d_D), k_x(d_M + d_D) \right]$  плоскостью  $k_0(d_M + d_D) = \text{const}$ . Ниже мы будем использовать упрощенное изображение зон, когда поверхность  $\kappa_{Bz} \left[ k_0(d_M + d_D), k_x(d_M + d_D) \right]$  и изочастоты проецируются на плоскость  $k_0(d_M + d_D)$ ,  $k_x(d_M + d_D)$ . Таким образом, серые области на рис. 2.4, 2.5 изображают разрешенные зоны, определяемые уравнением Im  $\kappa_{Bz} \left( k_0(d_M + d_D), k_x(d_M + d_D) \right) = 0$  [75].



Рисунок 2.4 Линиями показаны границы, разделяющие различные виды зонной структуры ПФК. Области выше сплошной, штриховой и пунктирной линий можно условно считать областями, где положительны величины  $\varepsilon_M + \varepsilon_D$ ,  $\langle \varepsilon \rangle$  и  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle$  соответственно. Линия из длинных штрихов («кривая каналирования») ограничивает область параметров, в которой

существует отрицательное преломление в окрестности  $k_x = 0$ . Выше уровня  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = \ln(Y^2)$  (*Y* определяется из уравнения *Y* tg *Y* = 1) а-МДМ плазмон имеет участок с отрицательным наклоном дисперсионной кривой (см. рис. 2.26, в, г)



Рисунок 2.5 На плоскости {  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M)$ ,  $\ln(d_D / d_M)$  } толстыми линиями показаны границы, разделяющие области с различными зонными структурами ПФК:  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = 0$  (соответствует условию  $\varepsilon_M + \varepsilon_D = 0$ ),  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -\ln(d_D / d_M)$ (соответствует условию  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ ),  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = \ln(d_D / d_M)$  (соответствует условию  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$ ). Вставки показывают характерные для каждой границы виды зонной структуры. При наличии дисперсии в металле траектория движения будет вертикальной прямой, независимо от вида дисперсии

Рассмотрение видов зонных структур начнем с точки  $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = 0$ ,  $\ln(d_D / d_M) = 0$ , соответствующей, как было показано выше, многослойной линзе Пендри с

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_M + \varepsilon_D \\ \langle \varepsilon \rangle \\ \langle \varepsilon^{-1} \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
 (27)

т.е. центральная точка на рис. 2.4, 2.5.

При  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$  уравнение (21) дает изочастоту  $k_z = k_0 \langle \varepsilon \rangle$ , переходящую в ось абсцисс при  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ , т.е.  $\kappa_{Bz} = 0$  (см. рис. 2.6), и мы получаем «электростатическое» поведение – набег фазы на толщине образца отсутствует. Далее, в преломленной волне групповая скорость не зависит от угла падения и перпендикулярна плоскости кристалла. Иными словами, значения полей на верхней и нижней границе ФК совпадают, и мы получаем прибор, переносящий ближние поля в дальнюю зону. Конечно, потери и эффекты запаздывания портят такую идеальную картину.

На центральной вставке рис. 2.5 серым цветом изображены разрешенные зоны ( Im  $\kappa_{Bz} = 0$  ). Они находятся из условия  $-1 \le \cos \kappa_{Bz} \le 1$  (см. уравнение (20)). Пунктирной и сплошной линиями показаны дисперсионные кривые МДМ и ДМД плазмонов (см. рис. 2.26). Разрешенная зона следует за этими кривыми. Изочастоты фактически являются сечением функции  $\text{Re} \kappa_{Bz} \left( k_0 \left( d_M + d_D \right), k_x \left( d_M + d_D \right) \right)$  плоскостью  $k_0 \left( d_M + d_D \right) = \text{const}$ . При увеличении частоты, а точнее, при отклонении от условий квазистатики, изочастота отщепляется от оси абсцисс (рис. 2.6), что приводит к нарушению условия каналирования (независимость направления групповых скоростей преломленной волны от угла падения).



Рисунок 2.6 Изочастотные кривые ПФК с параметрами линзы Пендри (центральная вставка на рис. 2.4;  $\varepsilon_M = -1$ ,  $\varepsilon_D = 1$ ,  $d_D / d_M = 1$ ) при  $k_0 (d_M + d_D) = 2$  (жирная линия) и 3

(тонкая линия). Стрелкой показана частота, использованная для построения изочастотных кривых. Изочастотная кривая гомогенизированной системы соответствует горизонтальной линии  $\kappa_B = 0$ .

Как видно из рис. 2.6, волна с  $k_x > 0$  будет иметь  $v_{gr,x} < 0$  при  $v_{gr,z} > 0$ . Следовательно, при падении волны на поверхность ФК, параллельную слоям, возникнет отрицательное преломление (аналогично случаю, показанному на рис. 1.3в). Это свойство связано с тем, что тангенциальная компонента вектора Пойнтинга меняет знак на границе сред с разными знаками диэлектрической проницаемости.

Перейдем далее к области  $\{-,+,+\}$ , где имеются две ветви разрешенных зон (см. рис. 2.4, 2.7а), одна из которых лежит выше, другая – ниже дисперсионной кривой МДплазмона. При рассматриваемых параметрах ( $\varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$ ) соответствующие кристаллу ДМД- и МДМ-системы имеют по два плазмона (рис. 2.2а).

Если параметры ПФК лежат далеко от параметров линзы Пендри, что соответствует на рис. 6 точкам, далеким от начала координат, т.е. областям с большими значениями  $\ln(d_D/d_M)$ , то толщина диэлектрических слоев много больше толщины металлических, и ПФК представляет собой последовательность слабовзаимодействующих ДМД-систем, и две узкие разрешенные зоны идут вдоль дисперсионных кривых s-ДМД и а-ДМД плазмонов.

Если же параметры ПФК приближаются к параметрам линзы Пендри  $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M) \rightarrow -0$ ,  $\ln(d_D/d_M) \rightarrow +0$ , то дисперсионная кривая МД-плазмона прижимается к оси абсцисс (рис. 2.26), и выживают только s-ДМД и a-МДМ плазмоны. При этом зона, лежащая ниже дисперсионной кривой МД-плазмона (a-ДМД зона) исчезает. Поскольку в этой области  $d_D/d_M \sim 1$ , то взаимодействие между соседними s-ДМД плазмонами усиливается, что приводит к расширению разрешенной зоны, лежащей выше дисперсионной кривой МД-плазмона (s-ДМД зоны).

Заметим, что соответствие разрешенных зон ДМД или МДМ плазмонам имеется только вдали от точки  $k_0(d_M + d_D) = k_x(d_M + d_D) = 0$ . Вблизи этой точки свойства ПФК описываются в квазистатическом приближении, и дисперсионное уравнение переходит в уравнение (2). Распространяющиеся волны определяются условием  $k_z^2 \ge 0$ , или, учитывая что  $\langle \varepsilon \rangle > 0$ ,  $\langle \varepsilon^{-1} \rangle > 0$ , условием  $k_0 \ge k_x \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$ . Последнее неравенство определяет вид разрешенной зоны при  $k_0(d_M + d_D) \ll 1$ ,  $k_x(d_M + d_D) \ll 1$  (рис. 2.4). Изочастота ПФК при этих условиях имеет вид эллипсообразной кривой (сплошная линия на рис. 2.8a), в соответствии с результатом расчета в квазистатическом приближении (рис. 2.1a и штриховая линия на рис. 2.8a). Изображенная на рис. 2.8a изочастота соответствует горизонтальной линии  $k_0(d_M + d_D) = 3$  на рис. 2.7a, пересекающей обе зоны. Из

пересечения с зоной, лежащей выше дисперсионной кривой МД-плазмона, возникает эллипсообразный участок изочастоты. Пересечение с зоной, лежащей ниже линии МД-плазмона, создает второй участок изочастоты (рис. 2.8a), не описываемый квазистатическим приближением (2), так как в этой области  $k_x(d_M + d_D) > 1$ .

Изменение изочастот с ростом частоты может идти по двум путям в зависимости от кривизны верхней границы разрешенной зоны, лежащей выше дисперсионной кривой МД-плазмона. Кривизна может быть положительной (рис. 2.7а) или отрицательной (рис. 2.7б). Это свойство наследуется от а-МДМ плазмона (рис. 2.3 а,б).



Рисунок 2.7 Зоны ПФК с параметрами  $\{-,+,+\}$ . а)  $\ln(d_D/d_M) = 1$ ,  $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M) = -0.5$ , горизонтальными линиями отмечены частоты, соответствующие рис. 2.8а (нижняя линия) и рис. 2.8б (верхняя линия). б)  $\ln(d_D/d_M) = 0.2$ ,  $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M) = -0.05$ , горизонтальными линиями отмечены частоты, соответствующие рис. 2.8в. Наклонная прямая линия соответствует дисперсии МД-плазмона.





Рисунок 2.8 Изочастоты для системы с параметрами  $\{-,+,+\}$ . а) Изочастота ПФК при «малой» частоте  $k_0 (d_M + d_D) = 3$ ; штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (21). Параметры ПФК:  $\ln (d_D / d_M) = 1$ ,  $\ln (-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -0.5$ . б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты ( $k_0 (d_M + d_D) = 3.5$ ). в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри ( $\ln (d_D / d_M) = 0.2$ ,  $\ln (-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -0.1$ ).

Изочастоты построены при  $k_0 (d_M + d_D) = 3.20$  (сплошная линия), 3.32 (штриховая

### линия).

Хотя вид разрешенных зон выше линии полного отражения в диэлектрике качественно соответствует дисперсии волн МДМ-системы (ДМД-плазмонов при этом не существует), количественный критерий смены знака кривизны границы зоны отличается от условия появления обратных волн в МДМ-системе. Кривая, показанная длинными штрихами на рис. 2.4, соответствует указанному критерию. Выше этой кривой разрешенная выгибается (рис. 2.76), И пересечение зона зоны линией  $k_0(d_M + d_D) =$ const происходит не так, как для параметров ниже указанной кривой (см. рис. 2.7а). Поэтому случаи рис. 2.7а (кривизна верхней границы зоны положительна) и рис. 2.76 (кривизна верхней границы зоны отрицательна) дают качественно разные виды изочастот. В обоих случаях нормаль к изочастоте направлена во вне изочастоты, так что изочастота, соответствующая меньшей частоте, лежит внутри изочастоты, соответствующей большей частоте. В случае рис. 2.7а эволюция изочастоты напоминает эволюцию изочастоты обыкновенного ФК с положительными  $\varepsilon_D$ ,  $\varepsilon_M$ . Эллипс, соответствующий квазистатическому пределу, расширяется, пока не достигнет границы зоны Бриллюэна, после чего в точке касания ( $k_x = 0$ ) зарождается запрещенная зона (рис. 2.8б). Тангенциальная составляющая нормали (групповой скорости) всегда имеет тот же знак, что и тангенциальная составляющая волнового вектора (фазовой скорости), и преломление является положительным. В случае рис. 2.76 по мере увеличения частоты эллипс деформируется в гантелеобразную кривую и появляются участки, где тангенциальные составляющие групповой и фазовой скорости имеют разные знаки (рис. 2.8в), что указывает на отрицательное преломление. Касание границы зоны Бриллюэна происходит при  $|k_x| \neq 0$ , и образуются сразу две запрещенные зоны, разделенные зоной прозрачности (рис. 2.8в). Из сравнения рис. 2.86, 2.8в понятно, что в промежуточном случае, когда кривизна изочастоты равна нулю при  $k_x = 0$ , в окрестности этой точки будет иметь место эффект каналирования [94]. Поэтому линию из длинных штрихов на рис. 2.4, 2.5 будем называть кривой каналирования.

Во второй ветви (а-ДМД) зоны преломление всегда будет положительным: схема аналогична рис. 2.16.

Двигаясь по часовой стрелке на рис. 2.4, 2.5, приходим к границе  $\{-,0,+\}$ . При этом две разрешенные зоны, характерные для области  $\{-,+,+\}$ , смыкаются, так что разделяющая их запрещенная зона исчезает, превращаясь в линию, задаваемую уравнением (3). На этой линии выполняется условие  $\kappa_{Bz} = 0$  (это следует из (1) и (3) при учете  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ ). Соответственно этому, изочастоты ПФК с параметрами  $\{-,0,+\}$  имеют характерную особенность – точку  $\kappa_{Bz} = 0$  (рис. 2.9). Поведение изочастот вблизи этой точки при пересечении рассматриваемой границы (т.е. условия  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ ) понятно из рис. 2.10: при смыкании изочастот происходит их перезамыкание с образованием запрещенной зоны нулевой толщины [158, 159], так что точка пересечения имеет характер точки Дирака.

С точки зрения квазистатики, граница  $\{-,0,+\}$  является переходной: при пересечении этой границы разрешенная зона в окрестности начала координат перемещается из области  $k_0 \ge k_x \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$  ( $\langle \varepsilon \rangle > 0$ ) в область  $k_0 \le k_x \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$  ( $\langle \varepsilon \rangle < 0$ ) (рис. 2.4), тогда как на самой границе описание зон и изочастоты требует уточнения уравнения (21).

Вдали от квазистатики границу {-,0,+} тоже можно считать промежуточным случаем: зоны содержат дисперсионные кривые всех четырех плазмонов. Это связано с

тем, что на дисперсионной кривой МД-плазмона, к которой стремятся дисперсионные кривые всех плазмонов с ростом  $k_x(d_M + d_D)$ , выполняется условие  $k_{zD}d_D = k_{zM}d_M$ . В результате перекрытие ДМД-плазмонов, локализованных на соседних слоях металла, примерно такое же, как перекрывание МДМ-плазмонов, локализованных на слоях диэлектрика, и ПФК одинаково соответствует как МДМ-, так и ДМД-системе. Вид изочастот вдали от условий применимости квазистатики, как и в области  $\{-,+,+\}$ , зависит от близости параметров к параметрам линзы Пендри. Если они далеки (ниже кривой каналирования на рис. 2.5), то касание изочастотой границы зоны Бриллюэна происходит в одной точке (рис. 2.96), и отрицательного преломления не наблюдается. Выше кривой каналирования на рис. 2.7 касание происходит сразу в двух точках (рис. 2.9в), в результате изочастота образует прогиб, обеспечивающий отрицательное преломление.



Рисунок 2.9 Изочастоты для системы с параметрами {-,0,+}. а) При «малой» частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (21) б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.



Рисунок 2.10 Перезамыкание изочастот при переходе через условие  $\langle \varepsilon \rangle = 0$  .

Приступим к изучению области  $\{-,-,+\}$ . Ветви разрешенных зон, которые лежали выше и ниже дисперсионной кривой МД-плазмона, снова разделяются. Из вышесказанного ясно, что в рассматриваемой области зонная структура определяется теперь уже МДМ-системой (рис. 2.4). Вблизи начала координат разрешенная зона имеет вид  $k_0 \leq k_x \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$ . Изочастота, в соответствии с уравнением (2), имеет форму гиперболы (рис. 2.1), что соответствует поведению изочастоты ПФК при небольших  $k_x (d_M + d_D)$ (рис. 2.11а). Поясним неочевидный переход от рис. 2.9а к рис. 2.11а. Как уже было сказано, при  $\langle \varepsilon \rangle = 0$  квазистатическое приближение в форме уравнения (21) не описывает изочастоту. В результате, когда параметр  $\langle \varepsilon \rangle$  становится отрицательным, изочастота сначала приобретает вид, показанный жирной линией на рис. 2.116; при дальнейшем уменьшении  $\langle \varepsilon \rangle$  эллипсообразная фигура схлопывается, и изочастота становится похожей на показанную на рис. 2.11а, и соответствие квазистатике восстанавливается.

Если параметры ПФК находятся ниже линии из длинных штрихов на рис. 2.4, то, как и в предыдущих случаях, зона, лежащая по частоте выше кривой МД-плазмона, выгибается (подобно тому, как показано на рис. 2.11б), в результате запрещенная зона образуется не в одной, а в двух точках (рис. 2.11в), между которыми находится область отрицательного преломления.





Рисунок 2.11 Изочастоты для системы с параметрами {-,-,+}. а) При «малой» частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (21) б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.

Перейдем к границе  $\{-,-,0\}$ , на которой зоны определяются дисперсионными кривыми симметричного и антисимметричного плазмонов МДМ-системы, поскольку всегда  $d_D < d_M$ . Рассматриваемая граница является переходной в смысле существования зон прозрачности в квазистатике. Как видно из рис. 2.4, в области  $\{-,-,+\}$  зона прозрачности существует в квазистатическом пределе, а в области  $\{-,-,-,+\}$  в этом пределе зона не существует; на разделяющей их границе  $\{-,-,0\}$  зона подходит к началу координат, но с горизонтальной касательной (рис. 2.5). Чтобы описать поведение изочастоты при этом (рис. 2.12а), надо производить разложение в формуле (1) до большего порядка, чем это сделано при получении формулы (2). Иначе получаем отсутствие изочастоты, т.к. формула (2) дает  $k_z^2 = k_0^2 \langle \varepsilon \rangle$  при  $\langle \varepsilon \rangle < 0$ . С ростом частоты появляется вторая плазмонная зона (рис. 2.126, в). Все рассуждения относительно отрицательного преломления остаются прежними. При параметрах, близких к параметрам линзы Пендри, оно возникает (рис. 2.12в), в противном случае его нет (рис. 2.12а).





Рисунок 2.12 Изочастоты для системы с параметрами {-,-,0}. а) При «малой» частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (21) б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.

В случае всех отрицательных параметров  $\{-,-,-\}$  зоны прозрачности возникают, хотя они и отсутствуют в квазистатическом приближении. Плазмонные зоны и соответствующие изочастоты ведут себя аналогично предыдущему случаю (рис. 2.16,в). Единственная особенность, которая требует внимания, заключается в том, что область отрицательного преломления не локализована в окрестности условий линзы Пендри. Ограничивающая эту область кривая каналирования (рис. 2.4) в этой области стремится к горизонтальной линии, определяемой равенством  $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M) = \ln(Y^2)$ , которая определяет возникновение отрицательного наклона у МДМ-плазмона. Таким образом, при больших толщинах металла, вопрос об отрицательном преломлении сводится к вопросу об отрицательном наклоне дисперсионной кривой МДМ-плазмона.





в)

Рисунок 2.13 Изочастоты для системы с параметрами {-,-,-}. а) При «малой»

частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы,

задаваемая уравнением (21). б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.

Дальнейшее движение по часовой стрелке приводит нас на границу  $\{0, -, -\}$ . Это движение сопровождается исчезновением а-МДМ плазмона, так как при условии  $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M)=0$  дисперсионная кривая МД плазмона прижимается к оси абсцисс. Остается зона, порожденная s-МДМ плазмоном (рис. 2.1в). Между разрешенной зоной и осью абсцисс лежит квазистатическая запрещенная зона. При стремлении параметров к параметрам линзы Пендри эта зона схлопывается. Для всех ПФК с параметрами  $\{0, -, -\}$  характерно отрицательное преломление (рис. 2.14), которое является следствием обратного а-МДМ плазмона.



Рисунок 2.14 Изочастоты для системы с параметрами  $\{0, -, -\}$ .

В области  $\{+, -, -\}$  единственная плазмонная зона становится ограниченной, вслед за дисперсионной кривой а-МДМ плазмона (рис. 2.1г). В квазистатике все еще нет решений, поэтому в окрестности точки  $k_x = k_0 = 0$  сохраняется запрещенная зона. Отрицательная дисперсия плазмона, как обычно, приводит к отрицательному преломлению (рис. 2.15).



Рисунок 2.15 Изочастоты для системы с параметрами {+,-,-}.

У ПФК, соответствующих границе  $\{+,0,-\}$ , появляется низкочастотная зона прозрачности; вид изочастот (рис. 2.16) соответствует предсказываемому квазистатикой результату  $\kappa_{Bz} = 0$  только при малых значениях  $k_x (d_M + d_D)$ . Отрицательное преломление присутствует.



Рисунок 2.16 Изочастоты для случая {+,0,-}. а) При малой частоте (сплошная линия) и результат квазистатики (пунктир). б) При большем значении частоты.

В области {+,+,-} изочастота (рис. 2.17) в квазистатическом приближении имеет вид гиперболы (рис. 2.15в). Соответственно этому уже в квазистатике преломление отрицательно, что отличает ПФК с положительными значениями  $\varepsilon_M + \varepsilon_D$  от вышерассмотренных ПФК с отрицательными значениями этого параметра.



## Рисунок 2.17 Изочастоты для случая $\{+,+,-\}$ .

Граница {+,+,0} соответствует линзе Белова [94], при этом изочастоты (рис. 2.18) в квазистатическом приближении становятся горизонтальными линиями  $\kappa_{Bz} = \pm k_0 (d_M + d_D) \sqrt{\langle \varepsilon \rangle}$ , обеспечивая эффект каналирования.



Рисунок 2.18 Изочастоты в случае {+,+,0}.

В области {+,+,+} вид зон определяется s-ДМД плазмоном. Зона в квазистатическом приближении имеет вид  $k_0 \ge k_x \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$  при эллипсообразной изочастоте (рис. 2.18а). В целом поведение изочастот напоминает область {-,+,+}, с тем отличием, что второй участок изочастоты, не описываемый квазистатикой, теперь движется в сторону уменьшения  $k_x (d_M + d_D)$ , что приводит к отрицательному преломлению, которое, однако, для наблюдения потребует нанесения дифракционной решетки на границу ПФК. У ПФК из рассматриваемой области еще одно, более существенное, отличие от случая {-,+,+}. Из картины зон видно, что наблюдаемые участки изочастоты в случае {+,+,+} на самом деле являются частями одной плазмонной зоны, тогда как в случае {-,+,+} они происходят из разных зон.

Отрицательное преломление при малых углах падения наблюдается лишь в части области  $\{+,+,+\}$ , близкой к условиям линзы Белова (выше кривой каналирования на рис. 2.4), точнее, при  $d_D/d_M < -2\varepsilon_D/\varepsilon_M$ . В этом случае участки изочастоты объединяются, образуя зону с отрицательным преломлением (рис. 2.19в). В остальных случаях перезамыкание на границе зоны Бриллюэна препятствует появлению области отрицательного преломления (рис. 2.19б).



Рисунок 2.19 Изочастоты для системы с параметрами {+,+,+}. а) При малых частотах. б) Ниже кривой каналирования. в) Выше кривой каналирования.

