

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УНИТАРНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ  
«ВСЕРОССИЙСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ИМ. В.И. ЛЕНИНА» (ФГУП ВЭИ)

На правах рукописи

УДК 533.9

ЧЕРНЫШЁВ ТИМОФЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И ЧИСЛЕННЫЕ  
ИССЛЕДОВАНИЯ НАРУШЕНИЯ  
СТАЦИОНАРНОСТИ ГОРЕНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ  
РАЗРЯДОВ С ЗАМКНУТЫМ ДРЕЙФОМ  
ЭЛЕКТРОНОВ**

Специальность 01.04.08 — «физика плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

д.ф.-м.н.

Коваленко Ю. А.

Москва – 2015

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Экспериментальные исследования</b>	<b>31</b>
2.1	Экспериментальное оборудование	31
2.2	Исследование процесса зажигания и горения разряда с регулируемым $I_e$	35
2.2.1	Переходные процессы в момент зажигания	35
2.2.2	Влияние $I_e$ на горение разряда в установившемся режиме	39
2.2.3	Выводы	40
2.3	Экспериментальное исследование области существования интенсивного несамостоятельного разряда в скрещённых полях	41
2.3.1	«Ускорительный» режим	41
2.3.2	Область существования «ускорительного» режима, «турбулентный» режим	43
2.3.3	Выводы	48
2.4	Измерение осцилляций $J_\Theta$	50
2.4.1	Методика измерений	50
2.4.2	Результаты измерений	52
2.4.3	Выводы	58
2.5	Измерение локальных параметров катодной плазмы	58
<b>3</b>	<b>Методика численного моделирования</b>	<b>63</b>
3.1	PiC/DSMC метод	65
3.2	Решение уравнений движения	66
3.3	Инжекция частиц	68
3.4	Учёт столкновений	69
3.4.1	Электрон-атомные столкновения	70
3.4.2	Кулоновское рассеяние	71

3.4.3	Резонансная перезарядка . . . . .	71
3.5	Разностные схемы полевых уравнений . . . . .	71
3.5.1	Расчёт электрического поля . . . . .	71
3.5.2	Расчёт магнитного поля . . . . .	72
3.5.3	Взвешивание частицы на сетку . . . . .	73
3.6	Алгоритм . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Результаты моделирования . . . . .</b>	<b>75</b>
4.1	Применимость одномерного приближения . . . . .	75
4.2	Разряд в однородном магнитном поле . . . . .	76
4.2.1	Зажигание разряда . . . . .	77
4.2.2	Стационарный режим . . . . .	78
4.2.3	«Пульсации» . . . . .	83
4.2.4	Ионизационные автоколебания . . . . .	84
4.3	Разряд в сильно неоднородном магнитном поле . . . . .	84
4.4	Выводы . . . . .	91
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>92</b>
	<b>Литература . . . . .</b>	<b>93</b>
	<b>А Сечения столкновений (Xe) . . . . .</b>	<b>106</b>

# Глава 1

## Введение

*We do what we must  
Because we can.  
For the good of all of us,  
Except the ones who are dead.*

---

– GLaDOS

Интенсивный разряд с замкнутым дрейфом электронов — это газовый разряд низкого давления, в котором происходит практически полная переработка свободномолекулярного потока газа (или паров металла) в ионы, то есть происходит «интенсивное ионизационное выгорание» [1] и формирование ускоренного квазинейтрального пучка ионов с концентрацией, достаточной, что бы полностью исказить «вакуумное» распределение потенциала. Благодаря совместному действию внешнего магнитного и самосогласованного электрического поля, возникает замкнутый азимутальный (холловский) ток. При этом собственное магнитное поле, генерируемое азимутальным током, предполагается слабым. Этот разряд широко используется в некоторых электрореактивных двигателях (т.н. холловских двигателях, ХЭРД [2]), а так же — в технологических источниках ионов [3]. Однако, даже с учётом несомненных и значительных научно-технических достижений в этой области, по мере углубления и расширения знаний о предмете исследования, обнаруживаются упущения, рождаются вопросы и задачи, от решения которых зависит дальнейший прогресс.

Ниже дано краткое описание физики интенсивного разряда в  $E \times H$  полях и обзор основных публикаций. Актуальность проблемы, цели, научная новиз-



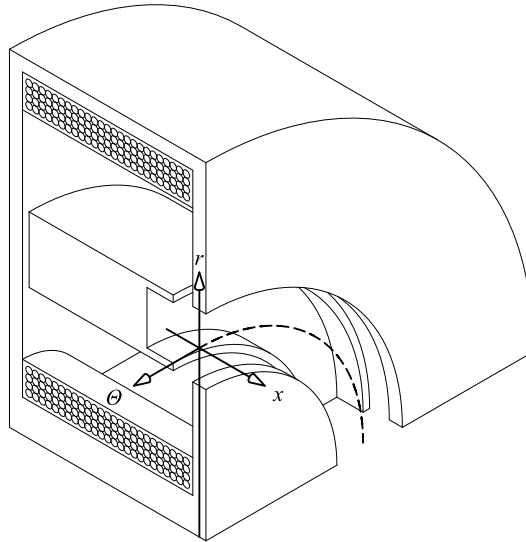


Рисунок 1.1. Схематическое изображение (разрез) ускорителя плазмы с замкнутым азимутальным током  $J_\Theta$ .

на и положения выносимые на защиту приведены в конце данной главы. Все формулы написаны в системе единиц СГС.

**Интегральные характеристики интенсивного разряда в скрещённых полях.** Устройства, использующие интенсивный разряд с замкнутым дрейфом электронов, представляют собой азимутально симметричные системы, где разряд горит в коаксиальном или цилиндрическом<sup>1</sup> канале, образованном полюсами магнитопровода — рис. 1.1. Внешнее магнитное поле параллельно оси  $r$  (и имеет преимущественно радиальную компоненту), а электрическое поле — параллельно оси  $x$ . Газ поступает с анодной стороны ( $x = 0$ ) и ионизируется электронными ударами. Полученные ионы ускоряются электрическим полем к срезу разрядного канала ( $x = L$ ). Роль катода играет внешняя плазма. Запертые в магнитном поле электроны формируют замкнутый азимутальный (холловский) ток  $J_\Theta$ , направленный антипараллельно «оси»  $\Theta^2$ . При этом, максимальные циклотронные радиусы электронов сопоставимы с характерными размерами разрядного канала, а длина их свободного пробега много больше характерных размеров устройства, то есть они двигаются преимущественно без столкновений. Циклотронный радиус ионов много больше характерных размеров устройства, поэтому магнитное поле не оказывает на них заметного влияния.

<sup>1</sup>В этом случае осевой полюс магнитопровода редуцирован.

<sup>2</sup>Далее, для удобства этот ток считается положительным.

Для работы ускорителей плазмы с замкнутым дрейфом электронов принципиально важен продольный баланс сил. Пусть  $H_0$  — радиальная компонента индукции внешнего магнитного поля<sup>3</sup>,  $E$  — аксиальная компонента электрического поля (с анодной стороны),  $R_0$  — средний радиус разрядного канала,  $d$  — ширина системы газоподачи (в радиальном направлении). Тогда на виток азимутального тока в направлении оси  $x$  действует сила Ампера, которая стремится вытолкнуть его из разрядного канала. В общем случае эта сила компенсируется реактивной тягой ионного потока  $F$  и давлением электрического поля с анодной стороны  $E^2/8\pi$ :

$$2\pi R_0 \frac{J_\Theta H_0}{c} = F + 2\pi R_0 d \frac{E^2}{8\pi},$$

где  $F = M \frac{J_i}{e} v_i$  — реактивная тяга ионного потока;  $M$ ,  $J_i$ ,  $v_i$  — масса, ток и средняя скорость ионов;  $e$  — элементарный заряд;  $c$  — скорость света. Здесь и далее (если специально не оговорено) имеются ввиду параметры плазмы с катодной стороны разряда. При достаточно высокой плотности ионного тока (плазменный режим) величина азимутального тока определяется только балансом реактивной силы и силы ампера:

$$J_\Theta = F \frac{c}{2\pi R_0 H_0} \approx \frac{Q_A}{e} \sqrt{2e\phi_A M} \cdot \frac{c}{2\pi R_0 H_0}, \quad (1.1)$$

где  $Q_A$  — расход газа, выраженный в эквивалентных амперах<sup>4</sup>;  $\phi_A$  — ускоряющее (анодное) напряжение.