Граница {0,+,+} соответствует появлению МД-плазмона, при этом дисперсионная кривая s-ДМД плазмона, определяющая вид зоны, становится неграниченной. В остальном поведение зон и изочастот (рис. 2.20) полностью аналогично области {+,+,+}.



Рисунок 2.20 Изочастота  $\{0,+,+\}$ 

### 2.3 Отрицательное преломление в ПФК

Критерием отрицательного преломления в плазмонных зонах ФК является отрицательный наклон верхней границы разрешенной зоны [78]. Эта ситуация встречается только у той плазмонной зоны, которая имеет бо́льшую частоту. В зоне, лежащей в области меньших частот (она существует не при всех значениях параметров), преломление всегда положительно. Сформулированный общий критерий позволяет получить явные выражения условия отрицательного преломления через параметры ПФК в двух предельных случаях, когда оптическая толщина слоев диэлектрика много больше или много меньше, чем оптическая толщина слоев металла.

Для начала рассмотрим случай, когда оптическая толщина слоев диэлектрика меньше, чем слоев металла. В этом случае разрешенные зоны образуются из дисперсионных кривых МДМ системы. Условие отрицательного преломления в пределе тонких слоев диэлектрика совпадает с условием существования обратных волноводных мод. Другими словами, мы ищем условие, при котором точка перегиба (рис. 2.2б) исчезает, пересекая ось ординат. Запишем уравнение плазмона в виде

$$F(k_0, k_x) = 0,$$
rge  $F(k_0, k_x) = \operatorname{tg}\left(\frac{d_D}{2}\sqrt{k_0^2 \varepsilon_D - k_x^2}\right) + \frac{\varepsilon_M \sqrt{k_0^2 \varepsilon_D - k_x^2}}{\varepsilon_D \sqrt{k_x^2 - k_0^2 \varepsilon_M}}.$ 
(28)

Поскольку *F* четно относительно  $k_x$ , разложение в окрестности  $k_x = 0$  будет иметь вид  $F(k_0, k_x) \approx F(k_0, 0) + \alpha(k_0) k_x^2$ . Когда точка перегиба пересекает ось ординат, величина  $\alpha(k_0)$  обращается в ноль.

Первое слагаемое в  $F(k_0,k_x)$  раскладывается следующим образом:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{d_{D}}{2}\sqrt{k_{0}^{2}\varepsilon_{D}-k_{x}^{2}}\right)\approx\operatorname{tg}\left(\frac{d_{D}}{2}k_{0}\sqrt{\varepsilon_{D}}\right)-\frac{d_{D}k_{x}^{2}}{4k_{0}\sqrt{\varepsilon_{D}}}\frac{1}{\cos^{2}\left(\frac{d_{D}}{2}k_{0}\sqrt{\varepsilon_{D}}\right)}.$$
(29)

Второе слагаемое:

$$\frac{\varepsilon_{M}\sqrt{k_{0}^{2}\varepsilon_{D}-k_{x}^{2}}}{\varepsilon_{D}\sqrt{k_{x}^{2}-k_{0}^{2}\varepsilon_{M}}}\approx-\sqrt{\frac{-\varepsilon_{M}}{\varepsilon_{D}}}\left(1-\frac{k_{x}^{2}}{2k_{0}^{2}}\frac{\varepsilon_{D}-\varepsilon_{M}}{\varepsilon_{D}\varepsilon_{M}}\right).$$
(30)

Тогда 
$$\alpha(k_0) = -\frac{d_D}{4k_0\sqrt{\varepsilon_D}} \frac{1}{\cos^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)} + \sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}} \frac{1}{2k_0^2} \frac{\varepsilon_D - \varepsilon_M}{\varepsilon_D \varepsilon_M}$$
. Приравнивая эту функцию к

нулю, получаем:

$$\frac{d_D}{2} \frac{1}{\cos^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)} + \frac{\sqrt{-\varepsilon_M}}{k_0} \frac{\varepsilon_D - \varepsilon_M}{\varepsilon_D \varepsilon_M} = 0.$$
(31)

Формула (28) при  $k_x = 0$  имеет вид  $tg\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right) = \sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}}$ , тогда  $\frac{1}{\cos^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)} = 1 + tg^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right) = 1 - \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_D}.$ 

Тогда (4) преобразуется в

$$k_0 d_D \sqrt{-\varepsilon_M} = 2.$$
(32)

Частоту снова находим из  $\operatorname{tg}\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right) = \sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}}$ :

$$k_0 d_D = \frac{2}{\sqrt{\varepsilon_D}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}} \,. \tag{33}$$

Подставив это выражение в (32), получим, что условием исчезновения точки перегиба является:

 $\varepsilon_D = -\varepsilon_M Y^2$ , где *Y* является корнем уравнения

$$Y \operatorname{tg} Y = 1, \tag{34a}$$

T.e.  $Y \approx 0.860$ .

Соответственно, отрицательное преломление у ПФК с тонкими слоями диэлектрика имеется при

$$\varepsilon_D > -\varepsilon_M Y^2 \,. \tag{346}$$

Теперь рассмотрим случай тонких слоев металла. В таком случае положение запрещенной зоны определяется классическим брэгговским условием, при котором металлические слои выступают как точечные рассеиватели, а в слоях диэлектрика набегает фаза  $\pi$ :

$$k_D d_D = \pi \,. \tag{35a}$$

$$k_D = \sqrt{\varepsilon_D k_0^2 - k_x^2} \ . \tag{356}$$

Фактически, это условие определяет верхнюю границу первой запрещенной зоны. Нам же интересна нижняя граница: когда она имеет отрицательную кривизну, появляется отрицательное преломление. Нижняя граница определяется более сложным условием.

$$\sin(k_D d_D / 2) = \alpha \operatorname{ch}(\kappa_M d_M / 2).$$
(36a)

$$\frac{k_D}{\varepsilon_D} \cos(k_D d_D / 2) = -\alpha \frac{\kappa_M}{\varepsilon_M} \operatorname{sh}(\kappa_M d_M / 2).$$
(366)

где  $\kappa_M = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_M k_0^2}$ . Исключая  $\alpha$ , получаем уравнение нижней границы 33:

$$F_1 = F_2. \tag{37a}$$

$$F_{1} = tg(k_{D}d_{D}/2).$$
 (376)

$$F_{2} = -\frac{k_{D}\varepsilon_{M}}{\kappa_{M}\varepsilon_{D}} \operatorname{cth}\left(\kappa_{M}d_{M}/2\right).$$
(37B)

Разложим это уравнение при малых  $k_x$  (нас интересует кривизна в окрестности  $k_x = 0$ ). При  $k_x = 0$  частота мало отличается от значения, определяемого условием (35а):  $k_0 d_D \sqrt{\varepsilon_D} = \pi - \Delta$ . При отклонении  $k_x$  от нуля частота отклоняется от этого значения:  $k_0 d_D \sqrt{\varepsilon_D} = \pi - \Delta + \delta_0$ . Учитывая, что  $\delta_0$ ,  $d_M / d_D$ ,  $-\varepsilon_M / \varepsilon_D$ ,  $\delta_x \equiv k_x d_D \sqrt{\varepsilon_D}$  – малые величины, получим:

$$k_D \approx \frac{\pi}{d_D} \left( 1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_0}{\pi} - \frac{\delta_x^2}{2\pi^2 \varepsilon_D} \right).$$
(38a)

$$\kappa_{M} \approx \frac{\pi}{d_{D}} \sqrt{\frac{-\varepsilon_{M}}{\varepsilon_{D}}} \left( 1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_{0}}{\pi} - \frac{\delta_{x}^{2}}{2\pi^{2}\varepsilon_{M}} \right).$$
(386)

Тогда:

$$F_1 \approx \frac{1}{\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta_0}{2} + \frac{\delta_x^2}{4\pi\varepsilon_D}},$$
(39a)

$$F_{2} \approx \sqrt{\frac{-\varepsilon_{M}}{\varepsilon_{D}}} \left( \frac{1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_{0}}{\pi} - \frac{\delta_{x}^{2}}{2\pi^{2}\varepsilon_{D}}}{1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_{0}}{\pi} - \frac{\delta_{x}^{2}}{2\pi^{2}\varepsilon_{M}}} \right) \frac{1}{\frac{d_{M}}{d_{D}}\sqrt{\frac{-\varepsilon_{M}}{\varepsilon_{D}}}} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta}{2} + \frac{\delta_{0}}{2} - \frac{\delta_{x}^{2}}{4\pi\varepsilon_{M}} \right)}.$$
(396)

Равенство (37а) в виде  $1/F_1 = 1/F_2$  приводится к выражению:

$$\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta_0}{2} + \frac{\delta_x^2}{4\pi\varepsilon_D} \approx \frac{\pi}{2} \frac{d_M}{d_D} \left( 1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_0}{\pi} - \frac{\delta_x^2}{\pi^2 \varepsilon_M} + \frac{\delta_x^2}{2\pi^2 \varepsilon_D} \right).$$
(406)

Приравнивая  $\delta_0 = 0$ ,  $\delta_x = 0$ , получаем  $\Delta = \pi d_M / d_D$ . В первом порядке по  $\delta_0$ ,  $\delta_x$ ,  $d_M / d_D$ ,  $-\varepsilon_M / \varepsilon_D$  уравнение принимает вид:

$$\delta_0 = \frac{\delta_x^2}{2\pi\varepsilon_D} \left( \frac{d_M}{d_D} \frac{2\varepsilon_D}{\varepsilon_M} + 1 \right).$$
<sup>(41)</sup>

В результате, граница зоны представляет собой параболу в координатах  $\delta_0$ ,  $\delta_x$ . Отрицательное преломление имеет место при отрицательной кривизне, т.е.

$$\frac{d_D}{d_M} < -2\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_M} \tag{42}$$

есть условие возникновения отрицательного преломления в пределе малых толщин металлических слоев.

Таким образом, во второй главе диссертации рассмотрено прохождение электромагнитной волны через одномерный фотонный кристалл, чья элементарная ячейка состоит из двух слоев с положительной и отрицательной диэлектрическими проницаемостями. Блоховская волна, распространяющаяся по ФК, может быть представлена как цепочка плазмонных резонансов, возбуждаемых на границах слоев. Показано, что возникновение эффекта отрицательного преломления не зависит от диэлектрической проницаемости. дисперсии Этот факт позволяет провести классификацию ФК по типам их зонной структуры. В результате частотная зависимость зонной структуры может быть легко определена, исходя из отношений диэлектрических проницаемостей на заданной частоте.
#### Глава 3.

#### Генератор плазмонов для оптического компьютера

#### 3.1 Введение

В данной главе диссертации рассмотрен спазер на основе параболической канавки. Такой выбор геометрии связан с потенциальной возможностью создания плазмонных линий передачи информации.

Использование распространяющихся плазмонных мод вместо локализованных приводит к значительным отличиям в работе спазера. Во-первых, энергия спазера локализована только по двум направлениям, тогда как по третьему направлению плазмон может распространяться, в отличие от локализованного плазмона в спазере на НЧ. Усиление плазмона, распространяющегося вдоль канала, может быть использовано для создания когерентного источника, излучающего в пассивные секции канала. Оптические устройства на основе одномерных структур, в том числе каналов на поверхности металла, широко обсуждаются в литературе [160]. Для того чтобы возник эффект лазирования в канавке спазера, необходимо создать резонатор или использовать замкнутый канал [161]. Во-вторых, энергия сконцентрирована на дне канала, и эффективность взаимодействия КТ с плазмонной модой увеличивается. В отличие от известных оптических схем, предлагаемый плазмонный лазер работает в частотном диапазоне, в котором плазмон на плоской поверхности не существует, а именно в области  $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D > 0$ , где  $\varepsilon_D$  и  $\varepsilon_M$ диэлектрические проницаемости диэлектрика в канале и металла [20]. Это приводит к слабому электромагнитному связыванию между соседними каналами.

#### 3.2 Генератор плазмонов параболической канавки

Рассмотрим возбужденные квантовые точки, находящиеся на дне канавки, вырезанной на поверхности металла (рис. 3.1) [162]. В работах [163, 164] показано, что плазмонные моды могут распространяться вдоль канала с волновым числом  $k_z$ , большим, чем у волны в свободном пространстве  $k_0 = \omega/c$ . Нас интересуют такие плазмонные моды, которые могут быть возбуждены накачиваемыми КТ. Кроме канальных плазмонов, КТ могут возбуждать плазмоны на плоской поверхности, а также излучать фотоны. Указанные процессы повышают потери в системе. Однако значительная эффективность возбуждения плазмонов превышает эффективность излучения фотонов в  $(k_0 \rho)^{-3}$ , где  $\rho$  – радиус кривизны дна канавки [165]. Более того, геометрия канавки подавляет излучение фотонов по причине экспоненциального затухания волн в канавке субволновой ширины. По этой причине мы пренебрегаем излучением фотонов. Такое приближение было проверено в работах [166, 167], где было рассмотрено излучение классического диполя, расположенного возле металлического провода, клина и в канале. По этой причине мы предполагаем, что основной вклад в безызлучательные потери вносят 2D поверхностные плазмоны, которые не локализованы в канале. Эти потери существенно подавлены, так как мы выбрали рабочую частоту спазера, определяемую условием  $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D > 0$ , при котором плазмоны на плоской поверхности не существуют.



Рисунок 3.1. Геометрия системы. Затемненная область вокруг КТ показывает распределение интенсивности плазмонного поля, вычисленного для канала с кривизной  $\rho = 50nm$  при  $k_z \rho = 10$ . Квантовые точки, расположенные на дне канавки, изображены

#### кружками.

Таким образом, излучение в плазмоны практически изолировано от окружающей среды, что может быть полезно для применений в системах, генерирующих и передающих оптические сигналы по субволновым каналам. Для преодоления сложностей накачки КТ предполагается использовать ультрафиолет на частотах, превышающих частоту объемных плазмонных колебаний в металле. При таком условии металл становится прозрачен, и КТ эффективно поглощают ультрафиолет, переизлучая его на своей частоте люминесценции [168].

С учетом вышесказанного, мы пренебрегаем радиационными потерями, учитывая только омические потери в металле плазмона, распространяющегося вдоль дна канала.

Перейдем к описанию процесса генерации плазмонов. Этот процесс описывается уравнениями Максвелла-Блоха:

$$-\left[\nabla \times \left[\nabla \times \mathbf{E}\right]\right] - \frac{\varepsilon(x,y)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2},$$
  
$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + \frac{2}{\tau_p} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \Omega^2 \mathbf{P} = -\frac{2\Omega\mu^2 n\mathbf{E}}{\hbar},$$
  
$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{\tau_n} (n - n_0) = \frac{1}{\hbar\Omega} \operatorname{Re}\left(\mathbf{E}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}\right),$$
  
(43)

где E – это электрическое поле канального плазмона,  $\varepsilon(x, y)$  диэлектрическая проничаемость системы, **P** – поляризация КТ, *n* разница между заселенностью верхнего и нижнего уровней КТ (инверсия заселенности),  $n_0$  – равновесное значение *n*, возбуждаемое накачкой,  $\Omega$  – частота перехода КТ,  $\tau_p$  – обратная ширина линии,  $\tau_n$  – время релаксации инверсии заселенности, и  $\mu$  – недиагональный элемент дипольного момента КТ.

Порог лазирования может быть найден в линейном приближении, когда интенсивность поля так мала, что инверсия заселенности не подавлена. Другими словами, можно исключить третье уравнение в системе МБ и положить  $n = n_0$ . Далее, если частота перехода КТ совпадает с частотой плазмона, то E,  $P \sim \exp(-i\Omega t)$ , и поляризация может быть выражена через электрическое поле:

$$\mathbf{P} = -i \frac{\tau_p |\mu|^2 n_0}{\hbar} \mathbf{E}.$$
(44)

Коэффициент усиления плазмона может быть найден через выражение для вектора Пойнтинга [162]:

div 
$$\mathbf{S} = \Omega \operatorname{Im}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{P}^*) - \Omega \varepsilon'' \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* / 4\pi$$
 (45)

Здесь  $\varepsilon$ " – мнимая часть диэлектрической проницаемости, которая отвечает за потери. Мы предполагаем, что расстояние между КТ, находящимися на дне канавки, так мало, что их взаимодействие с плазмоном можно рассматривать, как взаимодействие непрерывной активной среды, распределенной по дну канавки с плотностью  $n_0 = N_0 \delta(x) \delta(y)$ , где оси *х* и *у* перпендикулярны оси канала а направлены, соответственно, параллельно и перпендикулярно поверхности металла. Интегрируя выражение для вектора Пойнтинга, с учетом выражения для поляризации можно получить выражения для потока энергии  $\Phi = \int S_z dx dy$ . Предполагая, что  $\Phi \sim \exp(\gamma z)$  и  $|\mathbf{E}(0,0,z)|^2 \sim \exp(\gamma z)$ , находим коэффициент усиления плазмона в канавке:

$$\gamma = \Omega \frac{\tau_p |\mu|^2 N_0}{\hbar} \frac{|\mathbf{E}(0,0,z)|^2}{\Phi(z)} - \frac{\Omega}{4\pi} \frac{\int \varepsilon'' |\mathbf{E}(x,y,z)|^2 dx dy}{\Phi(z)}.$$
(46)

Правая часть в выражении для коэффициента усиления описывает конкуренцию между накачкой и потерями в металле. В случае плазмонов, распространяющихся вдоль плоской поверхности, накачка может превзойти потери [169]. Мы покажем ниже, что в случае канальных плазмонов накачка с помощью КТ также может превзойти потери в металле.

Усиление плазмона означает условие  $\gamma > 0$ , которое дает условие на концентрацию КТ:

$$N_{0} > \frac{\hbar}{4\pi \tau_{p} |\mu|^{2}} \frac{\varepsilon'' \int_{\text{Metal}} |\mathbf{E}(x, y, z)|^{2} dx dy}{|\mathbf{E}(0, 0, z)|^{2}}.$$
(47)

Оценим  $N_0$  без учета перераспределения поля, возникающего из-за потерь и с учетом реальных параметров канавки и КТ. В серебре характерное значение  $\varepsilon$ " ~ 0.6 [170]. Для КТ из CdSe  $\tau_p$  ~ 300 фс и  $|\mu|$  ~ 20 Д [168, 171]. Полагая, что радиус кривизны дна канавки равен  $\rho = 50$  нм, а также используя аналитическое выражения для распределения поля плазмона в канале параболического сечения [172], находим эффективную площать поперечного сечения плазмона  $\int_{Metall} |\mathbf{E}|^2 dx dy / |\mathbf{E}(0,0,z)|^2 = 75$  нм<sup>2</sup>. В результате вычислений находим, что для усиления плазмона необходимо использовать как минимум  $N_0$  ~ 30 возбужденных КТ на один микрометр длины дна канавки [162]. Для КТ из CdSe, которые достигают размеров нескольких нанометров, такие концентрации могут быть легко достигнуты, даже если на дне канавки расположен всего один ряд КТ.

Для того чтобы определить оптимальные параметры лазирования, необходимо знать моды излучения. В приближении больших значений  $k_z$ , канальные плазмоны могут быть описаны в квазистатическом приближении [164, 172]. В таком случае проблема сводится к задаче о гармоническом осцилляторе, чьи локализованные решения образуют набор дискретных уровней [172]. Так плазмоны образуют дискретный набор мод, пронумерованных числом v = 0, 1, 2..., и локализованы на дне канавки. Выход за пределы квазистатического приближения не меняет этот результат: моды канавки аналогичны модам обычного волновода и образуют дискретный спектр при фиксированной частоте. Дисперсионные кривые плазмонных мод низких порядков изображены на рис. 3.2 [163, 173]. Кривые на рис. 3.2 вычислены точно, поскольку квазистатическое приближение перестает работать при малых значениях  $k_z$  (сравните точечно-пунктирную линию со сплошной линией с v = 0 на рис 3.2)



Рисунок 3.2. Дисперсионные кривые плазмонных мод, вычисленные с учетом эффектов запаздывания. Кривые пронумерованы числом *ν* – номером плазмона. Штрих-пунктирной линией изображена дисперсионная кривая плазмона наименьшего порядка *ν* = 0, вычисленного в квазистатическом приближении. Сплошная горизонтальная линия отвечает частоте, на которой  $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D = 0$ . Горизонтальная пунктирная линия показывает частоту, на которой существует минимальное количество мод. Пунктирная линия показывает границу светового конуса. Дисперсия серебра взята из работы [174], мнимой частью диэлектрической проницаемости пренебрегли. Радиус кривизны дна канавки *ρ* = 50 нм.

Дисперсионная кривая канального плазмона стремится к горизонтальной асимптоте при  $\omega = \omega_0$ , где  $\omega_0$  определяется условием  $\varepsilon_M(\omega_0) + \varepsilon_D = 0$ . Для любой наперед заданной частоты существует набор дискретных мод с разными волновыми числами k<sub>z</sub>, которые образуют дискретный пространственный спектр. Как упоминалось выше, мы будем рассматривать частотный диапазон, в котором  $\varepsilon_{M}(\omega) + \varepsilon_{D} > 0$ . Как видно из рис. 3.2, мы можем выбрать такой частотный диапазон, который одновременно удовлетворяет условию  $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D > 0$  и условию существования плазмонной моды с v = 0. Мода самого низкого порядка возбуждается одновременно с двумя волновыми числами k<sub>z</sub>. Меньшее и большее значение k<sub>z</sub> соответствуют прямой и обратной волнам. Обратная волна имеет отрицательный наклон дисперсионной кривой  $\partial \omega / \partial k_z < 0$ . Эта волна передает энергию от источника, а ее фазовая скорость направлена в сторону источника. Обратная волна может быть с достаточной точностью описана в квазистатическом приближении, что подтверждается «близостью» дисперсионных точечно-пунктирной и сплошной красной кривой на рис. 3.2. Это приближение не работает для прямой волны. Плазмон, обладающий большим волновым числом  $k_z$ , сильнее локализован в окрестности канавки, следовательно, он обладает большим коэффициентом «сжатия» лна  $\left| {{{f E}}\left( {{0,0,z}} \right)} \right|^2 / \Phi \left( z 
ight)$ . В результате такой плазмон обладает большим коэффициентом усиления и более низким порогом концентрации КТ N<sub>0</sub>. Поэтому плазмон с меньшим волновым числом будет подавлен в результате конкуренции мод. По этой причине при оценке порога генерации мы рассматривали плазмон с большим волновым числом  $k_z$ . Для него квазистатическое приближение работает достаточно хорошо, и мы использовали его при вычислении плазмонных полей.

Рабочий диапазон частот лазера находится в области ближнего ультрафиолета. Сдвиг рабочей области в видимый диапазон возможен за счет использования других материалов. Этот сдвиг может быть достигнут за счет увеличения диэлектрических проницаемостей  $\varepsilon_M(\omega)$  и  $\varepsilon_D$ . Для этого можно использовать диэлектрик вместо вакуума, либо уменьшить  $\varepsilon_M(\omega)$  за счет использования наноразмерхных диэлектрических вкраплений (серебряная пена). Такая система более предпочтительна, чем использование металлических включений, по причине существования поверхностных плазмонов на металлических частицах. Последнее приводит к возникновению линии поглощения на дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости среды, тогда как серебряная пена не содержит такого резонанса [175].

Таким образом, в данной разделе предложен новый вид плазмонного лазера (спазера), в котором возбуждается 1D плазмон, распространяющийся вдоль канала, в отличие от локализованного плазмона в оригинальной схеме. Использование одномерной геометрии позволяет значительно расширить область применения активной плазмоники. В частности, такой спазер может быть использован как когерентный источник излучения для систем, использующих канальные плазмоны.

Оценки показывают, что усиление канального плазмона квантовыми точками может превзойти потери. Так как амплитуда плазмона растет при распространении по каналу, лазирование может возникнуть в кольцевой канавке. Можно также использовать резонатор в линейной канавке. В таком случае потребуется большая накачка. Таким образом, кольцевой и линейный каналы могут быть использованы в новом спазере, генерирующем 1D плазмоны. Потери на возбуждение плазмона на плоской поверхности могут быть подавлены в частотном диапазоне, в котором выполняется соотношение  $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D > 0$ . Для вакуумной канавки в серебре этот диапазон находится в ближнем ультрафиолете. За счет использования диэлектриков с большой диэлектрической проницаемостью вместо вакуума, а также металл/диэлектрического композита вместо серебра, рабочая область спазера может быть смещена в видимый диапазон.

#### 3.3 Генератор плазмонных импульсов терагерцовой частоты

Одним из важных элементов любого компьютера является генератор тактовой частоты. В данном разделе впервые предложен такой генератор плазмонов, работающий с тактовой частотой порядка 1 ТГц, что значительно превышает тактовые частоты современных компьютеров [176]. Генерация импульсов в спазере на указанных частотах происходит за счет добавления насыщающегося поглотителя. Данный метод, называемый пассивной модуляцией добротности, нередко используется в традиционных лазерах [145, 177], и недавно был предложен для генерации отдельных фемтосекундных плазмонных импульсов в металлической пленке, находящейся между активной и пассивной средами [178]. Предложенный в предыдущем разделе генератор плазмонов в канавке используется в данном разделе как базовый элемент для создания генератора тактовой частоты.

Ниже будет показано, что добавление в систему насыщающегося поглотителя приведет к нестационарному режиму генерации – импульсному режиму. Насыщающийся поглотитель может быть реализован в виде пассивных (ненакачанных) квантовых точек, находящихся на дне канала среди усиливающих квантовых точек (рис. 3.3). Предложенное устройство может быть использовано как генератор тактовой частоты, хорошо интегрируемый в перспективные плазмонные схемы с соответствующей геометрией (в рассмотренном случае геометрии канавки). Поперечный размер устройства определяется локализацией плазмона в канавке и составляет порядка 50 - 100 нм. Продольный размер может быть достаточно малым (несколько полуволн плазмона, чтобы обеспечить затухание в брэгговских стенках резонатора, и примерно половина длины волны – в полости резонатора), но имеет смысл изготовить резонатор больших продольных размеров, чтобы сделать тактовые колебания менее чувствительными к влиянию окружения. По этоуй причине мы рассмотрен резонатор с длиной в 10 длин полуволн плазмона (~750 нм) и прямым моделированием динамики спазера наличие временных колебаний с терагерцовой продемонстрировано частотой, происходящих синхронно по длине резонатора.



Рисунок 3.3 Генератор плазмонов в канале (разрез). Сферами и тетраэдрами показаны насыщающийся поглотитель и усиливающая среда.

Описание динамики спазера производится в с помощью уравнений Максвелла-Блоха, подробно описанных в пункте 1.3 диссертации. Для определения параметров  $\mu$ ,  $n_0$  используется поперечное распределение поля в плазмоне  $\zeta(y,z)$ . При малых поперечных размерах канавки (кривизна ее дна много меньше длины волны в вакууме) и для больших волновых чисел плазмона (Re  $q >> \omega_0/c$ ) функция  $\zeta(y,z)$  может быть найдена в электростатическом приближении, что позволяет использовать известное аналитическое решение, приближая форму канавки, например, параболой [164, 172].

Учет насыщающегося поглотителя производится по аналогии с усиливающей средой в виде двухуровневой системы с отрицательной «накачкой»  $n_{0S}(x) < 0$  (переменные, относящиеся к поглотителю, обозначены индексом «S»). В результате запишем итоговую систему уравнений [176]:

$$\begin{cases} e^{*}(x,t) + q^{2}e(x,t) + \frac{i}{c^{2}} \left\langle \frac{\partial \left(\varepsilon(\omega_{0})\omega_{0}^{2}\right)}{\partial \omega_{0}} \right\rangle \dot{e}(x,t) = 4\pi \frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}}(p+p_{s}) \\ \dot{p}(x,t) + \frac{1}{T_{2}}p(x,t) = \frac{i}{\hbar} \mu |d_{12}|^{2} e(x,t)n(x,t) \\ \dot{n}(x,t) + \frac{n(x,t) - n_{0}(x)}{T_{1}} = \frac{i}{\hbar} \left(e^{*}(x,t)p(x,t) - e(x,t)p^{*}(x,t)\right) \\ \dot{p}_{s}(x,t) + \left(i(\omega_{0s} - \omega_{0}) + \frac{1}{T_{2s}}\right) p_{s}(x,t) = \frac{i}{\hbar} \mu_{s} |d_{12s}|^{2} e(x,t)n_{s}(x,t) \\ \dot{n}_{s}(x,t) + \frac{n_{s}(x,t) - n_{0s}(x)}{T_{1s}} = \frac{i}{\hbar} \left(e^{*}(x,t)p_{s}(x,t) - e(x,t)p^{*}_{s}(x,t)\right) \end{cases}$$

$$(48)$$

Система уравнений (48) описывает динамику одномерного спазера при наличии насыщающегося поглотителя.

Полученные выше уравнения позволяют изучить динамику распределенного спазера. Рассмотрим спазер в виде канавки, вырезанной на поверхности серебра, которая заполнена диэлектриком – париленом (диэлектрическая проницаеомсть  $\varepsilon_D = 2.56$ ). Кривизна дна канавки  $\rho = 20$  нм, длина резонатора L = 750 нм. При такой длине резонатора основные потери сосредоточены «в объеме резонатора», т.е. связаны с поглощением в металле, и конкретный вид граничных условий мало влияет на результат. Поэтому, для простоты, поставим нулевые граничные условия на стенках резонатора, который на практике может быть выполнен путем создания брэгговских отражателей [47]. Частота перехода соответствует длине волны 400 нм, при этом серебро имеет диэлектрическую проницаемость -3.77 + 0.67i. Времена релаксации:  $T_1 = 2 \cdot 10^{-12}$  с,

 $T_2 = 10^{-13}$ с,  $T_{1S} = 5T_1$ ,  $T_{2S} = 5T_2$ ; матричные элементы дипольного момента имеют значения, типичные для квантовых точек:  $d_{12} = d_{12S} = 20$ Д. Остальные параметры в системе (48) были получены по вышеприведенным формулам, используя расчет распределения поля в

плазмоне: 
$$\left\langle \frac{\partial \left( \varepsilon \left( \omega_0 \right) \omega_0^2 \right)}{\partial \omega_0} \right\rangle = 3.6 \omega_0, \qquad q = 1.7 \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\varepsilon_D} \left( 1 + 0.27i \right), \qquad \mu \left| d_{12} \right|^2 / \hbar = 9 \cdot 10^{-4} \omega_0,$$

 $\mu_{s}\left|d_{12s}\right|^{2}/\hbar = 2.4\cdot10^{-4}\omega_{0}$ . Величина  $n_{0}$  варьировалась.

В результате численного решения системы уравнений (48) была получена временная эволюция распределения поля в резонаторе. В отсутствие насыщающегося поглотителя наблюдалось обычное пороговое поведение: выше определенного значения накачки устанавливалось стационарное распределение характерное поля, для одномодовой генерации. Исследование многомодовых и нестационарных режимов, требующих лобавлении повышения уровня накачки, не проводилось. При насыщающегося поглотителя даже при невысоком уровне накачки (в полтора раз выше порогового значения) возникал «второй порог», выше которого стационарная генерация сменялась пичковым режимом (рис. 3.4), известным как режим пассивной модуляции добротности [179].



Рисунок 3.4 Зависимость интенсивности генерации от величины накачки *n*<sub>0</sub>, однородной вдоль резонатора (сплошная линия). Закрашенная область соответствует режиму пульсаций, ее нижняя и верхняя границы – минимальной и максимальной интенсивности при пульсациях. Штриховой линией показана частота пульсаций.

Пичковый режим проявляется как синхронные колебания поля по всему резонатору (рис. 3.5). Заметим, что колебания не являются в точности периодическими. Они имеют квазипериодический характер, что проявляется как небольшая вариация амплитуды колебаний, незаметная на рис. 3.5.



Рисунок 3.5 Временная эволюция распределения поля (|*a*|) в резонаторе в режиме пульсаций.

Квазипериодичность является следствием вида бифуркации, возникающей при переходе «второго порога». Если переход через первый порог связан с появлением устойчивого предельного цикла из стационарной точки  $e = p = p_s = 0$ ,  $n = n_0$ ,  $n_s = n_{0s}$  (рис. 3.6а, б), то на втором пороге предельный цикл теряет устойчивость с образованием вокруг него устойчивого тора (рис. 3.6в). Траектория системы закрашивает поверхность этого тора, что в представлении интенсивности электрического поля выглядит как квазипериодические колебания.



Рисунок 3.6 Фазовая диаграмма процесса генерации ниже порога (a), выше порога в режиме стационарной генерации (б) и в режиме пульсаций (в).

Заметим, что вариация частоты при этом не превышает нескольких процентов. При рассматриваемых параметрах частота импульсов составляет около 1.5 ТГц [176]. Отметим, что эта частота проявляет хорошую устойчивость к изменению уровня накачки. Таким образом, в данной главе диссертации предложен генератор плазмонов для плазмонных линий передачи информации, который может работать как в постоянном, так и в импульсном режиме. Данное устройство способно генерировать импульсы с частотой, существенно превосходящей частоты современных компьютеров. Дальнейшее развитие активных плазмонных устройств позволит создать элементную базу для будущего оптического (плазмонного) компьютера.

## Глава 4. Плазмонные сенсоры

#### 4.1 Введение

Сенсорные приложения на сегодняшний день являются наиболее важными приложениями плазмоники. Такого рода приложениям посвящена данная глава диссертации. Структура главы организована следующим образом. Во втором разделе описана обработка результатов эксперимента по измерению показателя преломления с помощью оптического световода, покрытого плазмонным материалом, содержащим в сердцевине наклонную брэгговскую решетку. В третьем разделе предложен новый метод спектроскопии на основе плазмонного генератора (спазера). В четвертом разделе описывается явление лазирования, индуцированного потерями, которое характерно для низкодобротных систем малого размера, на основе которого может быть разработан метод спектроскопии. В пятом разделе предлагается схема для усиления одного из наиболее чувствительных методов плазмонной спектроскопии – спектроскопии комбинационного рассеяния света.

# 4.2 Исследование поверхностного плазмона на медной пленке, нанесенной на поверхность оптического световода, содержащего наклонную брэгговскую решетку

В первой главе была подробно описана одна из наиболее распространенных плазмонных схем для измерения показателя преломления – схема Кречманна. Обычно в качестве материала, обеспечивающего распространение плазмонов, используется золото. Тем не менее, дисперсии золота и меди в ближней ИК-области, часто используемой в волоконных схемах, практически совпадают (рис. 4.1). Как результат, спектры отражения в схеме Кречмана на основе золота и меди также должны быть близки. В литературе встречаются экспериментальные результаты, полученные с использованием медных пленок [44, 180], однако таких результатов относительно немного, что, вероятно, связано с меньшей химической стабильностью данного материала.



Рисунок 4.1. Дисперсия дейсвительной (а) и мнимой (б) частей диэлектрической проницаемости золота (красные линии) и меди (зеленые линии).

Разработки методов, альтернативных схеме Кречманна, зачастую направлены на использование оптических волокон. Одной из наиболее перспективных для приложений является схема на основе оптического волокна, содержащего в свой сердцевине наклонную брэгтовскую решетку, реализованная и исследованная в ряде недавних работ [23, 25, 181]. Во всех подобных работах в качестве металла используется золото, и лишь в работе [182] исследуется композит из медных наночастиц. В диссертации впервые теоретически исследована схема с использованием сплошного медного напыления, а также обработаны результаты эксперимента, реализованного на основе выработанных в диссертации.

Рассматриваемая система представляет собой кварцевый волоконный световод, состоящий из тонкой одномодовой сердцевины диаметром 8-9 мкм и светооотражающей оболочки с внешним диаметром 125 мкм, на которую нанесена металлическая пленка толщиной 30-60 нм (рис 4.2). На участке сердцевины волоконного световода длиной около 10 мм записана периодическая структура в виде наклонной брэгговской решетки с углом наклона 9.5<sup>0</sup> по отношению к плоскости, перпендикулярной оси световода (см., например, [25, 183]). Оптический сигнал, распространяющийся по сердцевине световода, попадает на брэгговскую решетку, на которой происходит рассеяние света с возбуждением мод, распространяющихся в оболочке оптоволокна и взаимодействующих с металлической пленкой и внешней средой [184].



Рисунок 4.2. Схема плазмонного датчика показателя преломления на основе оптического волоконного световода, содержащего наклонную брэгговскую решетку.

Локализация моды сердцевины обеспечивается полным внутренним отражением от границы сердцевина-оболочка. Моды оболочки же испытывают полное внутреннее отражение от внешней границы оболочки. Это означает, что дисперсионные кривые мод оболочки лежат в области между световыми конусами, соответствующими внешней среде  $(\omega = ck / n_{\text{внеш}})$  и материалу оболочки (стекло,  $\omega = ck / n_{o6}$ ), см. рис. 4.3. Здесь  $n_{\text{внеш}}$  и  $n_{o6}$  – показатели преломления внешней среды и оболочки соответственно. Дисперсионная кривая моды сердцевины, в свою очередь, проходит между световыми конусами оболочки и сердцевины. В реальной системе коэффициент преломления сердцевины  $n_c$  отличается от  $n_{o6}$  на величину порядка  $5 \times 10^{-3}$ . Поэтому дисперсию моды сердцевины можно аппроксимировать дисперсией волны в материале волокна (стекле), пренебрегая отличием между оболочкой и сердцевиной:

$$w = ck_{\rm c} / n_{\rm c} \,, \tag{49}$$

где  $k_c$  – волновое число моды сердцевины.

Резонансное взаимодействие моды сердцевины с брэгговским зеркалом сводится к перебросу дисперсионной кривой на постоянную обратной решетки  $K = 2\pi / \Lambda$ , где  $\Lambda$  – период брэгговской решетки. Волновое число K в 2 раза больше волнового числа моды сердцевины, испытывающей брэгговское отражение (условие Брэгга):  $2\pi / \Lambda = 2 \cdot 2\pi n_c / \lambda$ , или  $\lambda = 2n_c\Lambda$ ) (рис 4.3, красная штриховая линия). Частота, соответствующая пересечению полученной кривой с дисперсионной кривой моды, бегущей по сердцевине в обратном направлении (показана синей линией на рис. 4.3), есть частота брэгговского отражения в моду сердцевины. На этой частоте наблюдается резкий минимум

коэффициента прохождения (вблизи  $\lambda = 1573$  нм на рис. 4.4). Сказанное означает, что волновое число *K* в 2 раза больше волнового числа моды сердцевины, испытывающей брэгговское отражение (условие Брэгга). Зная длину волны брэгговского резонанса, находим постоянную обратной решетки:

$$K = 2\frac{2\pi n_c}{\lambda_{E_p}},\tag{50}$$

На более высоких частотах (меньших длинах волн) кривая последовательно пересекает различные моды оболочки, что соответствует системе провалов в спектре прохождения (рис. 4.4) [184].



Рис. 4.3. Взаимодействие мод на языке дисперсионных кривых. Красная линия соответствует дисперсионной кривой сердцевины; темная область заполнена дисперсионными кривыми мод оболочки здесь k<sub>z</sub> – тангенциальная компонента волнового вектора, *ω<sub>bp</sub>* – частота брэгговского резонанса, *ω<sub>oб</sub>* – область частот, в которой расположены резонансы, связанные с оболочечными модами.



Рисунок 4.4. Спектр прохождения через оптическое оптоволокно, содержащее брэгговскую решетку с наклоном 9.5° в своей сердцевине, помещенное в воду. Диаметры сердцевины и оболочки 9±1 мкм и 125±1 мкм, показатели преломления  $n_{o\bar{o}} = 1.445 \pm 0.001, n_c - n_{o\bar{o}} = (5\pm0.5) \times 10^{-3}$ , толщина металлической пленки 30-60 нм. Оптоволокно находится в воде.

Условие резонансного взаимодействия мод сердцевины и оболочки получается подстановкой волнового числа  $k_c = \omega n_c / c$  в условие переброса  $k_{of} = k_c - K$  ( $k_{of}$  – волновое число моды оболочки). Таким образом, в спектре прохождения моды сердцевины проявляются моды оболочки, волновое число которых связано с частотой соотношением

$$k_{of} = \omega n_c / c - K . \tag{51}$$

Для возбуждения плазмонного резонанса в системе на боковую поверхность волоконного световода был нанесен тонкий слой меди. Для нанесения использовался метод термического испарения металла в вакууме. С помощью специально разработанного механизма, в процессе напыления металла световод вращался вдоль своей оси, что обеспечивало равномерное осаждение по всей поверхности покрываемого участка оптического волокна.

При наличии металлического слоя на поверхности диэлектрического волновода происходит возбуждение отдельными оболочечными модами плазмонного резонанса на границе металл/внешняя среда. Результатом резонанса является существенное изменение

интенсивности поля вблизи этой границы и резкое уменьшение длины пробега соответствующих оболочечных мод.

Возбуждение плазмонного резонанса происходит при условии равенства волновых чисел оболочечной моды и плазмона:  $k_{o\delta} \approx \operatorname{Re} k_{n\pi}$ , где  $k_{n\pi} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_{M}}{\varepsilon_{M}+1}}$ . Равенство волновых чисел выполняется с точностью до ширины плазмонного резонанса:  $|k_{o\delta} - \operatorname{Re} k_{n\pi}| < \operatorname{Im} k_{n\pi}$ . В пределах этой ширины находится несколько оболочечных мод. Их резонансное взаимодействие с модой сердцевины гасится в результате поглощения, и система провалов в спектре прохождения моды сердцевины размывается, образуя «перетяжку» (рис. 4.5). Это позволяет определить положение плазмонного резонанса.



Рис. 4.5. Интенсивность сигнала, прошедшего через оптоволокно, содержащее наклонную брэгговскую решетку с наклоном 9.5° в своей сердцевине, покрытое слоем меди толщиной 33 нм. Оптоволокно находится в изопропиловом спирте.

Изменение внешнего показателя преломления приводит к смещению положения плазмонного резонанса и, как следствие, к смещению перетяжки в спектре прохождения. Смещение перетяжки может быть использовано для определения внешнего показателя преломления с точностью до 10<sup>-4</sup>. Заметим, что ширина плазмонного резонанса на медной пленке составляет примерно 10 нм, что совпадает с характерной шириной плазмонных

резонансов, полученных при использовании золотой пленки (см. например [25]). Таким образом, плазмонный резонанс на медной пленке, нанесенной на оптическое волокно, оказывается достаточно узким, что позволяет ожидать высокой точности измерения показателя преломления.

Для исследования поведения плазмонного резонанса при химической деградации медной пленки были проведены измерения спектра прохождения в разные моменты времени в течение нескольких часов после нанесения пленки. Измерения проводились при погружении участка световода с медной пленкой в концентрированный раствор изопропилового спирта. В промежутках между измерениями сенсор находился в воздухе. Существенное изменение спектра происходило за время порядка 2–3 часов после нанесения пленки (рис 4.6). В течение этого времени наблюдается уширение резонанса с небольшим сдвигом вправо по оси длин волн [184].



Рисунок 4.6. Спектральная зависимость интенсивности света, прошедшего через оптоволокно, содержащее наклонную брэгговскую решетку с наклоном 9.5° в своей сердцевине, покрытое слоем меди, толщиной 33 нм. Сплошная синяя, штриховая красная и пунктирная зеленая кривые получены, соответственно, через 35, 205 и 395 минут после нанесения медной пленки. Измерения спектра проводились при погружении волокна в изопропиловый спирт.

Для анализа наблюдаемых эффектов были численно определены верхняя и нижняя огибающие спектров на рис. 4.6. Разность значений, соответствующих этим огибающим, дает представление о параметрах плазмонного резонанса – его частоте и ширине (рис. 4.7).



Рисунок 4.7. Профиль плазмонного резонанса на меди, толщиной 33 нм. Сплошная синяя кривая – сигнал, измеренный через 35 минут после напыления, штриховая красная кривая – сигнал, измеренный через 205 минут и пунктирная зеленая кривая – сигнал, измеренный через 395 минут.

Уширение плазмонного резонанса в процессе деградации медной пленки связано с ростом потерь, которые могут быть вызваны рассеянием волны на неоднородностях, образующихся в результате окисления меди. Качественное описание процесса деградации медной пленки возможно путем сравнения параметров плазмонного резонанса (частоты и ширины) с аналогичными параметрами, рассчитанными для схемы Кречманна. Чтобы это сравнение было корректным, сканирование длины волны в схеме Кречманна должно сопровождаться одновременным изменением угла падения  $\theta$  таким образом, чтобы тангенциальное волновое число падающего луча  $k_0 \sin \theta$  было равно волновому числу оболочечной моды, определенной по формуле (51), т.е.  $k_0 \sin \theta = 2\pi n_c / \lambda - K$ , где *K* находится по формуле (50). Коэффициент отражения, соответствующий табличным

значениям диэлектричной проницаемости меди [185], показан синей кривой на рис. 4.8. Сравнение синих кривых на рис. 4.7 и 4.8 показывает, что расчет неплохо предсказывает экспериментально наблюдаемое положение плазмонного резонанса и его ширину.