Азимутальный ток  $J_\Theta$  генерирует собственное магнитное поле, т.е. усиливает магнитное поле с анодной стороны разряда и ослабляет его с катодной стороны. Обычно, геометрия магнитопровода такова, что значительная часть силовых линий собственного магнитного поля замыкается через него (см., например, рис. 2.22). Можно сказать, что азимутальный ток размагничивает плазму и имеет место следующее приближённое соотношение:

$$H_S = -\frac{4\pi}{dc} J_\Theta, \quad (1.2)$$

---

<sup>3</sup>Магнитное поле, обычно, имеет сложную конфигурацию, поэтому под  $H_0$  понимается максимальное значение на оси разрядного канала.

<sup>4</sup>1 А =  $6.25 \cdot 10^{18}$  частиц в секунду.

где  $H_S$  — индукция собственного магнитного поля с катодной стороны. Подставляя (1.2) в (1.1) можно получить важное соотношение:

$$F = -0.5R_0dH_0H_S. \quad (1.3)$$

Таким образом, в плазменном режиме реактивную тягу можно трактовать как дисбаланс давлений магнитного поля между катодной и анодной областями разряда — т.е. ускорение ионов происходит благодаря силе Ампера. Можно сказать, что именно за счёт искажения внешнего магнитного поля собственным полем замкнутого тока происходит передача реактивного импульса ионов на корпус магнитопровода. В эксплуатируемых режимах  $|H_S| \ll H_0$ , поэтому при численном моделировании разряда последним эффектом обычно пренебрегают. Однако, это не всегда корректно.

Таким образом, даже несмотря на то, что ускорение ионов происходит в электрическом поле, созданном «омическим» способом<sup>5</sup>, ввиду формулы (1.3) ускорение ионов нельзя считать в полной мере электростатическим. Такой способ ускорения ионов по праву можно отнести к промежуточному между электростатическим ускорением, которое используется в ионных двигателях с сетками (ИД). И электромагнитным, которое используется в сильноточных магнитоплазменных двигателях с собственным магнитным полем (МПД). При этом, в отличие от МПД, где взаимодействующий с магнитным полем плазменный ток разомкнут и замыкается через электроды, здесь этот ток замкнут (см. работу [4]). А в отличие от ИД, где ускорение ионов происходит вне плазмы, в вакуумном межэлектродном промежутке и электрическое поле «привязано» к электродам; здесь ускорение происходит в квазинейтральном режиме, ионы «отталкиваются» от магнитного поля. Азимутальный ток всегда много больше продольного и азимутальная компонента собственного магнитного поля близка к нулю, т.е. полярность внешнего магнитного поля практически не играет роли<sup>6</sup>.

Приведённые выше соотношения неоднократно проверялись в экспериментах. Так в работе [7] были проведены измерения распределения плотности ази-

---

<sup>5</sup> Благодаря существенному снижению электронной проводимости в аксиальном направлении.

<sup>6</sup> На самом деле, есть эффект азимутальной закрутки ионов [5,6], особенно для лёгких газов. В результате чего, при работе на космическом аппарате двигатель кроме поступательного ускорения так же сообщает аппарату небольшой вращательный момент. Этот момент можно скомпенсировать, например, периодически переключая полярность магнитного поля.

мутального тока бесконтактным индукционным методом в момент искусственного прерывания анодного тока, с помощью набора измерительных катушек, расположенных за внешней стенкой диэлектрического разрядного канала, а в работе [8] изменения радиального магнитного поля вследствие наличия азимутального тока измерялось прямыми методами, с помощью датчика Холла и миниатюрного индуктивного зонда (B-dot probe). Было показано, что искажение, вносимое азимутальным током в магнитное поле мало [9]. Тем не менее, в силу формулы (1.1) по величине холловского тока возможно определить величину тяги. Такая методика была разработана и опробована в ВЭИ, результаты представлены в работе [10]. В этой работе азимутальный ток измерялся индуктивным методом по наведённой в катушке намагничивания ЭДС в момент кратковременного прерывания разряда и сопоставлялся со значением тяги.

Для существования интенсивного разряда азимутальный ток должен обеспечивать существенную ионизацию поступающего газа. Можно оценить длину свободного пробега атомов перед тем как они ионизируются (длину «выгорания») следующим образом:

$$\lambda_{IZ} = \frac{edl}{J_{\Theta}} \cdot \frac{u_a}{\sigma_{IZ}}, \quad (1.4)$$

где  $l$  — характерный аксиальный размер азимутального тока, который не меньше ларморовского радиуса электрона, ускоренного до полной разности потенциалов ( $\rho_e^{max}$ );  $u_a$  — средняя скорость газа;  $\sigma_{IZ}$  — среднее сечение ионизации. Подставив (1.1) в (1.4) и приравняв  $l \approx \rho_e^{max} = c/H_0 \cdot \sqrt{2\phi_A m/e}$  ( $m$  — масса электрона) можно получить следующую оценку для длины выгорания:

$$\lambda_{IZ} \approx \frac{e}{Q_A} \cdot 2\pi R_0 d \sqrt{\frac{m}{M}} \cdot \frac{u_a}{\sigma_{IZ}}.$$

Формулы (1.1)-(1.4) носят оценочный характер и для более строгого анализа должны быть заменены интегрированием по объёму, однако, даже в таком виде они раскрывают особенности физики интенсивного  $E \times H$  разряда.

При большой плотности потока нейтрального газа  $\lambda_{IZ} \ll l$ , и газ полностью перерабатывается в струю ионов с малым разбросом энергий, т.е. происходит его «интенсивное выгорание». В частности, именно такой режим используется в ХЭРД, которые широко применяются в качестве двигателей коррекции орбиты: стационарных плазменных двигателей (СПД, «двигателях Морозова») и двигателях с анодным слоем (ДАС, «двигателях Жаринова»). Основное отличие

этих двух конфигураций в геометрии разрядного канала. В двигателях Морозова используется достаточно протяжённый диэлектрический канал с сильно неоднородным магнитным полем, которое полностью спадает к аноду, а в двигателях Жаринова — достаточно короткий разрядный канал с металлическими стенками под плавающим или катодным потенциалом и, обычно, полный анод-газораспределитель (подробно отличия рассмотрены в работе [11]). Кроме того, есть тенденция к созданию гибридных моделей, в которых применяется короткий диэлектрический канал, развитая анодная полость и сильно неоднородное магнитное поле. На сегодняшний день на околоземных орбитах используется более 300 двигателей Морозова [12], в основном, в качестве двигателей коррекции орбиты; двигатель Жаринова нашёл широкое применение в качестве источника ионов. Большая коллекция лётных моделей и стендовых макетов ХЭРД представлена на сайте <http://pepl.engin.umich.edu/thrusters.html>.

В настоящий момент достигнуты большие успехи в создании ХЭРД средней мощности 0.1–10 кВт, однако, есть потребность в создании мощных (10–100 кВт) ХЭРД для нужд космической буксировки и межпланетных перелётов [13] и создании маломощных (1–10 Вт) миниатюрных ХЭРД необходимых для наноспутников (CubeSat). Для этого необходимо знание законов подобия ХЭРД, что рассматривается, например, в [14]. Суть в том, что основные соотношения между размерами, длиной «выгорания», циклотронным радиусом (и, возможно, собственным и внешним магнитным полем) должны сохраняться. Это позволяет масштабировать ХЭРД в сторону увеличения, однако, не позволяет их значительно уменьшить, так как для миниатюрных ХЭРД появляется проблема насыщения магнитопровода. В связи с этим, активно разрабатываются ХЭРД цилиндрической геометрии, где центральный полюс магнитной системы редуцирован, что конструктивно роднит их с МПД с внешним магнитным полем. См, например, работы [15–17]. В последних двух, однако, выбрано очень странное место инъекции нейтрального газа — на центральной оси. В результате чего эффективность не велика. Цилиндрическая геометрия так же обеспечивает наличие аксиальной компоненты внешнего магнитного поля, которая необходима для компенсации центробежной «силы» действующей на азимутальный ток при малых  $R_0$ :

$$H_{0x} \sim \frac{m v_{\theta}}{e R_0}$$

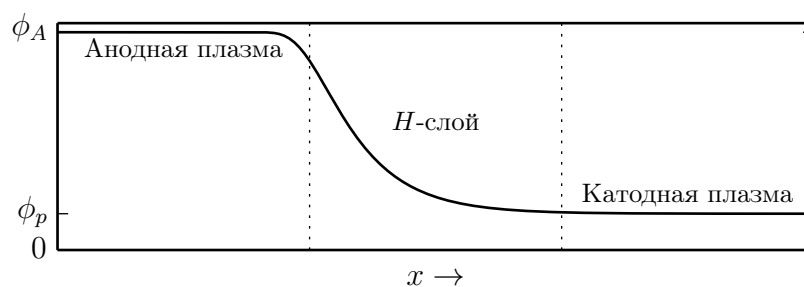


Рисунок 1.2. Схематическое распределение потенциала в продольном направлении: *H*-слой.