Для описания наблюдаемого со временем уширения плазмонного резонанса (штриховая красная и пунктирная зеленая кривые на рис. 4.7) в расчете была увеличена мнимая часть диэлектрической проницаемости меди. Независящая от частоты мнимая добавка к диэлектрической проницаемости, равная 25*i*, позволила описать наблюдаемое двукратное увеличение ширины резонанса (штриховая красная кривая на рис. 4.8). Описание дальнейшего размытия резонанса потребовало увеличения мнимой части диэлектрической проницаемости меди вплоть до значения действительной части, что может соответствовать нарушению однородности слоя в следствии неоднородности процесса окисления меди.

Естественно, в отсутствие плазмонной перетяжки работа датчика становится невозможной. По результатам наблюдений, характерное время эффективного функционирования датчика с медным напылением составило примерно 200 минут при проведении измерений с применением изопропилового спирта [184]. Очевидно, что полученное характерное время зависит от условий и окружающей среды, в которых проводился эксперимент. Тем не менее, временя жизни медной пленки может быть увеличено, например, путем нанесения тонкого полимерного покрытия или стойкого к химическому воздействию металлического покрытия.



Рисунок 4.8 Коэффициент отражения для схемы Кречманна с медной пленкой. Сплошная синяя кривая соответствует табличной дисперсии меди, штриховая красная и пунктирная

зеленая кривые – увеличению мнимой части диэлектрической проницаемости меди на 25 и на 80, соответственно.

Таким образом впервые наблюдался и был исследован плазмонный резонанс на однородной медной пленке, нанесенной на боковую поверхность волоконного световода с наклонной брэгговской решеткой. По изменению спектральных характеристик плазмонного резонанса изучена динамика деградации слоя меди. Экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими расчетами. основанными на предположении неравномерного разрушения медного покрытия, например, вследствие его окисления или частичного растворения. Время деградации пленки, естественно, зависит от окружающей среды, в которой проводились измерения.

#### 4.3 Внутрирезонаторная спазерная спектроскопия

#### 4.3.1. Поверхностная спазерная спектроскопия

Поверхностные плазмоны оказываются крайне чувствительны к диэлектрической проницаемости внешней среды. Обычно плазмонные схемы используются для определения действительной части диэлектрической проницаемости. В то же время, изменение мнимой части диэлектрической проницаемости слабо изменяет положение плазмонного резонанса, и потому измерение мнимой части крайне трудно осуществить в рамках классической схемы Кречманна. В данном разделе предложен новый метод спазерной внутрирезонаторной спектроскопии, обладающий высокой чувствительностью к поглощению [186].

Итак, рассмотрим квантовый генератор поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) на плоской металлической поверхности (рис. 4.9) [187, 188]. Благодаря высокой степени локализации эти плазмон-поляритоны эффективно взаимодействуют с частицами молекулами), расположенными металлической поверхности. (атомами или на Распространяясь по поверхности, плазмоны ведут себя также, как обычные электромагнитные волны в трехмерном пространстве, и аналоги обычных оптических устройств, такие как резонаторы, могут быть созданы для плазмонов. ППП зеркала могут быть выполнены в виде периодических наборов канавок, ребер или наборов частиц, образуя брэгговскую решетку на поверхности металла [189-191]. Два таких зеркала образуют резонатор для поверхностных плазмонов. Моды этого резонатора могут быть усилены с помощью нанесенных на поверхность металла инверсно населенных двухуровневых систем – квантовых точек, молекул красителя и др. Благодаря сильному ближнепольному возбуждению энергия квантовых точек резонансно переходит в ППП вместо излучения в свободное пространство [167]. Накачка, превышающая пороговое значение, приводит к генерации ППП.



Рисунок 4.9 Схема поверхностного спазерного спектроскопа. Периодические возмущения поверхности металла, выполненные в виде системы канавок, ребер или наночастиц, образуют резонатор для плазмонной моды, которая усиливается за счет взамодействия с квантовыми точками (красные сферы). Расстояние между "зеркалами" составляет около 300 нм.

Помещение поглощающей молекулы в резонатор может привести к срыву генерации. Чувствительность системы к потерям внутри резонатора становится значительно выше, чем чувствительность обычной плазмонной спектроскопии. Это можно объяснить, во-первых, многократным прохождением плазмонных волн через образец, во-вторых, легкостью срыва ППП генерации в случае, если система находится вблизи порога генерации. Высокая чувствительность к потерям открывает путь для развития новой плазмонной спектроскопии. В некотором смысле предлагаемый метод является аналогом внутрирезонаторной лазерной спектроскопии – одного из самых чувствительных методов оптической спектроскопии [192]. Тем не менее, эти методы сильно отличаются.

В отличие от обычных электромагнитных волн плазмоны подвержены сильному затуханию. В результате плазмонные резонаторы обладают низкой добротностью и щирина линии резонатора становится больше, чем ширина линии активной среды. Это приводит к естественному отличию ППП генератора от обычного лазера с высокочастотным резонатором. Для последнего применимо модовое приближение, которое позволяет избавиться от координаты в уравнениях, описывающих систему. В рамках этого приближения считается, что генерация происходит на собственных модах пассивного резонатора. Ниже будет показано, что в случае ППП генератора, генерирующие моды не являются модами пассивного резонатора, а возникают в результате добавления в систему активной среды. Это понятно, так как в отсутствие активной среды в достаточно большом резонаторе потери ничего не оставляют от плазмона, распространяющегося между зеркалами. Высокий уровень накачки необходим для того, чтобы усиление плазмона превзошло омические потери.

В результате активная среда вносит существенные изменения в свойства системы, и стандартное модовое приближение не применимо. Более того, в большом резонаторе неочевидно, на какой из мод будет происходить лазирование. В принципе, может быть разработан многомодовый подход, который бы учитывал дисперсию активной среды. Работа над этим методом лежит за пределами данной работы.

Вместо этого мы решаем соответствующую пространственную задачу вдоль оси резонатора (ось *x*). Тем не менее, мы избавляемся от координаты, перпендикулярной поверхности металла (ось *z*). Так, хотя зависимость амплитуды поля от продольной координаты *x* меняется с добавлением активной среды, поперечное распределение поля  $\zeta(z)$  остается эванесцентным и имеет тот же вид, что и у плазмона в пассивном резонаторе. Оно подчиняется уравнению  $d^2\zeta/dz^2 + (\varepsilon(z)k_0^2 - q^2)\zeta = 0$ , где  $k_0 = \omega_0/c$  и *q* – волновые числа волны в свободном пространстве и плазмона соответственно. Они связаны между собой, как  $q^2 = k_0^2 \varepsilon/(1+\varepsilon)$ , где  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$  – диэлектрическая проницаемость маталла на частоте перехода активной среды (квантовой точки)  $\omega_0$ , диэлектрическую проницаемость диэлектрика считаем равной 1. Из-за потерь в металле волновое число *q* становится комплексным. Для описания системы с учетом поглотителя воспользуемся системой уравнений Максвелла-Блоха в виде, полученном в Разделе 1.3 (уравнения (11)).

96

Для описания системы воспользуемся уравнений Максвелла Блоха в виде системы аналогичной системе уравнений 12 (см. глава 1):

$$-e''(x,t) - q^{2}e(x,t) - \frac{i}{c^{2}} \left\langle \frac{\partial \left(\varepsilon(\omega_{0})\omega_{0}^{2}\right)}{\partial \omega_{0}} \right\rangle \dot{e}(x,t) = 4\pi k_{0}^{2} p + 4\pi k_{0}^{2} p_{s},$$
(52a)

$$\dot{p}(x,t) + \frac{1}{T_2} p(x,t) = \frac{i}{\hbar} |d_{12}|^2 \,\mu e(x,t) n(x,t), \qquad (526)$$

$$\dot{n}(x,t) + \frac{n(x,t) - n_0}{T_1} = \frac{iw}{\hbar} \left( e^*(x,t) p(x,t) - e(x,t) p^*(x,t) \right),$$
(52B)

$$\dot{p}_{S}(x,t) + \left(i(\omega_{0S} - \omega_{0}) + \frac{1}{T_{2S}}\right) p_{S}(x,t) = \frac{i}{\hbar} |d_{12S}|^{2} \mu e(x,t) n_{0S}, \qquad (52r)$$

Здесь e(x,t) – амплитуда поля, p(x,t) – поляризация активной среды, n(x,t) – инверсия населенности активной среды. Мода поля нормирована на фактор  $w = \int \zeta^2(z) dz$ . Степень локализации плазмона может быть легко оценена в случае, тонкого активного слоя:  $\mu = \zeta^2(0)/w$ . Это применимо, в частности, к CdSe (кадмий селен) квантовым точка, которые могут иметь размер несколько нанометров. Обозначения  $T_1$  и  $T_2$  означает продольные и поперечные времена жизни квантовой точки,  $n_0$  – параметр накачки, которые в дальнейшем будет считаться однородным вдоль поверхности резонатора. Также использованы обозначения  $\langle \partial (\varepsilon \omega^2) / \partial \omega \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \partial (\varepsilon' \omega^2) / \partial \omega |_{\omega=\omega_0} \zeta^2(z) dz / w$ . Заметим, что без учета дисперсии  $\partial \varepsilon' / \partial \omega_0$  (металлическая дисперсия)  $\langle \partial (\varepsilon \omega^2) / \partial \omega \rangle \sim \langle \varepsilon' \rangle$  вместо полного выражения  $\langle \partial (\varepsilon \omega^2) / \partial \omega \rangle = 2\omega_0 \langle \varepsilon' \rangle + \omega_0^2 \langle \partial \varepsilon' / \partial \omega_0 \rangle$ . В отсутствии потерь  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ , поэтому учет дисперсии металла при работе с плазмонами неизбежен.

Поглощающий образец, который взаимодействует с ППП генератором может быть описан, как двухуровневая система с отрицательной накачкой,  $n_{0S} < 0$ . Для дальнейшего упрощения задачи пренебрежем эффектами насыщения поглощающего образца, то есть будем считать, что инверсия населенности не зависит от поля,  $n_S = n_{0S}$ . Так процесс поглощения описывается только переменной, отвечающей за поляризацию  $p_S(x,t)$ .

Уравнение (52г) учитывает отстройку частоты перехода образца и квантовой точки  $\omega_{0S}$  и  $\omega_0$ .

Динамическая система нелинейных уравнений (52) была решена численно. При выбранных параметрах было численно найдено стационарное решение. Зависимость стационарной интенсивности ППП генерации от уровня накачки  $n_0$  показано на рисунке 4.10. Характерное распределение поля внутри резонатора (вставка на рисунке 4.10) означает реализацию одномодового режима [187].



Рисунок 4.10 Интенсивность ППП генерации, усредненная по плазмонному резонатору (в безразмерных единицах), в отсутствие (непрерывная кривая) и при наличии (пунктирная кривая) поглотителя в зависимости от уровня накачки  $n_0$ . Последний нормирован на пороговое значение  $n_{\rm th}$ . На вставке показано распределение поля внутри резонатора.

Система уравнений (52)выведена для случая точки (KT), квантовой взаимодействующей с поверхностным плазмоном. В общем случае квантовые точки обладают разными размерами и, следовательно, разными частотами излучения, что приводит к неоднородному уширению линии. Предположим, что возбуждение плазмонов разными КТ происходит независимо. В этом случае, спектральная линия ППП генератора может быть получена за счет сканирования частоты перехода КТ,  $\omega_0$ . Допусти также, что распределение квантовых точек по частотам перехода является гауссовым с некоторой центральной частотой  $\tilde{\omega}_0$ . Тогда уровень инверсной населенности определяется простым выражением  $n_0(\omega_0) = ND_0 \exp\left(-\left(\omega_0 - \tilde{\omega}_0\right)^2 / 2\sigma^2\right) / \left(\sqrt{2\pi}\sigma T_2\right)$ , где N – поверхностная плотность квантовых точек, а  $D_0$  – инверсная населенность единичной КТ. Так при

сканировании частоты необходимо варьировать уровень накачки  $n_0$ . Принимая данный факт во внимание численно была решена система уравнений (52) при каждом значении  $\omega_0$ до достижения стационарного состояния. Так был получен спектр ППП генерации. В отсутствии поглотителя, спеектр ППП генерации имеет максимум на центральной частоте  $\tilde{\omega}_0$  (кривая 1 на рисунке 4.11а). Слабый узкополосный поглотитель приводит к возникновению провала в спектре генерации (кривая 2 на рисунке 4.11а), в то время, как сильный поглотитель способен полностью подавить ППП генерацию в определенной частотной области (кривая 3 на рисунке 4.11а). Все такие кривые, формируют область, в которой амплитуда генерации не равна нулю, и эта область изображена на рисунке 4.11б) [187].



Рисунок 4.11. а) Спектр ППП генерации в отсутствие (линия 1) и при наличии (линия 2 и 3) поглощающего образца. б) Область ненулевой амплитуды генерации, построенная координатах частоты и уровня потерь. Уровень потерь задается как отношение уровня потерь  $|d_{12S}|^2(-n_{0S})$  к уровню накачки  $|d_{12}|^2 n_0$ .

Хотя лазерная генерация является существенно нелинейным процессом, порог генерации может быть определен в рамках линейного приближения. Так, нестабильность в лазере развивается из малых амплитуд поля, тогда как нелинейность, связанная с эффектом насыщения, предотвращает расходимость интенсивности поля. Линейное приближение позволяет описывать активную среду, посредством введения эффективной диэлектрической проницаемости с отрицательной мнимой частью [142]. Линейное приближение подразумевает пренебрежение зависимостью инверсной населенности

активной среды от поля и поляризации,  $n(x,t) = n_0(x)$ . В дальнейшем будем рассматривать распространение единичной плазмонной волны с частотой  $\omega$  и волновым числом k, так что  $e(x,t) = e_0 \exp(i(kx - \delta \cdot t))$  ( $\delta = \omega - \omega_0$  – отстройка частоты). Исключение переменных p и  $p_s$ , пропорциональных экспоненте  $\exp(-i\delta \cdot t)$ , из системы уравнений (52) приводит к следующему соотношению:

$$k^{2}(\omega) = q^{2}(\omega_{0}) - \frac{\delta}{c} \left\langle \frac{\partial \left(\varepsilon(\omega_{0})\omega_{0}^{2}\right)}{\partial \omega_{0}} \right\rangle + \frac{i\alpha k_{0}^{2}}{1/T_{2} - i\delta} + \frac{i\alpha_{s}k_{0}^{2}}{1/T_{2s} - i\delta_{s}},$$
(53)

здесь  $\alpha = 4\pi\mu |d_{12}|^2 n_0 / \hbar$ ,  $\alpha_s = 4\pi\mu_s |d_{12s}|^2 n_{0s} / \hbar$ , и  $\delta_s = \omega - \omega_{0s}$ . Принимая во внимание плазмонную дисперсию  $q^2(\omega) = k_0^2 \varepsilon(\omega) / (1 + \varepsilon(\omega))$  может быть получена эффективная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_{eff} = k^2 / k_0^2$ :

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{\alpha}{\delta + i/T_2} + \frac{\alpha_s}{\delta_s + i/T_{2s}}.$$
(54)

Таким образом, накачка создает частотный диапазон, в котором эффективная диэлектрическая проницаемость обладает отрицательной мнимой частью (толстые линии на рисунке 4.12), тогда как поглощающий образец приводит к возникновению дополнительных потерь в этой области (тоникие линии на рисунке 4.12).



Рисунок 4.12 Эффективная диэлектрическая проницаемость при наличии активной среды, в отсутствии (толстые линии) и при наличии поглощающего образца (тонкие линии).

 $\operatorname{Re} \varepsilon_{e\!f\!f}$  и  $\operatorname{Im} \varepsilon_{e\!f\!f}$  показаны соответственно непрерывными и пунктирными линиями.

Для определения условий порога генерации воспользуемся методикой, описанной в работе [142]. Собственные моды системы определяются условием резонанса, подразумевающим, что волна не изменит своей амплитуды при круговом прохождении резонатора длинной d:  $r^2 \exp(2ik_0 d \sqrt{\varepsilon_{eff}}) = 1$ . В случае, когда размер резонатора достаточно велик, основные потери имеют омическую природу, в то время как потерями на отражение от стенок резонатора можно пренебречь:  $r \approx 1$ . Тогда последнее выражение принимает следующий вид:

$$\exp\left(2ik_0 d\sqrt{\varepsilon_{eff}}\right) = 1, \tag{55}$$

или, что тоже самое,

$$\operatorname{Im}\left[k_{0}\sqrt{\mathcal{E}_{eff}}\right] = 0, \qquad (56a)$$

$$\operatorname{Re}\left[k_{0}d\sqrt{\varepsilon_{eff}}\right] = \pi n \,. \tag{566}$$

Уравнения (56а) и (56б) определяют кривую на комплексной плоскости частот и точки на ней (рисунок 4.13). Эти точки относятся к комплексным собственынм модам, а те из них, которые расположены в верхней полуплоскости  $\text{Im } \omega > 0$ , соответствуют лазирующим модам [142]. Условие лазирования (56а) представляет условие компенсации омических потерь в металле за счет усиления от квантовых точек. Фазовое лазерное условие (56б) описывает дискретные моды и аналогично условию Фабри-Перо с учетом дисперсии активной среды.

Если размер резонатора велик по сравнению с длиной волны, что характерно для случая классических (макроскопических) лазеров, лазирующие частоты расположены близко друг к другу так, что их дискретностью можно пренебречь. В этом случае появление кривой, определяемой амплитудным услвоием (56а), в верхней полуплоскости комплексных частот может считаться условием начала лазерной генерации. В случае нанолазера за счет его малого размера необходимо принимать во внимание оба условия (56а) и (56б) для того, чтобы отследить дискретность лазерных частот. В отсутствие активной среды и поглощающего образца кривая, определенная выражением (56а), находится в нижней полуплоскости комплексных частот. То же самое относится и к собственным модам (толстая линия с пустыми кругами на ней, рисунок 4.13). Собственные частоты, находящиеся в верхней полуплоскости, соответствуют экспоненциальному росту со временем решения линеаризованной системы уравнений

(52). Этот рост в конечном итоге ограничен нелинейными эффектами насыщения, так что собственные частоты смещаются на действительную ось. Тем не менее, для описания нелинейных эффектов требуется более сложная теория. В рамках линейного приближения может быть лишь предстказано начало генерации. Описываемая методика позволяет расчитать область параметров, в которой происходит генерация (рисунок 4.11б). Она прекрасно совпадает с результатом численного решения системы (52) [187].



Рисунок 4.13 Собственные частоты на комплексной плоскости. Те из них, которые находятся в верхней полуплоскости частот, соответствуют модам, для которых выполнено условие генерации.

### 4.3.2. Спазерная спектроскопия с субволновым пространственным разрешением

В предыдущем разделе предложен новый метод высокочувствительной поверхностной спектроскопии. В данном разделе предлагается развитие этого метода, на основе которого может быть создан прибор, измеряющий спектр поглощения с субволновым пространственным разрешением. Этот прибор должен использовать генератор плазмонов на малой наночастице, т.е. спазер. Фактически ППП лазерная и спазерная спектроскопия могут стать первыми приложениями плазмонных генераторов.

Предлагаемое устройство основано на спазере, генерирующем плазмоны на металлическом острие [193]. Благодаря фокусирующим свойствам острия [194],

анализируемый нанообъект эффективно взаимодействует с полем плазмонной моды, концентрирующимся на острие иглы, и способен резонансно поглощать поле плазмона. Плазмонная мода резонатора возбуждается активной средой, например, квантовой точкой. Поэтому данный процесс аналогичен взаимодействию образца с лазерной модой в методе внутрирезонаторной лазерной спектроскопии.

Плазмонное лазирование потенциально способно создавать значительно большие интенсивности поля, чем в распространенных сканирующих оптических безапертурных ближнепольных микроскопах (СОББМ), так как генерация плазмонов происходит непосредственно на игле, благодаря безизлучательным переходам в активной среде, а не за счет внешней волны. Более того, спазер может задействовать "темные моды", что в схеме СОББМ в принципе невозможно.

Схема для практической реализации предлагаемого метода предложена на рис. 4.14. ближнепольных геометрия типична для устройств типа сканирующего ближнепольного микроскопа и допускает существование плазмонных мод. Например, можно использовать сужающееся диэлектрическое волокно с запыленным металлом концом. Мода, распространяющаяся по металлической игле, локализована между острием иглы и металл-диэлектрической поверхностью. Так формируется резонатор плазмонной моды. Активная среда может быть реализована в виде набора квантовых точек, нанесенных на иглу, в результате чего формируется спазер. Для накачки таких квантовых точек может использоваться ультрафиолетовый диапазон, в результате исследуемый образец не подвержен паразитной засветке, присущей традиционным схемам СОББМ. Поле, усиленное острием (рис. 4.15), эффективно взаимодействует с исследуемым образцом. Локализация поля, от которой зависит пространственное разрешение, определяется радиусом кривизны острия иглы. Детектирование сигнала либо осуществляется посредством спектрального анализа света, рассеянного системой по принципам СОББМ, либо за счет анализа излучения, туннелирующего в оптоволокно, согласованное со спазером [193].



Рисунок 4.14 Принципиальная схема спазерного спектроскопа. Красным цветом изображены квантовые точки, черным цветом – исследуемый образец, серым цветом – металлическая игла, находящаяся на конце волокна (зеленый цвет).



Рисунок 4.15 Распределение электрического поля вблизи острия. Пересечение пунктирных линий указывает на оптимальное положение образца.

В классических методах лазерной спектроскопии спектр анализируемого образца либо сканируется с помощью перестройки узкой лазерной линии, либо проявляется в виде провалов в спектре многомодового лазера [195]. В схеме, основанной на спазере, ширина линии генерации довольно велика за счет сильных шумов, связанных с большим поглощением в металле. Так как время жизни плазмонной моды меньше, чем время поперечной релаксации квантовой точки  $T_2$ , ширина линии плазмонной генерации

(спазирования) определяется в основном  $T_2^{-1} \sim 10^{12} \Gamma \mu$ . Линии поглощения молекул обычно меньше этой величины. Ниже будет показано, что каждая спектральная линия образца приводит к возникновению провала в спектре однородно уширенной линии генерации спазера. Неоднородное уширение, возникающие за счет различия в частоте перехода разных квантовых точек, может привести к уширению линии генерации плазмона до ширины плазмонной линии. Однако характерная ширина линии излучения отдельной квантовой точки при комнатной температуре превышает типичные значения неоднородного уширения линии. Поэтому для демонстрации работы устройства мы учтем только однородное уширение.

В большинстве работ, посвященных традиционной лазерной спектроскопии, квантовые флуктуации параметров лазера не учитываются [195], или учитываются в упрощенном феноменологическом виде [196]. Наиболее распространенная схема использует многомодовый лазер, спектр которого состоит и набора узких часто расположенных линий, некоторые ИЗ которых подавляются при добавлении поглощающего образца. В качестве альтернативы используют одномодовый лазер с перестраиваемой рабочей частотой. Это позволяет осуществлять сканирование спектра поглощения исследуемого образца. Во всех этих случаях учет квантовых шумов не требуется. В нашем случает необходимо применить одномодовое приближение, а также учесть шумы, возникающие вследствие высоких потерь в металле, приводящие к однородному уширению линии генерации. Одномодовое приближение может быть применено при правильном выборе плазмонной моды. Хотя металлическая игла имеет серию плазмонных резонансов с разными частотами, частота генерации определяется частотой перехода квантовых точек, а волновой вектор определяется расстоянием между иглой и исследуемой поверхностью (см. рис. 4.15). Учет однородного уширения необходим, так как спектр исследуемого образца должен находиться в пределах спектра спазирования, чья ширина полностью определяется шумом. Согласно флуктуационнодиссипативной теореме, источником шума является источник потерь, т.е. металлический плазмонный резонатор.

Взаимодействие плазмонного лазера с атомами анализируемого вещества, поглощающими излучение в некоторой узкой полосе в пределах линии генерации, приведет к появлению провала в спектре генерации. Для описания динамики спазера

воспользуемся уравнениями Максвелла-Блоха в той же форме, как и раньше, но с добавлением шумовой функции *F*(*t*) [193]:

$$\dot{a} = -a / \tau_a - i\Omega\sigma - i\Omega_s\sigma_s + F(t),$$
  

$$\dot{\sigma} = (i\delta - 1/T_2)\sigma + i\Omega aD,$$

$$\dot{D} = -(D - D_0) / T_1 + 2i\Omega(a^*\sigma - \sigma^*a),$$
  

$$\dot{\sigma}_s = (i\delta_s - 1/T_{2s})\sigma_s + i\Omega_s aD_s,$$
  

$$\dot{D}_s = -(D_s - D_{0s}) / T_{1s} + 2i\Omega_s(a^*\sigma_s - \sigma_s^*a).$$
(57)

Индекс «S» обозначает переменные, относящиеся к исследуемому образцу. Наличие поглощения анализируемым образцом означает  $D_{0s} < 0$ . Значения времен релаксации могут варьироваться в широких пределах. В расчете использовались значения  $T_{1s} \sim 0.5 \cdot 10^{-12} \text{ c}$ ,  $T_{2s} \sim 10^{-12} \text{ c}$ . Взаимодействие спазера с атомом определяется перекрытием поля плазмона с образцом, находящимся вблизи острия:  $\Omega_s = \sqrt{\mu_s \omega / 8\hbar W}$ ,  $\mu_s = \int |\mathbf{d}_{12s}^* \cdot \mathbf{E}|^2 \mathcal{N}_s dV / \int \mathcal{N}_s dV \sim |\mathbf{d}_{12s}|^2 \mathbf{E}^2|_s$  (последний множитель означает интенсивность поля в месте расположения образца). При расчете распределения поля вблизи острия, последнее аппроксимировалось параболоидом вращения. Поскольку его радиус кривизны  $\rho \sim 20$  нм много меньше длины волны, поле рассчитывалось в статическом приближении путем перехода к параболической системе координат. Это поле приближению «сшивалось» с полем плазмона металлического цилиндра путем приравнивания амплитуды поля на границе металл/вакуум. Фактически, постоянная  $\Omega_s$  подстраивается вертикальным движением иглы и является свободным параметром (рис. 4.16).



Рисунок 4.16. Константа взаимодействия спазера с 20 атомами ( $D_0 = -20$ ), как функция а)

вертикальной, б) горизонтальной координаты. Координаты меняются вдоль пунктирных линий на рис. 4.15.

Численное решение системы уравнений (57) позволяет вычислить спектр генерации Было проведено численное моделированеие системы уравнений (57), шумовая функция моделировалась численно. В результате было вычислено среднее по времени значение  $\langle a^*(t)a(t'-t)\rangle|_t$ . На основе полученной корреляционной функции согласно теореме Винера-Хинчина был найден спектр генерации спазера [193]. При слабом взаимодействии спазера с поглотителем (игла на большом расстоянии от образца), провал также оказывается слабым (зеленая линия рис 4.17). Рост константы взаимодействия приводит к росту провала (синяя линия рис 4.17). В конце концов провал начинает уширяться (черная линия рис 4.17), что приводит к уменьшению его глубины и спектральной чувствительности. В результате существует оптимальное положение иглы спектроскопа, которое соответствует максимальной глубине провала спектра (рис 4.17) [193]. Можно также использовать «добротность» провала.



Рисунок 4.17. Спектр лазирования (красная линия), и его деформации при взаимодействии с образцом (красная, зеленая и синяя линия), отвечающие разным константам взаимодействия Ω<sub>s</sub> = 0.5 · 10<sup>12</sup>, 1.7 · 10<sup>12</sup> и 5 · 10<sup>12</sup> s<sup>-1</sup>, соответственно.

Вычисления показывают, что прибор способен зарегистрировать несколько десятков атомов. Пространственное разрешение прибора может быть оценено с помощью

(рис. 4.16 б). Пространственное разрешение данного прибора по порядку величины совпадает с радиусом кривизны иглы спектроскопа 20 нм. Влияние атомов, находящихся вне оптимальной области, может быть оценено с помощью графиков на рис. 4.18, поскольку величина  $\Omega_s$  описывает взаимодействие образца с иглой в независимости от направления смещения образца. В результате возникает интересный эффект. Когда игла находится очень близко к исследуемой поверхности, то область, создающая оптимальный провал в спектре, образует окружность. Внутри этой окружности образец оказывает сильный спектрально выраженный эффект.





Цветные точки соответствуют цветам спектров на рис. 4.17

#### 4.3.3. Спазерная спектроскопия на основе графена

Существенное увеличение чувствительности спазерной спектроскопии можно ожидать в системах, поддерживающих распространение плазмонов с низкими потерями. Одной из лучших систем в этом отношении является графен. Этот двумерный материал обеспечивает высокую подвижность носителей [29]. Использование полевого эффекта позволяет обеспечить низкие потери на частотах вплоть до ближнего ИК [30]. В сочетании с этим, отрицательная эффективная диэлектрическая проницаемость вдоль слоя графена приводит к существованию плазмонов со свойствами (длиной распространения и степенью локализации) [31], намного превосходящими таковые в металлических системах.
С одной стороны, высокая локализация дает возможность создания сенсоров с высокой чувствительностью. С другой стороны, локализация означает экстремально большие значения волновых чисел, что создает трудности в возбуждении плазмонов падающей волной. В результате большинство предложенных датчиков использует гибридные системы, включающие графен и металл, с возбуждением плазмонов по методу Кречманна [197, 198]. Этого недостатка лишена схема, использующая метод возбуждения плазмона ближним полем квантовых точек. Показано, что наличие активной среды приводит к дополнительному увеличению чувствительности метода благодаря увеличению длины свободного пробега плазмона.

В качестве модельной системы, реализующей метод спазерной спектроскопи на основе графена, рассмотрим чешуйку графена, находящуюся вблизи усиливающей среды (системы квантовых точек) с инверсией населенностей, поддерживаемой некогерентной накачкой (рис. 4.19). Активная среда безызлучательно, своим ближним полем, возбуждает плазмонную моду, и этот процесс доминирует над излучением дальних полей из-за сильной локализации плазмонов [167]. При достаточной интенсивности накачки возможен переход к когерентной генерации плазмонов, но при этом достаточно добавления малого поглощения, чтобы генерация на частоте поглощения оказалась подавлена. Таким образом, вблизи порога генерации система имеет чрезвычайно высокую чувствительность к добавлению в резонатор частиц (атомов, молекул, кластеров), имеющих поглощение на частоте генерации.



Рисунок 4.19 Схематичное изображение сенсора на основе спазера на графене

Чувствительность метода была бы бесконечной, если бы кривая генерации имела идеальный порог (штриховая линия на рис. 4.20). Однако в реальной системе шумовые процессы размывают порог, ограничивая чувствительность метода. Особенно сильны эти процессы в генераторах плазмонов на поверхности металла, где усиление метода поверхностной спазерной спектроскопии не превосходит 10<sup>2</sup>.

Графеновый спазер отличается от спазера на основе металла. Плазмонная мода графена может обладать большим временем жизни при высокой степени локализации [199]. В металле сильная субволновая фокусировка поля всегда сопряжена с высокими омическими потерями, поэтому осуществление когерентной генерации в такой системе требует высоких уровней накачки, а порог генерации достаточно сильно размывается квантовыми шумами [200]. В то же время, высокая добротность графенового спазера позволяет получить ярко выраженный порог генерации, что, как будет показано ниже, необходимо для высокой чувствительности метода внутрирезонаторной спазерной спектроскопии.

Спазер на основе наночешуйки графена подробно рассматривался в работе [201]. Моделирование генерации с учетом системы плазмонных мод наночешуйки размером порядка 50 нм показало, что возможен одномодовый режим генерации. Поэтому для простейшего анализа рассмотрена одномодовая модель спазера. Оценим чувствительность по аналогии с классической лазерной спектроскопией, где она максимальна на пороге генерации. При этом максимум чувствительности не может быть получен в полуклассическом подходе, учитывающем только вынужденное излучение. Необходимо рассматривать шумы в лазерной системе, особенно существенные в окрестности порога. Учтем шумы, связанные со спонтанным излучением усиливающей среды в плазмонную моду. Для оценки чувствительности воспользуемся системой скоростных уравнений, учитывающей спонтанное излучение [14]:

$$\dot{n} + \gamma n = \Omega(n+1)D, \qquad (58)$$
$$\dot{D} + (D - D_0)/T_1 = -\Omega(n+1)D.$$

Здесь n – число плазмонов, D – инверсная населенность активной среды,  $D_0$  – параметр накачки активной среды,  $\gamma$  – декремент затухания плазмонной моды,  $T_1$  – время продольной релаксации активной среды,  $\Omega$  – константа взаимодействия активной среды и

плазмонной моды, которая может быть легко вычислена из параметров активной среды и геометрии системы.

Для анализа эффективности работы датчика естественно рассмотреть стационарный режим генерации. Полагая в уравнениях (58) производные  $\dot{n} = 0$  и  $\dot{D} = 0$  и исключая D, найдем

$$D_0(n) = \gamma n \left(\frac{1}{\Omega(n+1)} + T_1\right).$$
<sup>(59)</sup>

Кривая генерации,  $n(D_0)$ , показана на рис. 4.20а) (красная сплошная линия). Из этой кривой видно наличие порога, который несколько размыт, по сравнению с расчетом без учета спонтанного излучения (штриховая линия на рис. 4.20а).



Рис. 4.20 а) Зависимость интенсивности генерации от параметра накачки (красная кривая).
При увеличении потерь на 15% (оранжевая кривая) порог смещается в область большего параметра накачки (число возбужденных атомов). Штриховыми линиями показаны кривые без учета вклада спонтанного излучения. б) Зависимость коэффициента усиления *ξ* от параметра накачки (красная кривая). Максимум коэффициентов усиления находится на пороге генерации (черная вертикальная линия). Серой пунктирной линией построена кривая усиления без учета спонтанного излучения. Она стремится к бесконечности при приближении к порогу генерации.

Попадание молекулы в резонатор приводит к увеличению потерь  $\gamma$ . В результате кривая деформируется, как показано оранжевой и синей линиями на рис. 4.20а.

Относительное изменение интенсивности генерации, определяющее чувствительность метода, максимально вблизи порога (сравните красную и оранжевую кривые на рис. 4.20а). Эта величина достигает бесконечности без учета спонтанного излучения и ограничена при его наличии.

Зная интенсивность генерации от интенсивности накачки, легко можно получить чувствительность к добавлению в резонатор образца (молекулы, атома). Определим чувствительность как отношение изменения интенсивности детектируемого сигнала в предлагаемом методе к изменению интенсивности сигнала в "однопроходной" схеме при добавлении малых потерь.  $\xi \sim \frac{dn_{GICAS}}{dn_{SPS}}$ . Это определение находится в полном согласии с

классическим определением чувствительности ICLAS [195]:

$$\xi = \frac{dn_{GICLAS} / n_{GICLAS}}{dn_{SPS} / n_{SPS}}.$$
(60)

Гипотетическая однопроходная схема, которую мы используем в качестве опорной, выглядит следующим образом. Плазмон пробегает по поверхности металла расстояние, равное размеру L чешуйки графена, и испытывает затухание  $n_{SPS} = n_0 \exp(-k"L) (k" - k"L)$ мнимая часть волнового числа). Это затухание усиливается при добавлении малых потерь  $\partial k$ ". В интенсивность прошедшей результате волны меняется  $n_{SPS_{-\partial\gamma}} = n_0 \exp\left(-\left(k"+\partial k"\right)L\right)$ . Разница сигналов  $dn_{SPS} = n_{SPS_{-\partial k"}}$  при наличии и в отсутствие дополнительных потерь  $\partial k$ ", нормированная на интенсивность прошедшей волны  $n_{SPS}$ , является чувствительностью опорной схемы  $dn_{SPS} / n_{SPS} = \partial k'' L$ . Удобно выразить мнимую часть волнового вектора k" через временной декремент затухания  $\gamma$  и групповую скорость  $\upsilon_{gr}$ , которые могут быть вычислены из дисперсионного соотношения для плазмонов графена  $q = \sqrt{i\omega\varepsilon/2\pi\sigma(\omega) + \varepsilon(\omega/c)^2}$ . В интересующем нас спектральном лиапазоне дисперсия плазмона хорошо описывается моделью Друде  $\sigma(\omega) = ie^2 E_F / \pi \hbar^2 (\omega + i\tau^{-1})$  [199]. Не сложно показать, что  $\partial k'' = \partial \gamma / \upsilon_{gr}$ . В результате находим относительное изменение интенсивности опорной однопроходной схемы:

$$\frac{dn_{SPS}}{n_{SPS}} = \frac{L}{v_{gr}} d\gamma .$$
<sup>(61)</sup>

Перейдем к рассмотрению спазирующей системы. Расчет  $dn_{GICLAS} / n_{GICLAS}$  был проведен на основе скоростных уравнений. Для упрощения обозначений далее будем считать,  $n_{GICLAS} \equiv n$ . Для вычисления чувствительности  $\xi = \frac{dn / n}{dn_{SPS} / n_{SPS}} = -\frac{\upsilon_{gr}}{L} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \gamma}$ заметим, что при условии постоянной накачки,  $D_0 = \text{const}$ , интересующая нас производная может быть найдена как  $\frac{\partial n}{\partial \gamma} = -\frac{\partial D_0 / \partial \gamma}{\partial D_0 / \partial n}$ . В результате получаем (сплошная красная линия рис 4.20б):

$$\xi = \frac{\nu_{gr}}{L\gamma} \left( 1 + \frac{n}{\Omega T_1 \left( n + 1 \right)^2 + 1} \right).$$
(62)

Заметим, что без учета спонтанного излучения мы бы получили выражение:  $\xi = \frac{\upsilon_{gr}}{L\gamma} \left( 1 + \frac{1}{\Omega T_1 n} \right)$ , которое расходится (серая пунктирная линия рис 4.20б) при стремлении к нулю числа плазмонов в резонаторе  $n \to 0$ , то есть при приближении к порогу генерации. Величина групповой скорости  $\upsilon_{gr}$  может быть вычислена из дисперсии плазмонов графена.

Далее найдем величину накачки  $D_0$ , максимизирующую  $\xi$ . Эта величина находится вблизи порога и определяется из условия  $\frac{\partial \xi}{\partial D_0} = \frac{\partial \xi / \partial n}{\partial D_0 / \partial n} = 0$ , что дает  $\Omega T_1 (n^2 - 1) = 1$ . Выражая отсюда *n* и подставляя в  $\xi$ , получим:  $\xi_{\text{max}} = \frac{v_{gr}}{L\gamma} (1 + \sqrt{1 + (\Omega T_1)^{-1}})/2$ , или

$$\xi_{\max} \approx \frac{\nu_{gr}}{L\gamma} \frac{1}{2\sqrt{\Omega T_1}} \,. \tag{63}$$

Чтобы определить возможные границы чувствительности, выразим  $\Omega$  через пороговую накачку  $D_{th} = \gamma / \Omega$ . Возможные значения  $D_{th}$  ограничены числом активных атомов  $D_{th} < N_0$ . Поэтому

$$\xi_{\max} < \frac{\upsilon_{gr}}{L\gamma} \frac{\sqrt{N_0}}{2\sqrt{\gamma T_1}}.$$
(64)

В эту величину входит "спазерный" и "резонаторный" вклад усиления по сравнению с однопроходной схемой, варианты которой реализованы в уже предложенных схемах [197, 198]. Плазмонный механизм усиления определяется сильной локализацией электромагнитного поля в непосредственной близости от графена. Сам по себе плазмонный механизм усиления чувствительности открывает широкие возможности для создания детекторов поглощения. Предлагаемый нами метод многократно повышает чувствительность и без того весьма чувствительной плазмонной схемы.

Использование в качестве спазера графеновой чешуйки нанометровых размеров позволяет одновременно с достижением сверхвысокой чувствительности внутрирезонаторной спазерной спектроскопии, продемонстрированной в предыдущих разделах, достичь и высокого пространственного разрешения. Система состоит из графеновой чешуйки и квантовых точек, аналогично рассмотренной выше схеме. Чешуйка может быть прикреплена к игле сканирующего зондового микроскопа. В такой системе исследование анализируемых молекул, кластеров, наноструктур осуществляется ближним полем плазмона, возбужденного в графеновой чешуйке. Пространственное разрешение в предлагаемом методе порядка радиуса графеновой чешуйки.

Заметим, что для создания спазера на основе графена необходимо повышать уровень уровень Ферми электронов в графене выше нуля (точки Дирака). Для этого нужно увеличить концентрацию электронов, что обычно достигается либо легированием донорными примесями, либо использованием полевого эффекта, что требует подключения электродов. Активная среда также может быть реализована разными способами. Первый подход заключается в использовании молекул красителя или квантовых точек. Такой подход подразумевает оптическую накачку, то есть освещение всей системы коротковолновым лазером. Второй подход заключается в использовании квантовых проводов и квантовых ям. Для них требуется электрическая накачка.

Наиболее важным для экспериментальной реализации метода является вопрос о детектировании спазерного спектра. Поскольку плазмоны на графене обладают очень высокой степень локализации, они слабо связаны с волнами в свободном пространстве. Как следствие, без высокочувствительного оптического спектроскопа измерение спектра окажется трудноосуществимым. Если резонатор для плазмона будет достаточно большим, то решить эту проблему можно нанесением брегговсокой решетки, которая свяжет волновые числа волны в свободном пространстве и плазмона. Если же плазмонный

114

резонатор будет достаточно мал, то в ближнее поле этого резонатора можно будет поместить квантовую яму, которая сыграет роль детектора.

Таким образом, предложен новый метод графеновой внутрирезонаторной лазерной спектроскопии. Показано, что добавление активной среды (квантовых точек) в резонатор позволяет довести величину усиления чувствительности сенсора до 600 при реалистичных параметрах. Проведена оценка резонаторного и лазерного вклада в чувствительность. Показано, что резонаторный вклад растет пропорционально добротности системы, в то время, как лазерный растет как корень из добротности. Предложенный метод обладает большим потенциалом для применения.

## 4.4 Лазирование, индуцированное резонансным поглощением

Обычно предполагается, что увеличение потерь в лазере приводит к уменьшению интенсивности излучения и, в итоге, к прекращению лазирования. С другой стороны, точно так же принимается факт того, что с ростом накачки увеличивается интенсивность излучения. Подобное наивное представление о работе лазера происходит из примитивных одномодовых скоростных уравнений, часто применяющихся для описания работы лазера. Тем не менее, поведение лазера может быть много более сложным. В частности, недавно было предсказано теоретически, что увеличение накачки в лазере с пространственно неоднородным распределением усиливающей среды может привести к прекращению лазерной генерации [202]. Поведение особых точек в системе взаимодействующих лазеров было в деталях исследовано в [203]. Выключение лазера было экспериментально продемонстрировано в системе связанных микродисков [204] и в паре активных RLCконтуров [205]. Наконец. недавней экспериментальной работе было В продемонстрировано противоположное явление: авторы сообщили, что при добавлении пространственно распределенных потерь может увеличиться интенсивность лазерного излучения [206].

Обычно моды лазера формируются из резонансов (квазистационарных состояний) пассивной системы. Лишь недавно было показано, что низкодобротные резонаторы с пространственно неоднородным распределением усиления обладают новым классом лазерных мод, которые нельзя связать с резонансами пассивной системы [207].

В данном разделе показано, что увеличение потерь в лазерной системе может сопровождаться переходом к лазерной генерации [208]. В отличие от эксперимента [206],

пространственная неоднородность лазерной системы в нашей конфигурации не требуется. Явление лазирования индуцированного резонансным поглощением связано не с геометрией резонатора, а с частотной дисперсией среды. В рамках формализма матрицы рассеивания найдено данное явление в простой системе, состоящей из плоского слоя, одновременно содержащего усиливающую и поглощающую среды. Добавление поглощающей среды с узкой линией поглощения приводит к появлению новых квазистационарных состояний системы, которые могут начать лазировать при увеличении потерь.