В рамках настоящей работы рассматривается только разряд в коаксиальном канале.

**Аксиальная структура интенсивного разряда в скрещённых полях.** Вследствие высокой проводимости вдоль силовых линий магнитного поля распределение потенциала плазмы выравнивается с точностью до температуры электронов — происходит «термализация потенциала» [18], поэтому сильное электрическое поле внутри плазмы может существовать только поперёк магнитного поля (а так же — около стенок). Типичное аксиальное распределение потенциала плазмы в интенсивном разряде приведено на рис. 1.2. Анодная плазма — область плазмы примыкающая к аноду. В зависимости от формы магнитного поля, концентрации газа, потенциала и материала стеночных электродов, приложенного напряжения в этой области может быть как отрицательное так и положительное падение потенциала. Знак прианодного падения потенциала определяется балансом заряженных частиц. В достаточно сильноточных разрядах вся ионизация происходит в анодной плазме, а в слаботочных анодная плазма не выражена, и ионизация происходит прямо в протяжённом ускорительном слое, который примыкает к аноду. В *H*-слое локализовано основное падение потенциала. В зависимости от аксиальной проводимости плазмы ширина *H*-слоя составляет один или более циклотронных радиусов электрона, ускоренного до полной разности потенциалов. *H*-слой так же называют анодным слоем (АС), ускорительным слоем (УС), или слоем холловского тока (СХТ). Катодная плазма — слабо замагниченная область, плавно переходящая в квазинейтральный поток ускоренных ионов. Потенциал катодной плазмы  $\phi_p$  определяется её взаимодействием с источником электронов. В нормальных условиях  $\phi_p \ll \phi_A$ . Далее, такая конфигурация разряда будет называться просто *H*-слоем — как в работе [19], где он и был впервые введён. Ключевые особенности *H*-слоя:

1. Протяжённая, много больше ленгмюровских размеров, область падения потенциала, во всём объёме которой поддерживается некоторая избыточная концентрация электронов, много меньшая чем концентрация плазмы.
2. Нулевое электрическое поле с катодной стороны разряда, которое ограничивает протекание тока.

Наличие распределения потенциала, подобного  $H$ -слою с анодной плазмой установлено экспериментально, как в СПД [20], так и в ДАС [21]. Наличие анодной плазмы так же подтверждается измерением функций распределения ионов по энергиям (ФРЭИ). Например, в работе [22] проведено измерение ФРЭИ для СПД с высоким удельным импульсом, а в работе [23] – аналогичные измерения для ДАС (кроме того, там измерена доля двукратно и трёхкратно заряженных ионов, которая невелика). В результате показано, что большая часть ионов имеет небольшой разброс энергий и средняя энергия незначительно меньше, чем при полном ускоряющем напряжении. Численное кинетическое моделирование так же предсказывает существование  $H$ -слоя.

Стоит отметить, что в работе [19] так же описана другая возможная конфигурация разряда, названная  $E$ -слоем. Который представляет собой тонкий, меньше циклотронного радиуса электрона двойной слой с сильным нарушением квазинейтральности. При этом, область магнетронной отсечки расположена в квазинейтральной анодной плазме, а магнитное поле внутри слоя практически не влияет на движение электронов. Слой аналогичен ленгмюровскому двойному слою с учётом обратного движения электронов (рис. 1.3). Квазинейтральность с катодной стороны обеспечивается благодаря поступлению из катодной плазмы значительного электронного тока, в  $\sqrt{M/m}$  большего, чем в режиме  $H$ -слоя. Ключевые особенности  $E$ -слоя:

1. Короткая, меньше ларморовского радиуса электрона, зона ускорения с сильным нарушением квазинейтральности.
2. Необходимость плотной катодной плазмы, концентрация которой значительно превышает концентрацию в режиме  $H$ -слоя.

Возможно, путём изменения инжектируемого электронного тока в меньшую сторону возможно частично управлять режимом горения  $E$ -слоя (сместить его

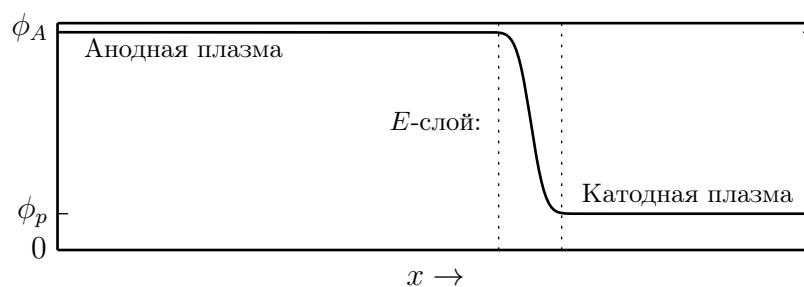


Рисунок 1.3. Схематическое распределение потенциала в продольном направлении:  $E$ -слой.

границу в область плазмы малой концентрации). Следует отметить, что в режиме  $E$ -слоя азимутальный ток  $J_\theta$  расположен в эквипотенциальной анодной плазме и служит для передачи реактивной силы ионного пучка на корпус электромагнита.

**Роль катода в горении интенсивного разряда.** Интенсивный разряд в скрещённых полях, обычно, не является самостоятельным. Для компенсации энергетических потерь связанных с ионизацией (возбуждением, потерей горячих электронов на аноде), в область ионизации должен постоянно поступать электронный ток  $J_e$  — сквозной электронный ток. В отдельных случаях, например, при использовании достаточно больших разрядных напряжений и работе на газах с высоким коэффициентом вторичной ион-электронной эмиссии (например, аргоне) этот ток может автоматически генерироваться на полюсах магнитопровода и в катодной плазме благодаря вторичным процессам. Тогда, этот разряд можно условно<sup>7</sup> считать самостоятельным. Например, в таком режиме разряд в скрещённых полях часто эксплуатируется в технологических источниках ионов [24]. Но в условиях работы на космическом аппарате (КА), ХЭРД работает только в связке с внешним устройством — газоразрядным катодом компенсатором (нейтрализатором). Это устройство выполняет двоякую роль:

1. Замыкает ионный ток, т.е. нейтрализует (компенсирует) ионную струю так же, как это делается в ИД, тем самым устраняя накопление пространственного заряда на КА.
2. Обеспечивает протекание сквозного электронного тока  $J_e$ , необходимого для компенсации энергетических потерь, затрачиваемых на ионизацию.

<sup>7</sup>Самостоятельным разрядом в данном случае является вся система замагниченный разряд + катодная плазма. Сам замагниченный разряд остаётся несамостоятельным.