Хотя лазерная генерация является существенно нелинейным процессом, условие порога генерации может быть найдено в линейном приближении. В этом случае усиливающая среда описывается диэлектрической проницаемостью с отрицательной мнимой частью, означающей инверсию населенностей квантовых излучателей созданную накачкой. Порог генерации при этом соответствует первому полюсу S-матрицы изучаемой системы, расположенному на действительной частоте. Этот полюс представляет решение уравнений Максвелла без падающего на систему поля. В отсутствие накачки все полюса системы расположены в нижней полуплоскости на комплексной плоскости частот, что соответствует экспоненциальному затуханию во времени собственных решений без падающего поля. При определенном уровне усиления полюс оказывается на действительной оси частот. При дальнейшем увеличении накачки полюс окажется в верхней полуплоскости, что указывает на появление лазерной нестабильности с зависимостью от времени пропорциональной  $exp(Im \omega t)$ . В конечном счете, лазерные колебания выходят на стационарный режим, и экспоненциальный рост оказывается подавлен насыщением активной среды.

Хотя описываемое в дальнейшем явление удобнее наблюдать в такой системе как спазер, для упрощения рассмотрения исследуем слой вещества, одновременно содержащий усиление и потери. Диэлектрическая проницаемость описывается двумя лоренцевскими членами:

$$\varepsilon(k) = \varepsilon_0 + \frac{2f_A k_A \gamma_A}{k_A^2 - k^2 - 2ik\gamma_A} - \frac{2f_G k_G \gamma_G}{k_G^2 - k^2 - 2ik\gamma_G},\tag{65}$$

где  $\varepsilon_0$  – проницаемость «холодной» среды резонатора без накачки и потерь. Собственные числа S-матрицы плоского слоя толщины *L* при нормальном падении равны

$$s_{\pm} = T \pm R = \frac{\left(\exp(iknL) \pm r\right)\left(1 + r\exp(iknL)\right)}{1 - r^2\exp(2iknL)},\tag{66}$$

где  $n = \sqrt{\varepsilon}$  – показатель преломления вещества слоя и r = (1-n)/(1+n) – коэффициент отражения от полубесконечной среды. Полюса обоих собственных чисел совпадают и возникают при выполнении условия

$$1 - r^2 \exp(2inkL) = 0.$$
 (67)

Отметим, что если r имеет полюс, то все выражение (66) конечно. Если уравнение (67) выполнено для действительной частоты k, оно определяет порог лазерной генерации. Также как уравнение (55), выражение (67) может быть переписано в виде двух отдельных уравнений:

$$Re[2inkL + 2Ln r] = 0,$$

$$Im[2inkL + 2Ln r] = 2\pi m,$$
(68)

где  $\ln r = \ln |r| + i \operatorname{Arg} r$  является комплексным логарифмом. Первое из этих двух уравнений представляет собой амплитудное условие генерации. Когда оно выполняется, усиление в системе достаточно для того, чтобы скомпенсировать потери внутри резонатора и потери на излучение. Второе условие представляет собой фазовое условие генерации. Когда оно выполнено, волна, распространяющаяся внутри резонатора, приобретает набег фазы  $2\pi m$  при прохождении между стенками.

На рисунке 4.21а показана эволюция полюсов S-матрицы плоского слоя с низкой добротностью при изменении накачки. Кривые, изображенные на рисунке, получены решением фазового условия генерации (68). Все полюса пассивной системы без накачки расположены в нижней полуплоскости комплексных частот, что отвечают диссипативному отклику системы. Когда в систему добавляется усиление на частоте  $k_{g}$ , полюса меняют свое положение. Более важно, что появляется новая система полюсов, расположенных на окружности вокруг комплексной частоты активной среды  $k_{g} - i\gamma_{g}$ .



Рисунок 4.21 а) Положение полюсов S-матрицы для низкодобротного резонатора с L=2.25 мкм. б) То же, для резонатора с L=10 мкм.

S-матрицы, Фактически, данные полюса связанные присутствием с диспергирующей (усиливающей, равно как и поглощающей) среды, представляют колебания двухуровневых излучателей, затухающие составляющих среды. Диспергирующее слагаемое в (65) имеет полюс при  $k = k_G - i\gamma_G$  ( $k = k_A - i\gamma_A$ ). Этот полюс диэлектрической проницаемости (не S-матрицы!) отвечает объемным колебаниям классических осцилляторов внутри неограниченной лоренцевской среды. Когда же среда какой-либо геометрией, полюс становится ограничена ЭТОТ расшепляется на последовательность полюсов, И комплексная частота собственных колебаний лоренцевских осцилляторов становится точкой сгущения полюсов [208].

В случае высокодобротного резонатора, изображенного на рис. 4.216, увеличение накачки активной среды сдвигает полюса пассивного резонатора вверх, в сторону действительно оси, и на пороге генерации мода пассивного резонатора начинает лазировать. Возвращаясь к рис. 4.21а, мы видим, что в случае низкодобротного резонатора ситуация иная: полюса, связанные дисперсией активной среды, появляются на плоскости частот *ближе* к действительно оси, нежели расположены полюса пассивной системы. Эти полюса точно так же могут достигать оси действительных частот и формировать лазерные моды. Как видно из рисунка, при  $f_g = 0.5$  все полюса все еще расположены в нижней полуплоскости. Далее, при  $f_G = 1$  лазерная генерация еще не происходит, но часть амплитудной кривой находится в верхней полуплоскости. При определенных частотах в системе достаточно энергии для того, чтобы поддерживать лазирование. Однако, генерация не происходит, т.к. фазовое условие (68) не выполнено. Мы будем называть такое состояние системы «перекачанным».

После достижения перекачанного состояния при  $f_G = 1$  возможны два сценария, показанные на рис. 4.22. Если увеличивать накачку активной среды еще больше, (рис. 4.22а), полюса S-матрицы в конечном счете пересекут ось действительных частот, что приведет к началу лазерной генерации. Однако существует другой способ достичь генерации без дальнейшего увеличения накачки. Чтобы это сделать, мы добавляем в резонатор поглощающую среду с узкой линией  $\gamma_A << \gamma_G$  на центральной частоте  $k_A$ , немного отстроенной от частоты активной среды. Как и в случае с усиливающей средой, добавление поглощения с лоренцевской дисперсией приводит к появлению на комплексной плоскости новой системы полюсов. Для очень узкой линии поглощения эти полюса расположены близко к оси действительных частот вокруг комплексной частоты  $k = k_A - i\gamma_A$ . Рис. 4.226 показывает положение полюсов при уровне поглощения  $f_A = 2$ . По меньшей мере один полюс оказывается в верхней полуплоскости, указывая на начало лазерной генерации. В данном случае, именно поглощающая среда позволяет добиться выполнения фазового условия генерации (68).



Рисунок 4.22 а) Положение полюсов S-матрицы при  $f_G = 1.2.6$ ) Положение полюсов при  $f_G = 1$  и  $f_A = 2$ . Полюс в верхней полуплоскости означает лазерную генерацию. в) Область лазерной генерации в пространстве параметров усиления и поглощения.

На рис. 4.22в изображены области перекачки и лазерной генерации. Отрицательный наклон кривой, разделяющей эти две области, иллюстрирует факт, что лазирования можно добиться путем увеличения потерь. Другая интерпретация этого рисунка состоит в том, что порог генерации уменьшается с ростом потерь в системе.

Более подробно проанализируем траекторию полюса, отвечающего за явление ЛИП, полагая, что усиление зафиксировано на уровне  $f_G = 1$ . Полюс, чья траектория показана на рис. 4.23, начинает свое движение из точки сгущения полюсов, расположенной на частоте  $k = k_A - i\gamma_A$ , как указывалось выше. При  $f_A = 0.5$  полюс пересекает ось действительных частот и происходит начало лазерной генерации. При  $f_A = 3.5$  полюс достигает верхней точки траектории и начинает двигаться вниз. Наконец, при  $f_A = 10$  полюс возвращается в нижнюю полуплоскость. Однако, до того как это происходит, другой полюс входит в верхнюю полуплоскость, так что генерация не останавливается, но происходит на другой моде.



Рисунок 4.23 Траектория движения полюсов S-матрицы для случая лазирования индуцированного потерями при уровне накачки  $f_G = 0.5$ . Черный квадрат обозначает точку конденсации полюсов, с которой полюса начинают движения. Численный значения на графике обозначают силу поглощения на соответствующей точке траектории.

Фабри-Перо резонатор, проанализированный выше, является не лучшим кандидатом для экспериментальной проверки лазирования, индуцированного потерями. Проведенный анализ применим только для нормального падения, в то время как в эксперименте лазирование может начаться под ненулевым углом при меньшей частоте накачки. Фактически в верхней полуплоскости комплексных частот всегда есть полюса, соответствующие остаточно большим углам падения. При начале лазирования этих мод инверсная населенность окажется продавленной и это существенно повлияет на моду, распространяющиеся по нормали. Для того, чтобы избежать этой трудности рассмотрена альтернативная лазерная система co сферическим резонатором. Рассмотрена диэлектрическая наночастица, одновременно содержащая активную и поглощающую среду, описываемая уравнением (65). Лазерные моды такой наночастицы определяются как сингулярности в коэффициентах Ми. Благодаря сферической симметрии системы анализ лазирующих мод в зависимости от угла не требуется.

С точностью до константы собственные значения S-матрицы сферической частицы радиуса *R* являются коэффициентами рассеяния Ми:

$$a_{m} = \frac{n\psi_{m}(nx)\psi'_{m}(x) - \psi_{m}(x)\psi'_{m}(nx)}{n\psi_{m}(nx)\xi'_{m}(x) - \xi_{m}(x)\psi'_{m}(nx)|}$$

$$b_{m} = \frac{\psi_{m}(nx)\psi'_{n}(x) - n\psi_{m}(x)\psi'_{m}(nx)}{\psi_{m}(nx)\xi'_{n}(x) - n\xi_{m}(x)\psi'_{m}(nx)}$$
(69)

где x = kR,  $\psi_n(x)$  и  $\xi_n(x)$  являются функциями Рикатти-Бесселя. По аналогии со случаем слоя каждое собственное значение имеет набор полюсов в комплексной плоскости частот и появление полюса в верхней полуплоскости означает начало лазирования. Для того чтобы проанализировать поведение полного набора лазерных мод, мы исследовали сечение рассеяния частицы:

$$Q_{sc} = 2\pi \sum_{m=1}^{\infty} \left( (2m+1) \left( |a_m|^2 + |b_m|^2 \right) \right) / k^2$$
(70)

Область лазирования найдена, в координатах параметров потерь и накачки, найдена, соответствует наличию хотя бы одного полюса в верхней полуплоскости. Заметим, что когда два и более полюсов выходят в верхнюю полуплоскость частот, лазерная система демонстрирует режим конкуренции мод или более сложный многомодовый режим. В таких режимах решение с нулевым полем становится неустойчивым, поэтому лазирование начинается в любом случае. Рисунок 4.24 отображает область генерации в пространстве параметров накачки и потерь для сферического лазера. В отсутствие потерь лазирование наступает при уровне накачки  $f_G = 2$ . Добавление узкополосного поглотителя приводит к появлению дополнительных полюсов. Эти полюса с увеличением поглощения выходят в верхнюю полуплоскость, что видно на рис. 4.24 как отрицательный наклон кривой, разделяющей область наличия и отсутствия лазирования. Таким образом можно заключить, что явление лазирования, индуцированного потерями, является универсальным и может быть реализовано в лазерной системе в независимости от геометрии [208].



Рисунок 4.24 Область лазирования в пространстве параметров накачки и потерь в случае сферического резонатора с радиусом  $R = 1 \mu m$ . Диэлектрическая проницаемость материала сферы  $\varepsilon_0 = 4$ . Накачка имеет максимум на частоте  $k_G = 1.9 \mu m^{-1}$  и имеет ширину линии  $\gamma_G = 0.1 \mu m^{-1}$ . Поглощение имеет максимум на частоте  $k_A = 2 \mu m^{-1}$  и ширину линии

$$\gamma_A = 0.1 \gamma_G$$

Таким образом, в данном разделе теоретически показано, что увеличение поглощения в лазерной системе с однородным распределением усиливающей и поглощающей среды может привести к очень необычному поведению. Мы наблюдаем, что, если лазер находится в перекачанном состоянии, т.е. таком, что усиление превосходит потери, но система не лазирует, то увеличение поглощения с узким резонансом ведет к началу лазерной генерации. Данный эффект возникает из-за дополнительных полюсов S-матрицы системы, связанных с собственными затухающими колебаниями квантовых осцилляторов диспергирующей среды. Описанный в работе эффект является устойчивым относительно расстройки частот накачки и поглощения. Теоретически показано, что предсказываемый эффект может наблюдаться как в плоской, так и в сферической геометрии. Данный эффект может найти применение при создании сенсора.

## 4.5 Усиление гигантского комбинационного рассеяния (SERS) с помощью поверхностной волны фотонного кристалла

Стремительное развитие SERS методов принесло очень важные практические результаты и обусловлено значительным (несколько порядков) усилением эффекта комбинационного рассеяния света. Усиление рамановского рассеяния достигает 10<sup>10</sup>–10<sup>14</sup> [57]. Точное теоретическое объяснение наблюдаемого эффекта до сих пор должным образом не проведено. Однако можно выделить два ключевых механизма, по которым происходит усиление. Первый механизм – это химическое усиление, возникающее за счет взаимодействия исследуемого вещества с поверхностью [209]. Второй механизм – электродинамический, заключающийся в локальном увеличении интенсивности электромагнитного поля, взаимодействующего с исследуемым веществом [57]. Локальное увеличение интенсивности поля происходит за счет возбуждения поверхностных плазмонов. Электродинамический механизм приводит к усилению рамановского рассеяния для любых веществ, в независимости от их химических свойств, поэтому исследованию этого механизма посвящено множество работ.

Большой интерес к SERS возникает также из-за прикладного значения рамановской спектроскопии. SERS методы находят свое применение при создании сенсоров единичных молекул. Наибольший интерес к SERS возникает благодаря возможности создания сенсоров сложных органических молекул на основе этого метода. Возможности современной диагностики заболеваний на ранних стадиях во многом зависят от способности обнаружить органические вещества в очень низких концентрациях. Именно SERS спектроскопия способна обеспечить необходимую чувствительность [210, 211].

В данном разделе предложен метод усиления рамановской спектроскопии, который сочетает в себе не только высокую эффективность, но и простоту экспериментальной реализации [212]. Предлагаемая здесь схема состоит из призмы, фотонного кристалла (ФК) и плазмонных наночастиц, расположенных на поверхности ФК (рис 4.25). Свет падает на поверхность ФК через призму. Угол падения, частота и параметры ФК подбираются так, чтобы на границе ФК/вакуум было выполнено условие существования поверхностной волны [213]. Поверхностная волна усиливает локальную интенсивность поля на границе ФК/вакуум, где расположены плазмонные наночастицы. В результате значительно повышается эффективность возбуждения плазмонов, и если исследуемое



вещество поместить вблизи наночастицы, можно ожидать существенного усиления эффекта комбинационного рассеяния.

Рисунок 4.25 Схема для усиления эффекта СЕРС. На поверхность ФК наносится плазмонная наночастица (желтый эллипс). Свет падает на поверхность ФК, возбуждая поверхностную волну, которая в свою очередь возбуждает плазмонный резонанс. В результате рамановского рассеяния на смещенной частоте возбуждаются поверхностные плазмоны на наночастицах, которые в свою очередь излучают дальние поля в свободное пространство (рыжая линия) и разрешенную зону ФК (зеленая линия), а также поверхностную волну ФК (красные стрелки).

Для наблюдения SERS обычно используют усиление поля вокруг плазмонной частицы на частоте плазмонного резонанса. Обычно металлические (золотые) частицы с прикрепленными к ним исследуемыми молекулами наносятся на диэлектрическую подложку. Влияние диэлектрической подложки на свойства поверхностных плазмонов изучались экспериментально [214]. Было показано, что подложка влияет на частоту и добротность плазмонного резонанса, поэтому ее необходимо учитывать. В настоящей работе предлагается замена подложки на слой фотонного кристалла, что должно привести к значительному увеличению эффективности взаимодействия падающей волны с плазмонной наночастицей за счет резонансного возбуждения поверхностной волны ФК, приводящей к локальному увеличению интенсивности электромагнитного поля. Для этого исходный сигнал под определенным углом пропускается через призму и ФК. Угол

падения и параметры ФК должны удовлетворять определенным требованиям, а именно условиям возбуждения поверхностной волны.

Известно, что на поверхности полубесконечного ФК на частотах, принадлежащих запрещенной зоне, может существовать поверхностная волна при условии равенства поверхностных импедансов волны в вакууме и блоховской волны ФК. Поле такой волны локализовано на поверхности, что достигается выполнением условия полного внутреннего отражения  $k_v > \omega/c$  в вакуме и наличием запрещенной зоны в ФК.

Поверхностные волны ФК можно наблюдать в эксперименте. При падении волны из вакуума через призму на ФК происходит туннелирование света через ФК и резонансное возбуждение ПВ. В спектре отражения от ФК возникает резонансное поглощение с добротностью  $Q \sim e^{2N \text{Im}[k_{bl}]}$ , связанное с поглощением внутри ФК (здесь N – число слоев ФК  $k_{bl}$  – блоховское волновое число поверхностной волны). Хотя максимум в распределении электромагнитного поля находится вблизи границы в пределах последней ячейки ФК, мощное усиление поля наблюдается и на поверхности ФК, куда наносятся золотые наночастицы.

Если частота поверхностной волны совпадает с частотой плазмонного резонанса, то усиление локальной интенсивности поля на плазмонной наночастице приведет к усилению поля самой частицы и, как следствие, к усилению возбуждения исследуемой частицей дипольной плазмонной моды металлического шарика на рамановской частоте. Плазмонные колебания на шарике приведут к излучению рамановской частоты во внешнее пространство по трем каналам излучения: поверхностная волна, разрешенная зона ФК и свободное пространство (рис 4.25).

При условии, что размер плазмонной частицы мал (d < 30nm), излучение окажется ослабленным с коэффициентом  $(kd)^3$ , где d – размер частицы, k – волновое число излучаемой волны. Так как волновое число поверхностной волны больше волнового числа волны в свободном пространстве ( $k_0 < k_{SW}$ ), то, при условии сохранения волнового числа, излучение в свободное пространство будет существенно ослаблено (рис 2a). Однако основная доля излучения уйдет в разрешенную зону ФК, так как волновое число поверхностной волны меньше, чем волновые числа блоховских волн одной из разрешенных зон ФК  $k_{SW} < k_{PB}$  (рис 4.26а, б). В эксперименте детектирование волн, которые идут вдоль слоев ФК, представляется сложной процедурой, поэтому предлагается

использовать плазмонные частицы большого размера *d* > 30*nm*. Использование таких частиц позволит детектировать излучение, выходящее в свободное пространство (рис 1), что удобно с точки зрения практического применения.



Рисунок 4.26 а) зонная структура фотонного кристалла. Голубым цветом построены разрешенные зоны, тонкая черная линия – "световой конус"  $k_0 = k_y$ , жирная черная линия – дисперсионная кривая поверхностной волны. б) Зонная структура в увеличенном масштабе. Зеленым точка соответствует поверхностной волне на исходной частоте. Красным цветом показаны каналы излучения рамановской частоты в ФК (волн с  $k_x < 0$ ).

Волны с  $k_x > 0$  излучаются в свободное пространство.

Перейдем к рассмотрению плазмонной наночастицы. Использование поля, локализованного на концах эллипсоидальных частиц, дает дополнительный выигрыш в усилении рамановского эффекта на 1-2 порядка [215], однако практическое применение находят в основном сферические наночастицы в силу простоты изготовления и использования. В связи с этим мы рассмотрели сферическую частицу.

Для оценки эффективности возбуждения плазмонной частицы поверхностными волнами воспользуемся простой моделью, в которой влияние частицы на поверхностную волну не учитывается. Кроме того предположим, что размер плазмонной частицы много меньше длины волны, то есть будем считать, что частица находится в однородном поле  $\vec{E}_{SW}$ . Для вычисления поля  $\vec{E}_{SW}$  мы воспользовались методом Т-матриц. Под действием поля  $\vec{E}_{SW}$  в металлической частице начнутся плазмонные колебания, которые в свою очередь создадут поле:

$$\vec{E}_P = 4\pi\alpha\vec{E}_{SW} \tag{71}$$

Величина  $\alpha$  – поляризуемость, для сферы радиуса r, помещенной в среду с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{ext}$  и находящейся во внешнем однородном поле известна:

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{np} - \varepsilon_{ext}}{\varepsilon_{nn} + 2\varepsilon_{ext}} r^3$$
(72)

Здесь  $\varepsilon_{np}$  – диэлектрическая проницаемость наночастицы. Для металлической частицы на границе фотонного кристалла и вакуума  $\varepsilon_{ext}$  не может быть определено однозначно. Однако влияние границы на практике приводит к изменению резонансной частоты плазмона, а также к слабому изменению добротности резонанса. Оказывается, что учет этих поправок возможен путем выбора некоторой эффективной диэлектрической проницаемости внешней среды  $\tilde{\varepsilon}_{ext}$ . Таким образом, выражение для усредненного по поверхности сферы поля принимает вид:

$$E_{ss}^{2} = 2 \left| \frac{\varepsilon_{np} - \tilde{\varepsilon}_{ext}}{\varepsilon_{np} + 2\tilde{\varepsilon}_{ext}} \right|^{2} E_{SW}^{2}$$
(73)

Для благородных металлов 
$$\left| \frac{\sigma_{np} - \sigma_{ext}}{\varepsilon_{np} + 2\tilde{\varepsilon}_{ext}} \right| \sim 100$$
, и:  
 $E_{ss}^2 = 2 \times 10^2 E_{SW}^2$  (74)

Зная значение локального поля можем перейти к вычислению коэффициента усиления. Для простейшей оценки усиления комбинационного рассеяния света достаточно воспользоваться формулой:

$$\xi = \frac{E_{ss}^2 E_{ss}'^2}{E_0^4} \tag{75}$$

 $E_0^2$  – интенсивность поля, освещающего систему на исходной частоте. Отношение  $E_{ss}^{\prime 2} / E_0^2$  означает усиление поля на рамановской частоте. Поскольку излучение на рамановской частоте регистрируется в свободном пространстве с учетом (3) находим, что:

$$\xi \sim 4 \times 10^4 \frac{E_{SW}^2}{E_0^2} \tag{76}$$

Без учета потерь отношение интенсивностей  $E_{SF}^2 / E_0^2$  растет в зависимости от числа слоев, так же, как добротность  $Q \sim e^{2N \operatorname{Im}[k_{bl}]}$ . Однако, учет потерь приводит к тому, что усиление поля имеет максимум в зависимости от числа слоев (рис. 4.27). Выбрав оптимальное количество слоев ФК, получаем усиление:  $E_{SF}^2 / E_0^2 \approx 10^3$ , и окончательно [212]:

$$\boldsymbol{\xi} \sim 4 \times 10^4 \times 10^3 \approx 4 \times 10^7 \tag{77}$$



Рисунок 4.27 Зависимость относительной интенсивности поля поверхностной волны фотонного кристалла ( $\varepsilon_1 = 3$ ,  $\varepsilon_2 = 2$ ,  $d_1 = \pi / (2k_0 \sqrt{\varepsilon_1})$ ,  $d_2 = \pi / (2k_0 \sqrt{\varepsilon_2})$ ) на границе ФК/вакуум. Потери задаются в виде эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{2eff} = 2 + 0.001i$ 

пространства с поверхностной волной. Методом Т-матриц был проведен численный расчет и вычислено оптимальное количество слоев ФК. Расчет показал, что коэффициент усиления SERS для сферической частицы при реалистичных параметрах, усиливается на три порядка 10<sup>3</sup>. Использование плазмонных наночастиц сложной формы позволит значительно повысить коэффициент усиления SERS. Взаимодействия плазмонных антенн сложной формы с поверхностными волнами ФК требует дальнейших исследований.