Такой катод представляет собой полость из материала с малой работой выхода, через который пропускают поток газа  $Q_e$ , обычно не превышающий 5–10% от  $Q_A$ . Внутри полости горит дуговой разряд, который обеспечивает ионизацию поступающего газа. Образованная плазма покидает катод через отверстие в анодном электроде. За счёт компенсации пространственного заряда электронов холодными ионами, отбираемый из отверстия газового катода электронный ток по порядку величины равен

$$I_e \sim Q_e \sqrt{M/m}.$$

Т.е. может быть в несколько раз выше суммы ионного и сквозного электронного тока. «Лишние» электроны оседают на электродах с катодным потенциалом и возвращаются в цепь. Таким образом, разряд горит в самосогласованном режиме с максимально возможным инжектируемым электронным током. В условиях наземной отработки допустимо замыкать ионный ток через стенки металлической вакуумной камеры, тогда газовый катод выполняет только функцию поддержания несамостоятельного разряда. В любом случае, разряд ХЭРД-катод можно представить как два последовательно включённых разряда, влияющих друг на друга: незамагниченный разряд между катодом и катодной плазмой с потенциалом  $\phi_p$ , подобный обычному положительному столбу; и замагниченный разряд между катодной плазмой и анодом с потенциалом  $\phi_A$ . Использование плазменных катодов при исследовании нестационарных процессов горения разряда имеет несколько недостатков:

1. Разряд внутри такого катода «шумит» [25], что приводит к колебаниям электронного тока и потенциала катодной плазмы, которые влияют на основной разряд.
2. Такой катод инжектирует в разряд собственный поток плазмы, тем самым нарушая азимутальную симметрию.
3. Ток, отбираемый с катода, не регулируется.

Поэтому, с целью выяснения влияния катодной плазмы на развитие автоколебаний и переходных процессов, вместо плазменного катода в экспериментах целесообразно использовать термоэмиссионный катод. Максимально возможная плотность электронного тока эмиссии с такого катода определяется зако-

ном Ричардсона-Дешмана, т.е. температурой катода  $T_C$  (в градусах Кельвина) и работой выхода материала катода  $W$ :

$$I_e = \varnothing^2 \frac{\pi^2 m k^3}{h^3} T_C^2 \exp\left(\frac{-W}{kT_C}\right)$$

где  $h$  — постоянная Планка;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\varnothing$  — диаметр катода. Однако, при помещении такого катода в плазму между поверхностью катода и границей плазмы образуется слой пространственного заряда, так что из плазмы на катод поступает ионный ток плотность которого в соответствии с критерием Бома образования слоя пространственного заряда, равна  $en\sqrt{T_e/M}$ , где  $n$  — концентрация плазмы;  $T_e$  — температура электронов плазмы в энергетических единицах. Естественно, предполагается, что потенциал катода ниже потенциала плазмы. Если плотность тока эмиссии превышает некоторую величину, то слой становится двойным. Поскольку в двойном электрическом слое плотности электронного и ионного токов относятся как  $\sqrt{M/m}$ , то, очевидно, что плотность отбираемого в плазму электронного тока не может превысить величину

$$I_e^{max} = \frac{\pi\varnothing^2}{4} en\sqrt{\frac{T_e}{m}}.$$

Отсюда следует, что для достижения высокой плотности отбираемого электронного тока следует располагать катод в непосредственной близости от среза ХЭРД, в области с большей концентрацией плазмы. Тогда, в некотором диапазоне температур  $I_e^{max} > I_e$ , и ток поддаётся регулировке — т.е. катод работает в режиме Ричардсона-Дешмана, а не в режиме ограничения тока пространственным зарядом. Естественно, во избежание разрушения под действием интенсивной ионной бомбардировки, катод следует располагать вне струи ускоренных ионов. Если разряд работает в режиме  $H$ -слоя, то варьирование  $I_e$  не должно влиять на разрядный ток, так как он автоматически ограничивается благодаря нулевому электрическому полю со стороны катодной плазмы<sup>8</sup>. Для того что бы разряд горел в режиме  $E$ -слоя необходима достаточно большая концентрация катодной плазмы, что может быть получено увеличением  $J_e$ .

Горение разряда в скрещённых полях почти всегда нестационарно и сопровождается автоколебаниями токов, потенциала и плотности плазмы в широком

<sup>8</sup>Это справедливо только для разряда в устройствах с коаксиальной геометрией, в устройствах с цилиндрической геометрией обнаружено влияние  $I_e$  на  $I_A$  [26].

диапазоне частот. Наиболее полно это рассмотрено в обзоре [27]. Ниже дан обзор основных работ, рассматривающих нестационарные процессы в интенсивном  $E \times H$  разряде.

**Азимутальные волны.** В область ионизации постоянно должен поступать электронный ток  $J_e$ . Из (1.4) следует, что в почти во всех эксплуатируемых режимах длина выгорания не превышает нескольких мм. Вследствие интенсивного выгорания, концентрация тяжёлых частиц ниже по течению равна  $n_i = n_a u_a / \sqrt{2e\phi_A M}$ , т.е. на  $\sim 2$  порядка меньше чем вблизи анода. Оценки и более строгий численный счёт показывают, что столкновительный механизм электронной проводимости часто оказывается недостаточен не только для протекания экспериментально наблюдаемых значений электронного тока, но и для выполнения условий устойчивого горения разряда. Попытки моделирования горения разряда в конкретных конфигурациях только с учётом столкновений показали, что во многих случаях [квази]стационарная форма разряда не может существовать. Например, в работе [28] моделируется зажигание разряда в СПД в аксиально-радиальном приближении. Показано, что после зажигания разряда плазма быстро покидает канал и разряд гаснет, из чего делается вывод, что

«Разряд в канале Холловского двигателя может существовать только в импульсной форме»...

Так как это не соответствует эксперименту, то для объяснения протекания тока вводят дополнительную, аномальную проводимость. Эта проблема получила название «проблема аномального электронного транспорта / проблема аномальной проводимости» [29]. Для объяснения аномальной проводимости обычно рассматривают два механизма: т.н. «пристеночную проводимость» [18], возникающую благодаря рассеянию электронов на стенках диэлектрического канала с высоким коэффициентом вторичной электрон-электронной эмиссии, и «бомовскую проводимость», возникающую благодаря рассеянию электронов на высокочастотных турбулентных возмущениях плазмы. Очевидно, что «пристеночный» механизм работает только внутри двигателей Морозова, причём, в моделях с хорошим КПД, где магнитное поле максимально изолирует плазму от стенок и этот эффект мал, а в двигателях Жаринова, ввиду того что электроны упруго отражаются от потенциального барьера вблизи металлических стенок этот эффект и вовсе отсутствует. И тем более такой механизм не объясняет протекание тока через арочное магнитное поле за срезом разрядного

канала, где стенок нет вообще. Проведённые в последние  $\sim 10$  лет экспериментальные и численные исследования показали, что протекание электронного тока через арочную область разряда в значительной степени обеспечивается благодаря возникновению градиентно-дрейфовой неустойчивости в зоне ускорения — нарушению азимутальной однородности разряда, приводящей к появлению азимутальной компоненты электрического поля:

$$\delta E_{\Theta} \sim \frac{\delta n_e}{n_e} E_x,$$

где  $\delta n_e$  — возмущение плотности электронов относительно стационарного состояния. Наличие такого электрического поля позволяет электронам совершать дрейфовые движения в аксиальном направлении с частотой кратной частоте полного оборота по образующей окружности разрядного канала:

$$\omega_{\Theta} \approx m \frac{c}{2\pi R_0} \cdot \frac{E_x}{H}, \quad (1.5)$$

где  $m$  — безразмерное волновое число, т.е. сколько раз такая волна укладывается на образующей окружности. Если азимутальная симметрия нарушается вдоль всей продольной оси, то говорят о возникновении «спицы» (spoke). Такой тип азимутальной волны наиболее вредоносен, так как приводит к бездиссипативному выносу электронов катодной плазмы на анод, значительному снижению КПД и большому тепловому потоку на анодный узел. Неустойчивость носит гидродинамический характер, т.е. развивается в условиях, когда циклотронные радиусы электронов много меньше чем характерный размер области, занятой магнитным полем. На сегодняшний день существует огромное число работ, рассматривающих эту проблему.

Например, в [30] рассматривается течение плазмы в канале СПД в гидродинамическом приближении в двухмерной аксиально-азимутальной ( $x\Theta$ ) постановке. Показана возможность возбуждения двух типов азимутальных волн на частотах 74 и 7 МГц, первая из которых является чисто электронным звуком, а вторая волной, распространяющейся в азимутальном направлении. Возбуждение этой волны приводит к увеличению электронной проводимости в 3 раза по сравнению со столкновительным механизмом. Далее, в работе [31] моделируется горение интенсивного разряда в сильно неоднородном (заданном) магнитном поле в аксиально-азимутальной ( $x\Theta$ ) постановке, не учитывающей столкнове-

ние электронов со стенками. Используется DSMC/PiC метод для моделирования кинетики электронов и ионов и простое гидродинамическое приближение для атомов. Исследуются высокочастотные возмущения электронной плотности. В частности показано, что в области спадающего магнитного поля азимутальная симметрия разряда нарушается, плазма становится турбулентной, и возникают флуктуации азимутального электрического поля по амплитуде сравнимые с аксиальным  $\delta E_\theta \sim 0.25 E_x$ . При этом, горение разряда сопровождается сильной низкочастотной модуляцией анодного тока, во время которой разрядный канал опустошается и вновь заполняется ксеноном. В схожей постановке рассматривается горение разряда в работе [32], в которой модельно учитываются столкновения электронов со стенками диэлектрического канала. Наблюдаются как низкочастотные автоколебания (см. далее), так и азимутальная неустойчивость обеспечивающая аномальную подвижность электронов в аксиальном направлении. Причём, за срезом разрядного канала аномальная подвижность на порядок превышает подвижность обусловленную столкновениями и целиком ответственна за протекание тока в этой области. В работе [33] приведены результаты экспериментального измерения азимутальных волн на срезе разрядного канала зондовым методом. Обнаружены высокочастотные волны, с фазовой скоростью, близкой к скорости электронного дрейфа и с характерными зависимостями частоты от величины разрядного напряжения и магнитного поля, определяемыми формулой (1.5) если  $E \sim \phi_A/L$ . Кроме того, приведены результаты измерения потенциала плазмы в аксиальном направлении, которые свидетельствуют о том, что анодная плазма и  $H$ -слой чётко разделены. В [34] приведены результаты экспериментальных исследований азимутальной неоднородности разряда с помощью коллективного томсоновского рассеяния.

В статье [35] приведены результаты экспериментального исследования возникновения высокочастотной азимутальной волны за срезом разрядного канала СПД (судя по чертежу, он ближе к гибридным вариантам, т.к. со стороны анода канал выполнен из металла), выполненные в центре Келдыша. Измерения проводились с помощью изолированных от плазмы магнитных зондов. Было обнаружено, что за срезом разрядного канала возникают достаточно сильные возмущения азимутального электрического поля, ответственные за осцилляцию электронов в аксиальном направлении. А в статье [36] проведён теоретический анализ данной конфигурации в гидродинамическом приближении при бездис-

сипативном движении электронов, т.е. рассматривается ускорительная область разряда, где нет ионизации, возбуждения и упругих столкновений. Показано, что в основном возбуждаются волны с волновыми числами  $m = 1 \dots 3$ , а коротковолновые возмущения быстро затухают.

В работе [37] приведены результаты моделирования цилиндрического СПД (геометрия которого уже достаточно близка к МПД) в полностью трёхмерной постановке, однако, видимо, из-за ограничений модели геометрия разрядного канала была не коаксиальной, а четырёхугольной (!). При этом, катод располагался в области слабого магнитного поля. Было показано возникновение азимутальной неустойчивости типа «спица», старт которой определяется азимутальным положением катода. Утверждается, что

«The simulation has shown that the depletion of neutral gas can lead to azimuthal asymmetry of the discharge and possibly to the spoke phenomenon»...

В [38] проведено полностью кинетическое трёхмерное моделирование горения разряда в канале СПД нормальной геометрии. Учтены двойная ионизация и эмиссия вторичных электронов со стенок диэлектрического канала. Вследствие использования небольшого количества макрочастиц результат расчёта оказался достаточно шумный, однако, показано возбуждение достаточно сильного азимутального поля в зоне ускорения. Кроме того, проведён расчёт зажигания разряда, однако, он моделировался при заниженной концентрации атомов в зоне ускорения типичной для установившегося режима и не учитывал влияние собственного магнитного поля.

Интересна работа [39], где рассматривалось развитие азимутальной волны в цилиндрическом ускорителе плазмы с анодным слоем. Однако, далее отмечалось [40], что эта волна связана с переходным процессом, т.е. разряд не вышел на установившийся режим. Из-за большой вычислительной сложности трёхмерного моделирования рассматривался достаточно короткий промежуток времени.

Эксперименты показывают, что в некоторых случаях азимутальная волна может развиваться не только в области ускорения, но и в анодной плазме, где скорость дрейфа невелика. Так, например, в [41] показано существование низкочастотных азимутальных волн одновременно с ионизационными. В более поздней работе [42] приведены результаты экспериментального исследования низкочастотной ионизационной азимутальной волны в СПД и её влияние на транс-

порт электронов поперёк магнитного поля. Для этого использовался двигатель с сегментированным анодом, позволяющий напрямую измерить неоднородность поступления тока на анод и высокоскоростная видеосъёмка разряда, позволяющая наглядно показать неоднородность свечения разряда. В результате было обнаружено, что возможно возникновение азимутальных волн с  $m = 1 \dots 4$ , которые в два раза увеличивают транспорт электронов поперёк магнитного поля. Эти колебания возникают не всегда, а только в случае если двигатель эксплуатируется в несоответствующих режимах, т.е. вне области существования стабильной формы разряда.

В работах [43, 44] проведён теоретический анализ устойчивости разряда к возникновению низкочастотной азимутальной волны, разработана линейная гидродинамическая модель такого типа колебаний. Надо отметить так же работу [45], где исследуется СПД цилиндрической геометрии с аналогичным сегментированным анодом и предложен метод подавления азимутальной неустойчивости с помощью отрицательной обратной связи — введения сопротивления в цепь каждого сегмента. Однако, результат малоэффективен, так как, несмотря на значительное усложнение устройства, сквозной ток удалось уменьшить на 10% и выигрыш в анодном КПД оказался меньше, чем потери мощности на резисторах. В выводах отмечается, что возникновения «спицы» можно избежать, эксплуатируя двигатель в режиме с «правильными параметрами».

Таким образом, возникновение азимутальной неустойчивости в существующих конфигурациях почти всегда является одним из необходимых механизмов горения интенсивного разряда. При их адекватном моделировании необходимо учитывать азимутальную компоненту, что в случае СПД приводит к необходимости использования 3х-мерной ( $xr\Theta$ ) геометрии. Необходимость учёта радиальной координаты проистекает из того, что коэффициент вторичной электрон-электронной эмиссии для большинства керамик велик и задерживающий электроны пристеночный потенциальный барьер мал, а значит число столкновений электронов со стенкой велико и их движение нельзя считать бесстолкновительным (см. работу [46], где с помощью численного моделирования исследуется влияние керамических стенок на функцию распределения электронов). В ДАС геометрию можно свести к двухмерной ( $x\Theta$ ) если пренебрегать центробежными эффектами и радиальным разлётом частиц. Так же стоит отметить, что в случае разрядов слабой интенсивности, когда  $\lambda_{IZ} \sim L$ , возникновения градиентно-

дрейфовой неустойчивости для замыкания электронного тока не требуется и возможно рассчитать разряд не учитывая азимутальную компоненту поля, как, например, в работах [47, 48], где рассматривался миниатюрный ДАС с малым расходом и гибридный СПД (с металлической анодной полостью под плавающим потенциалом). Результаты моделирования оказались завышены на  $\sim 10\%$  по сравнению с экспериментом. Следует отметить, что разряды малой интенсивности малоэффективны, так как ионы в среднем набирают энергию  $\sim e\phi_A/2$ .

**Низкочастотные неустойчивости: «ионизационные» автоколебания и «дыхательные моды».** Горение интенсивного разряда почти всегда сопровождается низкочастотными колебаниями токов (и потенциала факела<sup>9</sup>). Эти колебания обычно называют «ионизационными» колебаниями и «дыхательными модами». И они достаточно хорошо описываются моделью хищник-жертва, как, например, в работах [49–51]. Электроны ионизируют поступающий газ и образуют вторичные электроны. Если в зоне ионизации есть достаточное электрическое поле, то вторичные электроны нагреваются настолько, что тоже ионизируют газ. Частота ионизации увеличивается, концентрация газа в области магнетронной отсечки падает, и разряд угасает. По мере поступления газа разряд зажигается вновь. Процесс повторяется с характерной частотой

$$\omega_I \approx u_a/l, \quad (1.6)$$

где  $l$  — продольный размер зоны ионизации. Колебания происходят согласованно, одновременно во всём плазменном объёме.