## Заключение

- Проведена классификация одномерных плазмонных фотонных кристаллов, элементарная ячейка которых состоит из пары слоев – металла и диэлектрика. Исследованы различные типы зонной структуры плазмонных фотонных кристаллов. Определены условия отрицательного преломления света, падающего на плазмонный фотонный кристалл.
- Исследована генерация плазмонов в параболической металлической канавке, на дне которой находятся квантовые точки. Определен порог генерации. Разработана модель для описания одномерного спазера. Предложен метод генерации плазмонных импульсов с терагерцовой частотой за счет добавления насыщаемого поглотителя в параболическую канавку.
- Исследован эффект Кречманна на поверхности металла, нанесенного на оптический световод, содержащий наклонную брэгговскую решетку. Проанализирована возможность использования реализованного в эксперименте световода в качестве датчика показателя преломления.
- Предложен метод внутрирезонаторной спазерной спектроскопии на основе одномерного спазера. Вычислена чувствительность внутрирезонаторной спазерной спектроскопии.
- 5. Предложен метод внутрирезонаторной спазерной спектроскопии поглощения с субволновым пространственным разрешением. Вычислен спектр генерации спазера. Показано, что взаимодействие спазера с небольшим количеством поглотителя приводит к возникновению провалов в спектре генерации.
- Исследована внутрирезонаторная спазерная спектроскопия на основе графена.
   Определена чувствительность спазерной внутрирезонаторной спектроскопии на основе графена.
- Предсказано контринтуитивное явление уменьшения порога генерации спазера при увеличении резонансных потерь. Этот эффект обусловлен дисперсией диэлектрической проницаемости поглотителя.

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю Дорофеенко Александру Викторовичу за создание плодотворных условий работы, постоянное научное руководство и моральную поддержку. Также автор выражает благодарность Виноградову Алексею Петровичу и Лозовику Юрию Ефремовичу за помощь при постановке задач и глубокое обсуждение результатов. Кроме того, автор выражает благодарность Шекоян Ланжу Антоновичу, который неоднократно помогал автору в поиске новых идей.

## Список литературы

1. Pendry J. B. Negative refraction makes a perfect lens // Physical Review Letters. – 2000. – V. 85, № 18. – P. 3966.

2. Engheta N. An idea for thin subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability // Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE. – 2002. - V. 1, No 1. - P. 10-13.

3. Lagarkov A., Kissel V. Near-perfect imaging in a focusing system based on a lefthanded-material plate // Physical Review Letters. – 2004. – V. 92, № 7. – P. 077401.

4. Liu Z., Lee H., Xiong Y., Sun C., Zhang X. Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects // Science. – 2007. – V. 315, № 5819. – P. 1686-1686.

5. Hojo H., Mase A. Dispersion relation of electromagnetic waves in one-dimensional plasma photonic crystals // J. Plasma Fusion Res. – 2004. – V. 80, № 2. – P. 89-90.

6. John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices // Physical Review Letters. – 1987. – V. 58, № 23. – P. 2486.

7. Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // Physical Review Letters. – 1987. – V. 58, № 20. – P. 2059.

 Zouhdi S., Dorofeenko A., Merzlikin A., Vinogradov A. Theory of zero-width band gap effect in photonic crystals made of metamaterials // Physical Review B. – 2007. – V. 75, № 3. – P. 035125.

9. Vabishchevich P., Shcherbakov M., Bessonov V., Dolgova T., Fedyanin A.
Femtosecond pulse shaping with plasmonic crystals // JETP Letters. – 2015. – V. 101, № 11-12.
– T. 885.

10. Christ A., Zentgraf T., Kuhl J., Tikhodeev S., Gippius N., Giessen H. Optical properties of planar metallic photonic crystal structures: Experiment and theory // Physical Review B. – 2004. – V. 70, № 12. – P. 125113.

11. Квантовая наноплазмоника. / Е.С. Андрианов, А.П. Виноградов, А.В. Дорофеенко, А.А. Зябловский, А.А. Лисянский, Пухов А. А. – Москва: Интеллект, 2015. – 368 с.

12. Kim J. T., Ju J. J., Park S., Kim M.-s., Park S. K., Lee M.-H. Chip-to-chip optical interconnect using gold long-range surface plasmon polariton waveguides // Optics Express. – 2008. – V. 16, № 17. – P. 13133-13138.

Andrianov E., Pukhov A., Dorofeenko A., Vinogradov A., Lisyansky A. Forced synchronization of spaser by an external optical wave // Optics Express. – 2011. – V. 19, № 25. – P. 24849-24857.

14. Bergman D. J., Stockman M. I. Surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation: quantum generation of coherent surface plasmons in nanosystems // Physical Review Letters. – 2003. – V. 90, № 2. – P. 027402.

15. Noginov M., Zhu G., Belgrave A., Bakker R., Shalaev V., Narimanov E., Stout S.,
Herz E., Suteewong T., Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser // Nature. – 2009.
– V. 460, № 7259. – P. 1110-1112.

16. Zheludev N. I., Prosvirnin S., Papasimakis N., Fedotov V. Lasing spaser // Nature Photonics. – 2008. – V. 2, № 6. – P. 351-354.

17. Kano H., Kawata S. Surface-plasmon sensor for absorption-sensitivity enhancement // Applied Optics. – 1994. – V. 33, № 22. – P. 5166-5170.

18. Kurihara K., Suzuki K. Theoretical understanding of an absorption-based surface plasmon resonance sensor based on Kretchmann's theory // Analytical Chemistry. – 2002. – V. 74, № 3. – P. 696-701.

19. Наноплазмоника. / Климов В. В. – Москва: Физматлит, 2009. – 480 с.

20. Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings. / Raether H. – Berlin: Springer Verlag, 1988.

21. Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред /. – Москва: Наука, 1985.

22. Kretschmann E. Decay of non radiative surface plasmons into light on rough silver films. Comparison of experimental and theoretical results // Optics Communications. – 1972. – V. 6, № 2. – P. 185-187.

23. Erdogan T. Cladding-mode resonances in short-and long-period fiber grating filters // JOSA A. – 1997. – V. 14, № 8. – P. 1760-1773.

24. Thomas J., Jovanovic N., Becker R. G., Marshall G. D., Withford M. J., Tünnermann A., Nolte S., Steel M. Cladding mode coupling in highly localized fiber Bragg gratings: modal properties and transmission spectra // Optics Express. – 2011. – V. 19, № 1. – P. 325-341.

25. Albert J., Shao L. Y., Caucheteur C. Tilted fiber Bragg grating sensors // Laser & Photonics Reviews. – 2013. – V. 7, № 1. – P. 83-108.

26. Shevchenko Y. Y., Albert J. Plasmon resonances in gold-coated tilted fiber Bragg gratings // Optics Letters. – 2007. – V. 32, № 3. – P. 211-213.

27. Sviridenkov E. A. Intracavity laser spectroscopy // Intracavity Laser Spectroscopy –International Society for Optics and Photonics, 1998. – P. 1-21.

28. Baev V., Sarkisov I., Sviridenkov E., Suchkov A. Intracavity laser spectroscopy // Journal of Soviet Laser Research. – 1989. – V. 10, № 1. – P. 61-85.

29. Novoselov K., Geim A. K., Morozov S., Jiang D., Grigorieva M. K. I., Dubonos S., Firsov A. Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene // Nature. – 2005. – V. 438, № 7065. – P. 197-200.

30. Zhang Y., Tan Y.-W., Stormer H. L., Kim P. Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene // Nature. – 2005. – V. 438, № 7065. – P. 201-204.

31. Bolotin K. I., Sikes K., Jiang Z., Klima M., Fudenberg G., Hone J., Kim P., Stormer
H. Ultrahigh electron mobility in suspended graphene // Solid State Communications. – 2008. –
V. 146, № 9. – P. 351-355.

32. Balandin A. A., Ghosh S., Bao W., Calizo I., Teweldebrhan D., Miao F., Lau C. N. Superior thermal conductivity of single-layer graphene // Nano Letters. – 2008. – V. 8, № 3. – P. 902-907.

33. Hwang E., Sarma S. D. Dielectric function, screening, and plasmons in twodimensional graphene // Physical Review B. – 2007. – V. 75, № 20. – P. 205418.

34. Introduction to infrared and Raman spectroscopy. / Colthup N.: Elsevier, 2012.

35. Meade R. D., Brommer K. D., Rappe A. M., Joannopoulos J. Electromagnetic Bloch waves at the surface of a photonic crystal // Physical Review B. – 1991. – V. 44, № 19. – P. 10961.

36. Виноградов А. П., Дорофеенко А. В., Мерзликин А. М., Лисянский А. А. Поверхностные состояния в фотонных кристаллах // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180, № 3. – С. 249-263.

37. Moskalenko V. V., Soboleva I. V., Fedyanin A. A. Surface wave-induced enhancement of the Goos-Hänchen effect in one-dimensional photonic crystals // JETP Letters. – 2010. – V. 91, № 8. – P. 382-386.

38. Vinogradov A. P., Dorofeenko A. V., Zouhdi S. On the problem of the effective parameters of metamaterials // Physics-Uspekhi. – 2008. – V. 51, № 5. – P. 485-492.

39. Виноградов А. П., Андрианов Е. С., Пухов А. А., Дорофеенко А. В., Лисянский А. А. Квантовая плазмоника метаматериалов: перспективы компенсации потерь при помощи спазеров // Успехи физических наук. – 2012. – Т. 182, № 10. – С. 1122-1130.

40. Andrianov E., Baranov D., Pukhov A., Dorofeenko A., Vinogradov A., Lisyansky A. Loss compensation by spasers in plasmonic systems // Optics Express. – 2013. – V. 21, № 11. – P. 13467-13478.

41. Ramakrishna S. A., Pendry J. B. Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain // Physical Review B. – 2003. – V. 67, № 20. – P. 201101.

42. Оптические свойства полупроводниковых квантовых точек. / Федоров А. В., Рухленко И. Д., Баранов А. В., Кручинин С. Ю. – Санкт-Петербург: Наука, 2011.

43. Kaputkina N., Lozovik Y. E. "Horizontal" and "vertical" quantum-dot molecules // Physics of the Solid State. – 1998. – V. 40, № 11. – P. 1929-1934.

44. Fontana E. Thickness optimization of metal films for the development of surfaceplasmon-based sensors for nonabsorbing media // Applied Optics. – 2006. – V. 45, № 29. – P. 7632-7642.

45. Plasmonics: fundamentals and applications. / Maier S. A.: Springer Science & Business Media, 2007.

46. Economou E. N. Surface Plasmons in Thin Films // Physical Review. – 1969. – V. 182, № 2. – P. 539.

47. Plasmonic nanoguides and circuits /. – Singapore: Pan Stanford Publishing Pte Ltd, 2009.

48. Kalkbrenner T., Ramstein M., Mlynek J., Sandoghdar V. A single gold particle as a probe for apertureless scanning near field optical microscopy // Journal of Microscopy. – 2001. – V. 202, № 1. – P. 72-76.

49. Okamoto K., Niki I., Scherer A., Narukawa Y., Mukai T., Kawakami Y. Surface plasmon enhanced spontaneous emission rate of InGaN/ GaN quantum wells probed by time-resolved photoluminescence spectroscopy // Applied Physics Letters. – 2005. – V. 87, № 7. – P. 071102.

50. Yang K. Y., Choi K. C., Ahn C. W. Surface plasmon-enhanced spontaneous emission rate in an organic light-emitting device structure: Cathode structure for plasmonic application // Applied Physics Letters. – 2009. – V. 94, № 17. – P. 173301.

51. Щербаков М. Р., Вабищевич П. П., Добындэ М. И., Долгова Т. В., Сигов А. С., Ванг Ч. М., Тсай Д. П., Федянин А. А. Плазмонное усиление линейного двулучепреломления и линейного дихроизма в анизотропных оптических метаматериалах // Письма в "Журнал экспериментальной и теоретической физики". – 2009. № 90. – С. 478-482.

52. Huang X., Jain P. K., El Sayed I. H., El Sayed M. A. Determination of the minimum temperature required for selective photothermal destruction of cancer cells with the use of immunotargeted gold nanoparticles // Photochemistry and photobiology. – 2006. – V. 82,  $N_{\rm P}$  2. – P. 412-417.

53. Juan M. L., Righini M., Quidant R. Plasmon nano-optical tweezers // Nature Photonics. – 2011. – V. 5, № 6. – P. 349-356.

54. Novotny L., Bian R. X., Xie X. S. Theory of nanometric optical tweezers // Physical Review Letters. – 1997. –V. 79, № 4. – P. 645.

55. Righini M., Volpe G., Girard C., Petrov D., Quidant R. Surface plasmon optical tweezers: tunable optical manipulation in the femtonewton range // Physical Review Letters. –  $2008. - V. 100, N_{2} 18. - P. 186804.$ 

56. Pockrand I., Swalen J. D., Gordon Ii J. G., Philpott M. R. Surface plasmon spectroscopy of organic monolayer assemblies // Surface Science. – 1978. – V. 74, № 1. – P. 237-244.

57. Tsang J. C., Kirtley J. R., Bradley J. A. Surface-Enhanced Raman Spectroscopy and Surface Plasmons // Physical ReviewLetters. – 1979. – V. 43, № 11. – P. 772-775.

58. Fang C., Brodoceanu D., Kraus T., Voelcker N. H. Templated silver nanocube arrays for single-molecule SERS detection // RSC Advances. – 2013. – V. 3, № 13. – P. 4288-4293.

59. Kretschmann E. Die Bestimmung optischer Konstanten von Metallen durch Anregung von Oberflachenplasrnaschwingungen // Z. Physik. – 1971. – V. 241. – P. 313-324.

60. Otto A. Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection // Z Physik. -1968. - V. 216. - P. 398-410.

61. Магнитные колебания и волны. / Гуревич А. Г., Мелков Г. А.: Физматлит, 1994.

62. Landau L. D., Lifshitz E. M. // Electrodynamics of Continuous Media. – 1960.

63. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J., Youngs I. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures // Physical review letters. – 1996. – V. 76, № 25. – P. 4773-4776.

64. Vinogradov A., Romanenko V., Sihvola A., Tretyakov S., Unrau U., Varadan V., Varadan V., Whites K. Artificial magnetics based on racemic helix inclusions // Proc. of 4th Intl. Conf. on Chiral, Bi-isotropic and Bi-anisotropic Media, CEIRAL. – V. 95 –, 1995. – P. 143-148.

65. Kostin M., Shevchenko V. Artificial magnetics based on double circular elements // Proc. Bianisotropics' 94 –, 1994. – P. 49-56.

66. Pendry J. B., Holden A. J., Robbins D. J., Stewart W. J. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1999. – V. 47, № 11. – P. 2075-2084.

67. Smith D. R., Schultz S., Markoš P., Soukoulis C. M. Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients // Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics. – 2002. – V. 65, № 19. – P. 1951041-1951045.

68. Chen X., Wu B. I., Kong J. A., Grzegorczyk T. M. Retrieval of the effective constitutive parameters of bianisotropic metamaterials // Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. – 2005. – V. 71,  $N_{2}$  4.

69. Menzel C., Paul T., Rockstuhl C., Pertsch T., Tretyakov S., Lederer F. Validity of effective material parameters for optical fishnet metamaterials // Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics. – 2010. – V. 81,  $N_{2}$  3.

70. Vinogradov A., Aivazyan A. Scaling theory for homogenization of the Maxwell equations // Physical Review E. – 1999. – V. 60, № 1. – P. 987.

71. Виноградов А., Мерзликин А. К вопросу о гомогенизации одномерных систем // ЖЭТФ. – 2002. – Т. 121, № 3. – С. 565-572.

72. Виноградов А. Электродинамика композитных материалов // М.: Эдиториал УРСС. – 2001. – Т. 208. – С. 2.

73. Симовский К. Об использовании формул Френеля для отражения и прохождения электромагнитных волн вне квазистатического приближения // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52, № 9. – С. 1031-1050.

74. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и µ // Успехи физических наук. – 1967. – Т. 92, № 7. – С. 517-526.

75. Vinogradov A., Dorofeenko A., Nechepurenko I. Analysis of plasmonic Bloch waves and band structures of 1D plasmonic photonic crystals // Metamaterials. – 2010. – V. 4, № 4. – P. 181-200.

76. Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity // Physical Review Letters. – 2000. – V. 84, № 18. – P. 4184-4187.

77. Shelby R. A., Smith D. R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction // science. – 2001. – V. 292, № 5514. – P. 77-79.

78. Nechepurenko I., Dorofeenko A. Negative refraction in 1D plasmonic photonic crystals // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2011. – V. 56, № 9. – P. 1129-1138.

79. Шатров А. Электродинамический анализ линзы Пендри // Радиотехника и электроника. – 2007. – V. 52, № 12. – Р. 1430-1435.

80. Vinogradov A., Dorofeenko A. Destruction of the image of the Pendry lens during detection // Optics Communications. – 2005. – V. 256, № 4. – P. 333-336.

81. Smith D. R., Pendry J. B., Wiltshire M. C. K. Metamaterials and negative refractive index // science. – 2004. – V. 305, № 5685. – P. 788-792.

82. Lagarkov A. N., Kissel V. N. Near-Perfect Imaging in a Focusing System Based on a Left-Handed-Material Plate // Physical Review Letters. – 2004. – V. 92, № 7. – P. 774011-774014.

83. Yen T. J., Padilla W. J., Fang N., Vier D. C., Smith D. R., Pendry J. B., Basov D. N., Zhang X. Terahertz Magnetic Response from Artificial Materials // Science. – 2004. – V. 303, № 5663. – P. 1494-1496.

84. Linden S., Enkrich C., Wegener M., Zhou J., Koschny T., Soukoulis C. M. Magnetic response of metamaterials at 100 terahertz // Science. – 2004. – V. 306, № 5700. – P. 1351-1353.

85. Soukoulis C. M., Linden S., Wegener M. Negative refractive index at optical wavelengths // Science. – 2007. – V. 315, № 5808. – V. 47-49.

86. Zhang S., Fan W., Panoiu N. C., Malloy K. J., Osgood R. M., Brueck S. R. J. Experimental demonstration of near-infrared negative-index metamaterials // Physical Review Letters. – 2005. – V. 95, № 13. – P. 137404.

87. Pendry J. B. Negative refraction makes a perfect lens // Physical Review Letters. – 2000. – V. 85, № 18. – P. 3966-3969.

88. Zhang X., Liu Z. Superlenses to overcome the diffraction limit // Nature Materials. – 2008. – V. 7, № 6. – P. 435-441. 89. Grbic A., Eleftheriades G. V. Overcoming the Diffraction Limit with a Planar Left-Handed Transmission-Line Lens // Physical Review Letters. – 2004. – V. 92, № 11. – P. 117403-1.

90. Fang N., Lee H., Sun C., Zhang X. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens // Science. – 2005. – V. 308, № 5721. – P. 534-537.

91. Taubner T., Korobkin D., Urzhumov Y., Shvets G., Hillenbrand R. Near-field microscopy through a SiC superlens // Science. – 2006. – V. 313, № 5793. – P. 1595.

92. Blaikie R. J., Melville D. O., Alkaisi M. M. Super-resolution near-field lithography using planar silver lenses: A review of recent developments // Microelectronic Engineering. – 2006. – V. 83, № 4. – P. 723-729.

93. Melville D., Blaikie R. Super-resolution imaging through a planar silver layer // Optics Express. – 2005. – V. 13, № 6. – P. 2127-2134.

94. Belov P. A., Hao Y. Subwavelength imaging at optical frequencies using a transmission device formed by a periodic layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime // Physical Review B. -2006. - V. 73, No 11. - P. 113110.

95. Budden K. G. // Radio Waves in the Ionosphere. - 1961.

96. Clemmow P. C. The theory of electromagnetic waves in a simple anisotropic medium // Proc. IEE. – 1963. – V. 110, № 1. – P. 101-106.

97. Kim J., Drachev V. P., Jacob Z., Naik G. V., Boltasseva A., Narimanov E. E., Shalaev V. M. Improving the radiative decay rate for dye molecules with hyperbolic metamaterials // Optics Express. -2012. - V. 20, No 7. - P. 8100-8116.

98. Fisher R. K., Gould R. W. Resonance cones in the field pattern of a short antenna in an anisotropic plasma // Physical Review Letters. – 1969. – V. 22, № 21. – P. 1093-1095.

99. Jacob Z., Alekseyev L. V., Narimanov E. Optical hyperlens: Far-field imaging beyond the diffraction limit // Optics Express. – 2006. – V. 14, № 18. – P. 8247-8256.

100. Salandrino A., Engheta N. Far-field subdiffraction optical microscopy using metamaterial crystals: Theory and simulations // Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics. – 2006. – V. 74, № 7. – P. 075103

101. Liu Z., Lee H., Xiong Y., Sun C., Zhang X. Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects // Science. – 2007. – V. 315, № 5819. – P. 1686.

102. Felsen L. B., Marcuvitz N. Radiation and scattering of waves // Radiation and Scattering of Waves. – 1973.

103. Bunkin F. V. On radiation in anisotropic media // Soviet Physics JETP. – 1957. – V.
5, № 2. – P. 277-283.

104. Kogelnik H. On electromagnetic radiation in magneto-ionic media // Journal of Research of National Bureau of Standards-D. Radio Propagation. – 1960. – V. 64 D, № 5. – P. 515-523.