Исследование низкочастотных автоколебаний (и способов их подавления) особенно важно, так как двигатели с замкнутым дрейфом электронов могут эксплуатироваться в составе кластеров — двигательных установок из нескольких ЭРД. И хотя показано, что колебания в одном из ЭРД не приводят к срыву режимов соседних, несогласованные колебания потенциала факела одного из двигателей могут влиять на вектор тяги соседних. Кроме того, эти колебания сами по себе приводят к увеличению расходимости струи, а значит — к распылению конструктивных элементов ЭРД и КА. Поэтому, исследованию этого типа колебаний посвящено огромное число как экспериментальных, так и тео-

---

<sup>9</sup>В контексте ХЭРД факелом называется квазинейтральный поток ускоренных ионов за срезом двигателя, вне магнитного поля.



ретических работ, рассматривающих как СПД, так и ДАС. Обзор некоторых из них приведён ниже.

Стоит отметить серию японских работ, посвящённых этой проблеме. Так, в [25] приведены экспериментальные исследования ДАС с коротким разрядным каналом и практически однородным магнитным полем и СПД, с такими же параметрами, однако, длинным каналом, где поле уже значительно спадает к аноду (в статье данный СПД назван двигателем с «магнитным слоем»). В результате экспериментов утверждается, что СПД работает в режиме аномальной проводимости, а ДАС – в режиме классической проводимости (по крайней мере в зоне ионизации). Были получены зависимости амплитуды колебаний анодного тока от величины максимального магнитного поля. Показано, что существует ограниченный диапазон магнитных полей, в котором колебания малы. Там же приведена простая 0-мерная (интегральная) гидродинамическая модель развития ионизационных колебаний, в которой, тем не менее, учитывается разница площади анода и среза разрядного канала. Рассматривается стационарное состояние и его устойчивость к малым возмущениям. С помощью этой модели получены диапазоны параметров стабильной работы двигателей, удовлетворительно согласующиеся с экспериментом. Кроме того, исследовано влияние ширины анодной полости  $d$  и длины разрядного канала  $L$  на возможность реализации стабильного режима. Показано, что при малых  $d$  стабильное горение разряда возможно только при больших  $L$ , в то же время, при больших  $d$  возможно существование стабильного разряда и в коротком канале. В дальнейшем для детального анализа было проведено DSMC/PiC моделирование проникновения разряда в анодную полость [52, 53]. В результате чего было обнаружено, что в стабильных режимах при маленьких магнитных полях анодная плазма проникает вглубь полого анода и вторичные электроны плавно стекают на стенки. В режимах с ионизационными колебаниями плазма осциллирует между анодной и катодной областями разряда. В дальнейшем этой же группой был разработан метод подавления колебаний с помощью небольшого варьирования площади поперечного сечения разрядного канала [54]. Показано, что при использовании сходящейся геометрии разрядного канала возможна стабилизация разряда. Кроме того приведены результаты высокоскоростной видеосъёмки торца ДАС, подтверждающие что колебания происходят одновременно по всему плазменному объёму. Так же интересна их работа [21], где с помощью

высокоскоростного эмиссионного зонда измерялось продольное распределение потенциала при различных значениях магнитного поля и получена магнит-амперная характеристика (МАХ) разряда. МАХ состоит из двух областей, в области малых магнитных полей анодный ток плавно уменьшается с увеличением магнитного поля пропорционально  $\sim 1/H_0^2$ , при дальнейшем увеличении поля ток резко увеличивается и дальше уменьшается пропорционально  $\sim 1/H_0$ . Такое поведение МАХ означает переход от столкновительного механизма проводимости к аномальному. С помощью скоростной видеосъёмки показано, что в режиме с аномальной проводимостью свечение плазмы азимутально неоднородно. Особый интерес представляют продольные распределения потенциала в различных режимах. Так, при малых магнитных полях существует анодная плазма, которая занимает весь разрядный канал, а  $H$ -слой расположен за срезом двигателя. С увеличением магнитного поля анодная плазма постепенно исчезает и  $H$ -слой прижимается к аноду. При этом электрическое поле за срезом разрядного канала очень мало.

Стоит так же отметить работу [55], где косвенным методом измерялись осцилляции продольного электрического поля. Для этого в разряд вводились обратные связи, стабилизирующие частоту автоколебаний, а с помощью лазерно-индуцированной флуоресценции измерялись распределения скоростей ионов в разные моменты времени.

Особенно интересна теоретическая работа [56], где с помощью гибридного моделирования (прямое решение уравнений кинетики для ионов, гидродинамическое приближение для электронов) исследуют как меняются режимы колебания разряда в зависимости от коэффициента аномальной проводимости, которая выступает как варьируемый параметр. Показано, что в отсутствие аномальной проводимости область магнитных полей, в которых разряд стабилен очень мала. Левее и правее оптимальной области развиваются сильные колебания. Введение аномальной проводимости приводит к расширению области стабильной работы.

**Зажигание разряда.** Переходный процесс в момент зажигания разряда рассмотрен достаточно слабо, несмотря на то, что он важен, например, при эксплуатации устройства в импульсном режиме. Обычно его исследование ограничивается высокоскоростной видеосъёмкой, см. [57] и [58, с. 99]. Известно, что в момент зажигания ток разряда значительно превышает ток в нормальном со-

стоянии. Однако этого не происходит при сверхбыстром выключении и последующем включении разряда, когда время в течение которого разряд выключен меньше времени натекания газа [59]. По-видимому, большой ток обеспечивается ионизацией нейтральных атомов во всём объёме разряда.

**Двухступенчатая конфигурация, альтернативные решения.** Проблемы с ионизационными неустойчивостями при высоких напряжениях вынудили искать альтернативные решения — создание двухступенчатых ускорителей, где зоны ионизации и ускорения искусственно разделены. Для этого в разрядную камеру вводится дополнительный электрод, который служит катодом для первой ступени и одновременно — анодом для второй. Разряд при этом состоит из двух последовательно включённых  $H$ -слоёв. Обычно, в первой ступени горит низковольтный несамостоятельный разряд, который работает преимущественно на ионизацию газа, а во второй — высоковольтный разряд, где происходит ускорение ионов. Так, исторически, один из первых ДАС использовал такую двухступенчатую схему [60]. Однако, здесь стоит сделать оговорку. Такая конфигурация не всегда является в полной мере двухступенчатой. Разряды в первой и второй ступени не являются полностью независимыми. Низковольтный разряд первой ступени почти всегда несамостоятельный, ему требуется внешний источник электронов. Т.к. потери ионов на стенки должны быть малы, то катод первой ступени не может выступать как источник достаточного количества вторичных электронов, инжектируемых в объём за счёт потенциального вырывания (особенно, при работе на тяжёлых газах, где коэффициент вторичной ион-электронной эмиссии мал). Бомбардировка катода первой ступени электронами из второй ступени так же не может обеспечивать необходимый электронный ток, так как для большинства металлов коэффициент вторичной электрон-электронной эмиссии меньше единицы [61]. Таким образом, для полного разделения разрядов необходимо изготовление катода первой ступени из материала с низкой работой выхода и его нагрев [62, 63]; использование безэлектродного разряда [64, 65], или создание полноценной камеры ионизации [66, 67], подобной той, что используется в Кауфмановских ИД. Всё это значительно усложняет устройство и не позволяет воспользоваться практически «бесплатным» преимуществом интенсивного  $E \times H$  разряда — эффективной ионизацией.

Таким образом, если механизма инжекции электронов в первую ступень не предусмотрено, то устройство нельзя считать в полной мере двухступенчатым —

в качестве источника электронов по-прежнему выступает внешний катод-компенсатор, разряд подвержен тем же неустойчивостям, связанным с протеканием сквозного электронного тока, что и в одноступенчатом режиме. Тем не менее, даже эти «псевдодвухступенчатые» устройства оказываются достаточно эффективны [68]. Более того, в некоторых вариантах даже в отсутствие гальванической связи между анодом и промежуточным электродом на нём самосогласованно устанавливается необходимый плавающий потенциал [69–71]. Вероятно, в этом случае реализуется наиболее эффективный режим ионизации — анодная плазма располагается в полости промежуточного электрода, имеющего потенциал чуть меньше анодного. Тем самым обеспечивается эффективное запирающее электронов, их нагрев в слабом электрическом поле (в отличие от анодной полости) и диссипация энергии на ионизацию, а так же снижение энергетических потерь при попадании ионов на стенку.