105. Kuehl H. H. Electromagnetic radiation from an electric dipole in a cold anisotropic plasma // Physics of Fluids. – 1962. – V. 5, № 9. – P. 1095-1103.

106. Balmain K. G., Lüttgen A. A. E., Kremer P. C., Rogers Sr E. S. Resonance cone formation, reflection, refraction, and focusing in a planar anisotropic metamaterial // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. -2002. - V. 1. - P. 146-149.

107. Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies // Physcal Review – 1946. – V. 69. – P. 681-686.

108. Jacob Z., Smolyaninov I., Narimanov E. Broadband Purcell effect: Radiative decay engineering with metamaterials // Broadband Purcell Effect: Radiative Decay Engineering with Metamaterials. – 2009.

109. Novotny L., Hecht B. // Principles of Nano-Optics. - 2006.

110. Alekseyev L. V., Narimanov E. Radiative decay engineering in metamaterials // Tutorials in Metamaterials. – 2012.

111. Kidwai O., Zhukovsky S. V., Sipe J. E. Dipole radiation near hyperbolic metamaterials: Applicability of effective-medium approximation // Optics Letters. – 2011. – V.
36, № 13. – P. 2530-2532.

112. Poddubny A. N., Belov P. A., Kivshar Y. S. Spontaneous radiation of a finite-size dipole emitter in hyperbolic media // Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics. -2011. - V. 84, No 2.

113. Виноградов А. П., Дорофеенко А. В. Блоховские волны ближнего поля в фотонных кристаллах // Радиотехника и электроника. – 2005. – Т. 50, № 10. – С. 1246 – 1251.

114. Jiang H., Chen H., Li H., Zhang Y., Zi J., Zhu S. Properties of one-dimensional photonic crystals containing single-negative materials // Physical Review E. – 2004. – V. 69, № 6. – P. 066607.

115. Vinogradov A. P., Dorofeenko A. V. Destruction of the image of the Pendry lens during detection // Optics Communications – 2005. – T. 256. – C. 333-336.

116. Ramakrishna S. A., Pendry J. B., Wiltshire M. C. K., Stewart W. J. Imaging the near field // Journ. Mod. Opt. – 2003. – V. 50, № 9. – P. 1419 - 1430.

117. Dorofeenko A. V., Lisyansky A. A., Merzlikin A. M., Vinogradov A. P. Full-wave analysis of imaging by the Pendry-Ramakrishna stackable lens // Physical Review B. – 2006. – V. 73, № 23. – P. 235126.

118. Belov P. A., Hao Y. Subwavelength imaging at optical frequencies using a transmission device formed by a periodic layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime // Physical Review B. -2006. - V.73. - P.113110.

119. Belov P. A., Simovski C. R., Ikonen P. Canalization of subwavelength images by electromagnetic crystals // Physical Review B. – 2005. – V. 71, № Copyright (C) 2009 The American Physical Society. – V. 193105.

120. Drachev V. P., Podolskiy V. A., Kildishev A. V. Hyperbolic metamaterials: new physics behind a classical problem // Optics Express. – 2013. – V. 21, № 12. – P. 15048-15064.

121. Alù A., Engheta N. Multifrequency optical invisibility cloak with layered plasmonic shells // Physical Review Letters. – 2008. – V. 100, № 11. – P. 113901.

122. Liu Y., Zentgraf T., Bartal G., Zhang X. Transformational plasmon optics // Nano Letters. – 2010. – V. 10, № 6. – P. 1991-1997.

123. Pors A., Albrektsen O., Radko I. P., Bozhevolnyi S. I. Gap plasmon-based metasurfaces for total control of reflected light // Scientific Reports. – 2013. – V. 3.

124. Sun S., Yang K.-Y., Wang C.-M., Juan T.-K., Chen W. T., Liao C. Y., He Q., Xiao S., Kung W.-T., Guo G.-Y. High-efficiency broadband anomalous reflection by gradient metasurfaces // Nano letters. – 2012. – V. 12, № 12. – P. 6223-6229.

125. Дорофеенко А. В., Зябловский А., Пухов А. А., Лисянский А. А., Виноградов А. П. Прохождение света через композитные материалы, содержащие усиливающие слои // Успехи физических наук. – 2012. – V. 182, № 11. – Р. 1157-1175.

126. Dong Z.-G., Liu H., Li T., Zhu Z.-H., Wang S.-M., Cao J.-X., Zhu S.-N., Zhang X. Modeling the directed transmission and reflection enhancements of the lasing surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation in active metamaterials // Physical Review B. – 2009. – V. 80, № 23. – P. 235116.

127. Zuloaga J., Prodan E., Nordlander P. Quantum Plasmonics: Optical Properties and Tunability of Metallic Nanorods // ACS Nano. – 2010. – V. 4, № 9. – P. 5269-5276.

128. Bergman D. J., Stockman M. I. Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation:Quantum Generation of Coherent Surface Plasmons in Nanosystems // Physical Review Letters – 2003. – V. 90, № 027402. – P. 027402.

129. Noginov M. A., Zhu G., Belgrave A. M., Bakker R., Shalaev V. M., Narimanov E.
E., Stout S., Herz E., Suteewong T., Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser // Nature. – 2009. – V. 460, № 7259. – P. 1110-1112.

130. Andrianov E. S., Baranov D. G., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A.
P., Lisyansky A. A. Loss compensation by spasers in plasmonic systems // Optics Express. –
2013. – V. 21, № 11. – P. 13467-13478.

131. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A.
A. Dipole Response of Spaser on an External Optical Wave // Optics Letters – 2011. – V. 36, №
21. – P. 4302-4304.

132. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A.
A. Rabi oscillations in spasers during non-radiative plasmon excitation // Physical Review B. –
2012. – V. 85, № 035405. – P. 1-9.

133. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Vinogradov A. P., Dorofeenko A. V., Lisyansky A.
A. Spontaneous radiation of a two-level atom into multipole modes of aplasmonic nanoparticle //
Photonics and Nanostructures – Fundamentals and Applications. – 2014. – V. 12, № 5. – P. 387.

134. Khurgin J. B., Sun G. Injection pumped single mode surface plasmon generators: threshold, linewidth, and coherence // Optics Express. – 2012. – V. 20, № 14. – P. 15309-15325.

135. Khurgin J. B., Sun G. Practicality of compensating the loss in the plasmonic waveguides using semiconductor gain medium // Applied Physics Letters – 2012. – V. 100, № 011105. – P. 1-3.

136. Oulton R. F., Sorger V. J., Zentgraf T., Ma R.-M., Gladden C., Dai L., Bartal G., Zhang X. Plasmon lasers at deep subwavelength scale, // Nature. – 2009. – V. 461, № 7264. – P. 629–632.

137. Lu Y.-J., Kim J., Chen H.-Y., Wu C., Dabidian N., Sanders C. E., Wang C.-Y., Lu M.-Y., Li B.-H., Qiu X., Chang W.-H., Chen L.-J., Shvets G., Shih C.-K., Gwo S. Plasmonic Nanolaser Using Epitaxially Grown Silver Film // Science. – 2012. – V. 337, № 6093. – P. 450-453.

138. Beijnum F. v., Veldhoven P. J. v., Geluk E. J., Dood M. J. A. d., Hooft G. W. t., Exter M. P. v. Surface Plasmon Lasing Observed in Metal Hole Arrays // Physical Review Letters – 2013. – V. 110, № 206802. – P. 206802 1-5.

139. Suh J. Y., Kim C. H., Zhou W., Huntington M. D., Co D. T., Wasielewski M. R., Odom T. W. Plasmonic Bowtie Nanolaser Arrays // Nano Letters – 2012. – V. 12, № 11. – P. 5769-5774.

140. Zhou W., Dridi M., Suh J. Y., Kim C. H., Co D. T., Wasielewski M. R., Schatz G.
C., Odom T. W. Lasing action in strongly coupled plasmonic nanocavity arrays // Nat Nano. –
2013. – V. 8, № 7. – P. 506-511.

141. Квантовая оптика. / Скалли М. О., Зубайри М. С. – Москва: Физматлит, 2003. – 630 с.

142. Дорофеенко А. В., Зябловский А. А., Пухов А. А., Лисянский А. А., Виноградов А. П. Прохождение света через композитные материалы, содержащие усиливающие слои // Успехи физических наук. – 2012. – Т. 182, № 11. – С. 1157-1175.

143. Электродинамика сплошных сред. / Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. – Москва: Физматлит, 2003.

144. Бараш Ю. С., Гинзбург В. Л. О выражениях для плотности энергии и выделяющегося тепла в электродинамике диспергирующей и поглощающей среды // Успехи физических наук. – 1976. – Т. 118, № 3. – С. 523-537.

145. Lasers. / Siegman A. E. - California: University Science Books, 1986.

146. Fan X., Wang G. P., Lee J. C. W., Chan C. T. All-Angle Broadband Negative Refraction of Metal Waveguide Arrays in the Visible Range: Theoretical Analysis and Numerical Demonstration // Physical Review Letters. – 2006. – V. 97, № 7. – P. 073901.

147. Zhang J., Jiang H., Gralak B., Enoch S., Tayeb G., Lequime M. Towards -1 effective index with one-dimensional metal-dielectric metamaterial: a quantitative analysis of the role of absorption losses // Opt. Express. – 2007. – V. 15, № 12. – P. 7720-7729.

148. Рытов С. М. Электромагнитные свойства мелкослоистой среды // ЖЭТФ. – 1955. – Т. 29. – С. 605.

149. Волны и слоистых средах. / Бреховских Л. М. – Москва: Наука, 1973. – 343 с.

150. Оптические Волны в Кристаллах. / Ярив А., Юх П. – Москва: Мир, 1987. – 616

c.
151. Pendry J. B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens // Physical Review Letters. – 2000. – V. 85, № 18, – P. 3966.

152. Belov P. A., Simovski C. R., Ikonen P. Canalization of subwavelength images by electromagnetic crystals // Physical Review B. – 2005. – V. 71, № 19. – P. 193105.

153. Белов П. А., Симовский К. Р., Иконен П., Силвейринья М. Г., Хао Я. Передача изображений с разрешением, много меньшим длины волны, в микроволновом, терагерцовом и оптическом диапазонах частот // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52, № 9. – С. 1092-1107.

154. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. / Дмитрук Н. Л., Литовченко В. Г., Стрижевский В. Л. – Киев: Наук. думка, 1989.

155. Электромагнитные волны. / Вайнштейн Л. А. – Москва: Радио и связь, 1988. – 440 с.

156. Принципы теории твердого тела. / Займан Д. – М.: Мир, 1974.

157. Физика твердого тела. / Ашкрофт Н., Мермин Н. – М.: Мир, 1979.

158. Leyva M. D., Gondar J. L. Zero Energy Gap Conditions and Baud Inversion in Superlattices // Physica Status Solidi (b). – 1985. – V. 128. – P. 575-581.

159. Zouhdi S., Dorofeenko A. V., Merzlikin A. M., Vinogradov A. P. Theory of zerowidth band gap effect in photonic crystals made of metamaterials // Physical Review B. – 2007. – V. 75,  $N_{2}$  3. – P. 035125.

160. Plasmonic Nanoguides and Circuits /. - Singapore: Pan Stanford Publishing, 2009.

161. Holmgaard T., Chen Z., Bozhevolnyi S. I., Markey L., Dereux A., Krasavin A. V., Zayats A. V. Wavelength selection by dielectric-loaded plasmonic components // Applied Physics Letters. – 2009. – V. 94, № 5. – P. 051111-3.

162. Lisyansky A., Nechepurenko I., Dorofeenko A., Vinogradov A., Pukhov A. Channel spaser: Coherent excitation of one-dimensional plasmons from quantum dots located along a linear channel // Physical Review B. – 2011. – V. 84, № 15. – P. 153409.

163. Novikov I. V., Maradudin A. A. Channel polaritons // Physical Review B. – 2002. –
 V. 66, № 3. – P. 035403.

164. Lu J. Q., Maradudin A. A. Channel plasmons // Physical Review B. – 1990. – V. 42, № 17. – P. 11159.

165. Principles of Nano-Optics. / Novotny L., Hecht B. – New York: Cambridge University Press, 2006.

166. Chang D. E., Sorensen A. S., Hemmer P. R., Lukin M. D. Quantum Optics with Surface Plasmons // Physical Review Letters. – 2006. – V. 97, № 5. – P. 053002.

167. Martín-Cano D., Martín-Moreno L., García-Vidal F. J., Moreno E. Resonance Energy Transfer and Superradiance Mediated by Plasmonic Nanowaveguides // Nano Letters. – 2010. – V. 10, № 8. – P. 3129-3134.

168. Nanocrystal quantum dots /. - Boca Raton: CRC Press, 2010.

169. Maier S. A. Gain-assisted propagation of electromagnetic energy in subwavelength surface plasmon polariton gap waveguides // Optics communications. – 2006. – V. 258, № 2. – P. 295-299.

170. Quantum Optics. / Scully M. O., Zubairy M. S. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

171. Semiconductor Nanocrystal Quantum Dots /. - Wien - New York: Springer, 2008.

172. Eguiluz A., Maradudin A. A. Electrostatic edge modes along a parabolic wedge // Physical Review B. – 1976. – V. 14, № 12. – P. 5526.

173. Boardman A. D., Aers G. C., Teshima R. Retarded edge modes of a parabolic wedge // Physical Review B. – 1981. – V. 24, № 10. – P. 5703.

174. Handbook of Optical Constants of Solids. / Palik E. D. - New York: Academic Press, 1985.

175. Liznev E., Dorofeenko A., Huizhe L., Vinogradov A., Zouhdi S. Epsilon-near-zero material as a unique solution to three different approaches to cloaking // Applied Physics A: Materials Science & Processing. – 2010. – V. 100, № 2. – P. 321-325.

176. Dorofeenko A., Nechepurenko I., Vinogradov A., Pukhov A. Passive mode-locked spaser for clock generation in plasmonic devices // 2014 8th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics –, 2014. –.

177. Принципы лазеров. / Звелто О. – Москва: Мир, 1990.

178. Kim K.-H., Husakou A., Herrmann J. Theory of plasmonic femtosecond pulse generation by mode-locking of long-range surface plasmon polariton lasers // Opt. Express. – 2012. – V. 20, № 1. – P. 462-473.

179. Основы динамики лазеров. / Ханин Я. И. – Москва: Наука, 1999.

180. Mitsushio M., Miyashita K., Higo M. Sensor properties and surface characterization of the metal-deposited SPR optical fiber sensors with Au, Ag, Cu, and Al // Sensors and Actuators A: Physical. – 2006. – V. 125, № 2. – P. 296-303.

181. Allsop T., Neal R., Rehman S., Webb D. J., Mapps D., Bennion I. Generation of infrared surface plasmon resonances with high refractive index sensitivity utilizing tilted fiber Bragg gratings // Applied Optics. – 2007. – V. 46, № 22. – P. 5456-5460.

182. Shao L.-Y., Coyle J. P., Barry S. T., Albert J. Anomalous permittivity and plasmon resonances of copper nanoparticle conformal coatings on optical fibers // Optical Materials Express. – 2011. – V. 1, № 2. – P. 128-137.

183. Allsop T., Neal R., Rehman S., Webb D. J., Mapps D., Bennion I. Characterization of infrared surface plasmon resonances generated from a fiber-optical sensor utilizing tilted Bragg gratings // JOSA B. – 2008. – V. 25, № 4. – P. 481-490.

184. И. А. Нечепуренко, А. В. Дорофеенко, К. А. Томышев, Бутов О. В. Исследование плазмонного резонанса на медной пленке, напыленной на световод с наклонной брэгговской решеткой. // Журнал Радиоэлектроники. – 2015. – Т. 24, № 4.

185. Rakic A. D., Djurišic A. B., Elazar J. M., Majewski M. L. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices // Applied Optics. – 1998. – V. 37, № 22. – P. 5271-5283.

186. Dorofeenko A., Lozovik Y. E., Nechepurenko I., Andrianov E., Pukhov A. Spaser for sensing applications // The Fifth International Workshop On Theoretical And Computational Nano-Photonics: TaCoNa-Photonics 2012. – V. 1475 – AIP Publishing, 2012. – P. 53-55.

187. Lozovik Y. E., Nechepurenko I., Dorofeenko A., Andrianov E., Pukhov A. Highly sensitive spectroscopy based on a surface plasmon polariton quantum generator // Laser Physics Letters. – 2014. – V. 11, № 12. – P. 125701.

188. Dorofeenko A., Nechepurenko I., Lozovik Y. E., Pukhov A. Surface spaser spectroscopy // Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (METAMATERIALS), 2014 8th International Congress –IEEE, 2014. – P. 106-108.

189. Gong Y., VuCkovic J. Design of plasmon cavities for solid-state cavity quantum electrodynamics applications // Applied Physics Letters. – 2007. – V. 90, № 3. – P. 033113-3.

190. Krenn J. R., Ditlbacher H., Schider G., Hohenau A., Leitner A., Aussenegg F. R. Surface plasmon micro- and nano-optics // Journal of Microscopy. – 2003. – V. 209, № 3. – P. 167-172.

191. Ditlbacher H., Krenn J. R., Schider G., Leitner A., Aussenegg F. R. Twodimensional optics with surface plasmon polaritons // Applied Physics Letters. – 2002. – V. 81, № 10. – P. 1762-1764. 192. Kimble H. J. Calculated Enhancement for Intracavity Spectroscopy with a Single-Mode Laser // Journal of Quantum Electronics. – 1980. – V. 16, № 4. – P. 455-461.

193. Lozovik Y. E., Nechepurenko I. A., Dorofeenko A. V., Andrianov E. S., Pukhov A.
A. Spaser spectroscopy with subwavelength spatial resolution // Physics Letters A. – 2014. – V.
378, № 9. – P. 723-727.

194. Pettinger B. Single-molecule surface- and tip-enhanced raman spectroscopy // Molecular Physics. – 2010. – V. 108, № 16. –P. 2039-2059.

195. Baev V. M., Latz T., Toschek P. E. Laser intracavity absorption spectroscopy // Applied Physics B: Lasers and Optics. – 1999. – V. 69, № 3. – P. 171-202.

196. Kimble H. Calculated enhancement for intracavity spectroscopy with a single-mode laser // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1980. – V. 16, № 4. – P. 455-461.

197. Wu L., Chu H., Koh W., Li E. Highly sensitive graphene biosensors based on surface plasmon resonance // Optics Express. – 2010. – V. 18, № 14. – P. 14395-14400.

198. Verma R., Gupta B. D., Jha R. Sensitivity enhancement of a surface plasmon resonance based biomolecules sensor using graphene and silicon layers // Sensors and Actuators B: Chemical. – 2011. – V. 160, № 1. – P. 623-631.

199. Jablan M., Buljan H., Soljačić M. Plasmonics in graphene at infrared frequencies // Physical Review B. – 2009. – V. 80, № 24. – P. 245435.

200. Protsenko I. E. Theory of the dipole nanolaser // Physics-Uspekhi. – 2012. – V. 55, № 10. – P. 1040-1046.

201. Apalkov V., Stockman M. I. Proposed Graphene Nanospaser // arXiv preprint arXiv:1303.0220. - 2013.

202. Liertzer M., Ge L., Cerjan A., Stone A., Türeci H., Rotter S. Pump-induced exceptional points in lasers // Physical Review Letters. – 2012. – V. 108, № 17. – P. 173901.

203. El-Ganainy R., Khajavikhan M., Ge L. Exceptional points and lasing self-termination in photonic molecules // Physical Review A. – 2014. – V. 90, № 1. – P. 013802.

204. Brandstetter M., Liertzer M., Deutsch C., Klang P., Schöberl J., Türeci H., Strasser G., Unterrainer K., Rotter S. Reversing the pump dependence of a laser at an exceptional point // Nature communications. – 2014. – V. 5.

205. Chitsazi M., Factor S., Schindler J., Ramezani H., Ellis F., Kottos T. Experimental observation of lasing shutdown via asymmetric gain // Physical Review A. – 2014. – V. 89, № 4. – P. 043842.

206. Peng B., Özdemir Ş., Rotter S., Yilmaz H., Liertzer M., Monifi F., Bender C., Nori F., Yang L. Loss-induced suppression and revival of lasing // Science. – 2014. – V. 346, № 6207. – P. 328-332.

207. Ge L., Chong Y., Rotter S., Türeci H., Stone A. D. Unconventional modes in lasers with spatially varying gain and loss // Physical Review A. – 2011. – V. 84, № 2. – P. 023820.

208. Nechepurenko I., Baranov D., Dorofeenko A. Lasing induced by resonant absorption // Optics Express. – 2015. – V. 23, № 16. – P. 20394-20401.

209. Eesley G. L. Relationship between surface-plasmon radiation and enhanced adsorbate Raman scattering // Physical Review B. – 1981. – V. 24, № 10. – P. 5477-5484.

210. Jarvis R. M., Goodacre R. Characterisation and identification of bacteria using SERS // Chemical Society Reviews. – 2008. – V. 37, № 5. – P. 931-936.

211. Porter M. D., Lipert R. J., Siperko L. M., Wang G., Narayanan R. SERS as a bioassay platform: fundamentals, design, and applications // Chemical Society Reviews. – 2008. – V. 37, № 5. – P. 1001-1011.

212. Нечепуренко И. А., Дорофеенко А. В., Виноградов А. П., Курочкин И. Н. Усиление комбинационного рассеяния поверхностной волной в фотонном кристалле // Вестник Московского Университета Серия 2 Химия. – 2015. – Т. 56, № 3. – С. 142-146.

213. Meade R. D., Brommer K. D., Rappe A. M., Joannopoulos J. D. Electromagnetic Bloch waves at the surface of a photonic crystal // Physical Review B. – 1991. – T. 44, № 19. – C. 10961-10964.

214. Duval Malinsky M., Kelly K. L., Schatz G. C., Van Duyne R. P. Nanosphere Lithography: Effect of Substrate on the Localized Surface Plasmon Resonance Spectrum of Silver Nanoparticles // The Journal of Physical Chemistry B. – 2001. – V. 105, № 12. – P. 2343-2350.

215. Schatz G. C., Van Duyne R. P. Electromagnetic Mechanism of Surface-Enhanced Spectroscopy // Handbook of Vibrational SpectroscopyJohn Wiley & Sons, Ltd, 2006.