В последнее время появились сообщения от т.н. двигателях (пока, лабораторные образцы) с «остроконечным полем» (cusped field thruster, CFT) [72, 73], которые конструктивно схожи [74] с цилиндрическими холловскими двигателями. Однако, механизм ускорения в них принципиально отличается от ускорения в Холловских или МПД двигателях и близок к такому в классических ИД, а сильно неоднородное магнитное поле подобно антипробкотрону служит ловушкой для электронов — отражает их от анода и термоизолирует плазму от контакта со стенками. Ключевая особенность этих двигателей в том, что в отличие от электромагнитных двигателей, в CFT ускорение ионов происходит вдоль магнитного поля, благодаря двойным слоям в плазме, возникающим в области центра магнитной ловушки (см. [72, 75, рис. 5]). Возможно, этот режим ускорения близок к  $E$ -слою, но без участия силы Ампера.

**Актуальность проблемы.** Из вышеприведённого обзора видно, что многочисленные экспериментальные исследования касаются в основном СПД, данных о горении разряда в ДАС мало, несмотря на то, что он в перспективе может обладать большим КПД за счёт отсутствия стока тепла на стенки канала, кроме того именно такая конфигурация используется в технологических источниках ионов. Отсутствуют систематические данные исследований момента зажигания разряда. Отсутствуют данные о горении разряда при ограничении эмиссионного тока в несамостоятельном режиме. Существует достаточно результатов по исследованию областей существования различных режимов разряда в за-

висимости от напряжения/расхода/магнитного поля/геометрии канала, но они недостаточно систематизированы. Недостаточно данных о поведении разряда в сильном магнитном поле в области малых напряжений. Нет данных о поведении азимутального тока во время различных нестационарных процессов и о влиянии создаваемого им магнитного поля. При этом известно, что устойчивость горения разряда в значительной степени определяется величиной и формой магнитного поля в канале. Даже малое его изменение может перевести разряд из стационарного режима в нестационарный. В связи с этим представляется актуальной задачей всестороннее экспериментальное исследование медленных нестационарных процессов горения разряда в ДАС, особенно тех, где происходит наиболее сильная модуляция токов; определение областей параметров, в которых они появляются; их математическое моделирование и определение условий существования стабильной формы разряда.

Существует множество гидродинамических, кинетических и гибридных моделей интенсивного разряда в скрещённых полях, однако, ни в одной из них не учитывается влияние собственного магнитного поля азимутального тока на динамику разряда<sup>10</sup>. В условиях сильной модуляции разрядного тока (в некоторых случаях, вплоть до 10-кратного увеличения) пренебрегать этим эффектом нельзя. Кроме того, пренебрежение этим эффектом может давать неадекватные результаты даже в стационарном режиме. В частности, это проявляется в том, что в некоторых моделях появляется сильное электрическое поле с катодной стороны  $H$ -слоя [56, 77–81], ускоряющее электроны. В реальном разряде поле с катодной стороны автоматически должно быть нулевым, в противном случае, азимутальный ток зависел бы от тока с катода, что не соответствует эксперименту.

Кроме того, именно за счёт искажения внешнего магнитного поля собственным полем замкнутого тока происходит передача реактивного импульса ионов на корпус магнитопровода. Т.е. не учитывающие собственное магнитное поле модели не могут считаться в полной мере *самосогласованными*. Поэтому, разработка самосогласованной модели интенсивного разряда в скрещённых полях так же является актуальной задачей. Естественно, что в силу больших чисел Кнудсена как для лёгкой так и для тяжёлой компоненты, расчёт должен по-

---

<sup>10</sup> В работе [76] рассматривалось влияние искажения магнитного поля на электронную проводимость, однако, само собственное магнитное поле предполагалось статичным, заданным извне.

сить кинетический характер и, обычно, проводится методом крупных частиц (DSMC/PiC).

Большинство устройств с интенсивным разрядом в скрещённых полях неустойчиво к возбуждению высокочастотных градиентно-дрейфовых азимутальных волн. Эта неустойчивость необходима для замыкания электронного тока в областях, где столкновительный механизм диффузии электронов подавлен вследствие интенсивного ионизационного выгорания тяжёлых частиц (в ускорительном слое, за срезом разрядного канала). Учёт  $\Theta$  координаты значительно увеличивает время счёта. С учётом того, что рассчитанный режим с большой вероятностью может оказаться неустойчивым, инженерное (с целью создания новых ХЭРД) применение таких DSMC/PiC-моделей затруднено.

Представляется возможным альтернативный вариант — поиск такой конфигурации разряда, в которой азимутальная неустойчивость не является необходимым механизмом замыкания электронного тока. Так как она возникает преимущественно в области максимального падения потенциала, в условиях когда циклотронный радиус электрона много меньше размера области (т.е. в гидродинамическом режиме), то необходимо искать решение в условиях, когда эта область максимально сжата и имеет размеры близкие к электронному циклотронному радиусу (кинетический режим). Например, когда магнитное поле быстро спадает за срезом короткого разрядного канала, или кольцевой источник электронов находится достаточно близко по отношению к аноду. Имеет смысл создание физически адекватной модели интенсивного разряда с классической проводимостью в коротком канале и поиск условий стабильного существования такой конфигурации разряда. Так как низкочастотные колебания возникают преимущественно в анодной области разряда, где из-за малого электрического поля и большого количества столкновений азимутальная неустойчивость выражена слабо, то выводы такой модели могут быть качественно применимы и к существующим конфигурациям ХЭРД. Если магнитное поле достаточно быстро спадает за срезом ускорителя, газ подаётся через узкую щель:  $d \ll R_0$  и радиус разрядного канала достаточно велик:  $mv_{\Theta}^2/R_0 \ll eE_x$ , то становится применимым даже одномерное приближение.

Цели данной работы:

1. Экспериментальные исследования переходного процесса в момент зажигания разряда в ДАС с регулируемым катодным током.

2. Экспериментальные исследования области существования разряда, выявление характерных процессов, сопровождающих нарушение стабильности горения разряда и измерение колебаний азимутального тока.
3. Разработка полностью кинетической, учитывающей собственное магнитное поле численной модели интенсивного разряда в коротком канале (с классической проводимостью).
4. Проведение численных расчётов зажигания и горения разряда в режиме классической проводимости при различных внешних параметрах и анализ полученных результатов. Формирование критериев существования стабильной формы разряда.

#### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Результаты экспериментальных исследований зажигания разряда и области существования ускорительного режима в ДАС.
2. Метод измерения переменной составляющей азимутального тока в ДАС и результаты экспериментальных измерений этой величины.
3. Нестационарная полностью кинетическая численная модель интенсивного разряда с учётом размагничивания плазмы собственным полем азимутального тока.
4. Результаты численного моделирования, позволяющие объяснить зажигание разряда и его выход на стационарный режим, а так же возникновение низкочастотных колебаний («пульсаций» и ионизационных).
5. Необходимость учёта размагничивания для корректного описания переходных процессов и неустойчивостей в интенсивном разряде с замкнутым дрейфом электронов в коротком канале.

#### **Научная новизна** заключается в том, что:

1. Экспериментально исследован процесс зажигания разряда. Установлено, что в момент зажигания разряда анодный ток может на порядок превышать значения характерные для установившегося режима. Впервые показано, что параметром, определяющим величину «выброса» анодного тока

является ток эмиссии с катода компенсатора. При больших значениях эмиссионного тока зажигание происходит коротким импульсом большого тока, а при малых — длительным импульсом меньшего тока. Причём, независимо от того, быстро или медленно происходит зажигание разряда, количество заряженных частиц, участвующих в импульсе тока, остаётся практически постоянным (с поправкой на ионизацию натекающего газа).

2. Экспериментально исследована область существования ускорительного режима в координатах магнитного поля и разрядного напряжения при различных расходах газа. Показано, что при постоянном напряжении с увеличением магнитного поля анодный ток уменьшается до некоторого минимума, при этом тяга максимальна, а разряд стационарен (оптимальная точка работы), дальнейшее увеличение магнитного поля приводит к незначительному уменьшению тока и возникновению сильных низкочастотных ионизационных колебаний. Ещё большее увеличение магнитного поля приводит разряд в метастабильное состояние, при котором разряд горит ограниченные промежутки времени в «нормальном» режиме, между которыми он хаотически переключается в режим с резким увеличением тока, подобным тому что происходит при зажигании. Параметрические кривые напряжение-магнитное поле, определяющие границы режимов, подобны кривым постоянного размагничивания<sup>11</sup>.
3. Впервые для ДАС проведено бесконтактное измерение переменной составляющей азимутального тока. Показано, что низкочастотные колебания анодного тока сопровождаются колебаниями азимутального тока, причём максимум анодного тока сопровождается резким минимумом сигнала азимутального тока. Это связано с периодическим смещением положения «центра масс» азимутального тока.
4. Построена полностью кинетическая, нестационарная, численная модель газового разряда в скрещённых полях с неявной схемой решения уравнений движения в одномерном по координатам и трёхмерном по скоростям приближении. Впервые учтён эффект размагничивания плазмы собственным магнитным полем замкнутого азимутального тока в нестационарной постановке.

---

<sup>11</sup>Такие параметры, при которых  $H_S/H_0 \equiv Const$ .



5. С помощью численного моделирования показано, что в процессе зажигания разряда и перехода его в установившийся режим, определяющую роль играет размагничивание плазмы собственным полем азимутального тока. В момент зажигания азимутальный ток значительно ослабляет приложенное магнитное поле, формируется катодный слой. Но разряд быстро угасает, так как частота ионизации в нём превышает частоту поступления нейтрального газа. Величина «импульса» тока в момент зажигания определяется током эмиссии с катодной границы.
6. Показано, что при определённом магнитном поле в коротком канале существует стационарный режим горения разряда в режиме  $H$ -слоя. Стационарный режим существует, когда частота ионизации меньше или равна частоте поступления газа и отсутствует накопление заряда. В настоящей модели ограничивающее приток электронов электрическое поле на катодной границе получалось автоматически. Все решения, где это поле ускоряло электроны в сторону анода, оказались не устойчивыми.
7. Показано, что в области малых магнитных полей разряд неустойчив к спонтанному увеличению азимутального тока и сильному размагничиванию. Это приводит к резкому возрастанию частоты ионизации (возникает положительная обратная связь) и переходу разряда в импульсный режим — «пульсациям» (гипертрофированной форме т.н. «дыхательных мод»). В области больших магнитных полей разряд неустойчив к накоплению избыточного отрицательного пространственного заряда, что приводит к ионизационным колебаниям. Рассчитанные осциллограммы разрядных токов качественно согласуются как с экспериментом, так и с предшествующими численными моделями.

**Апробация работы.** Основные результаты данной работы докладывались и обсуждались на следующих международных научных конференциях:

1. 11<sup>th</sup> International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics, 2012.
2. The 25<sup>th</sup> International Symposium on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum (ISDEIV), 2012.
3. The 31<sup>th</sup> International Conference on Phenomena in Ionized Gases (ICPIG), 2013.

4. 20<sup>th</sup> International Workshop on Beam Dynamics and Optimization (BDO), 2014.

**Личный вклад.** Автору принадлежит основная роль в получении экспериментальных результатов и написании расчётного кода описанных в диссертации. Научному руководителю д.ф.-м.н. Ю. А. Коваленко, вед. н.с. д.ф.-м.н. Д. Н. Новичкову и нач.отд. А. Н. Ермилову принадлежат определение цели и постановка задач исследований. Соавторы, участвующие в исследованиях по отдельным направлениям указаны в списке основных публикаций. Обсуждение и анализ результатов проводились соискателем совместно с Ю. А. Коваленко, Д. Н. Новичковым и А. Н. Ермиловым. Все результаты, составляющие научную новизну диссертации и выносимые на защиту, получены автором лично.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 9 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 5 — в тезисах докладов.

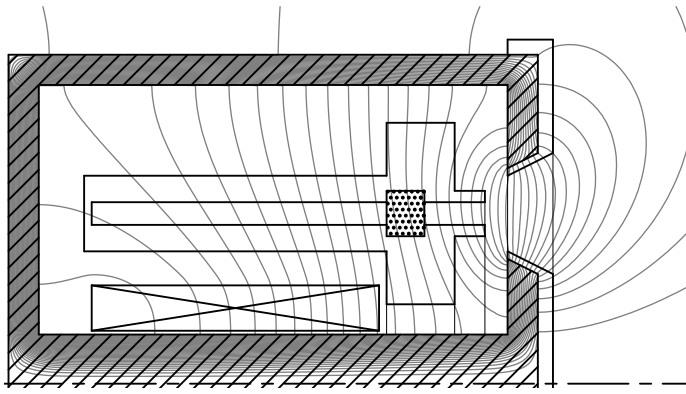
**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из четырёх глав и заключения. Полный объем диссертации **106** страниц текста с **59** рисунками и тремя таблицами. Список литературы содержит **108** наименований.

## Глава 2

# Экспериментальные исследования

### 2.1 Экспериментальное оборудование

Эксперименты производились на макете двигателя расположенном в вакуумной камере длина которой составляла 1500 мм, а диаметр — 500 мм. Стендовая система откачки обеспечивает остаточное давление фоновых газов  $P_0 = 10^{-5}$  торр. В качестве рабочего тела использовался ксенон. При установленных расходах через анод  $Q_A \sim 0.25 \div 2$  А, его парциальное давление много больше остаточного и определяется скоростью откачки  $P_Q = 1.1Q_A \cdot 10^{-4}$  торр. Использовался макет ХРДПУ (Холловский Реактивный Двигатель с Полым анодом, Усовершенствованный), представляющий собой модифицированный вариант макета, описанного в [82]. Параметры макета:  $R_0 = 22.5$  мм;  $d = 3$  мм; расстояние от среза анодной полости до внутренней кромки магнитопровода — 3 мм, толщина магнитопровода 4 мм, т.е.  $L \approx 7$  мм. Схематический чертёж и внешний вид макета показаны на рис. 2.1. На рис. 2.2 показан ХРДПУ в работе. Основной особенностью данного макета является изготовление анодного блока из графита с пористой диафрагмой подачи газа, которая обеспечивает равномерную подачу рабочего тела (Xe). Магнитопровод (катодная точка ускорителя) снабжён графитовым экраном для защиты от ионной бомбардировки. Магнитопровод формирует магнитное поле, слабо спадающее в сторону анода. В качестве катода-компенсатора (КК) использовалось от одного до четырёх торцевых термоэмиссионных катодов с плоским эмиттером из  $\text{LaB}_6$   $\varnothing = 12$  мм



а. Схематический чертёж с нанесёнными силовыми линиями магнитного поля (масштаб 1:1).



б. Внешний вид макета.

Рисунок 2.1. Макет ХРДПУ.

с косвенным накалом, расположенных перпендикулярно факелу на расстоянии 2 см от среза разрядного канала симметрично относительно оси двигателя. Таким образом, в стационарных режимах обеспечивалось  $I_e^{max} \sim Q_A$ .

Схема подключения двигателя и электрических измерений приведена на рисунке 2.3. В качестве источника питания использовался стабилизированный по напряжению источник питания с защитой от перегрузки по току (не более 8 А). В цепи источника установлен  $RC$ -фильтр 40 Ом · 100 мкФ. «Минус» источника питания (катодная точка) гальванически связан со стенками вакуумной камеры и заземлён, в этом случае камера выступает в качестве цилиндра Фарадея и (частично или полностью) осуществляет токовую компенсацию, а термоэмиссионный катод служит преимущественно для поддержания сквозного электронного тока.

Состояние катодной плазмы (факела двигателя) отслеживалось с помощью подвижного ленгмюровского зонда в виде плоского диска  $\varnothing = 7$  мм. С помощью шунтов с гальванической развязкой LEM LA-25NP измерялись: полный ток разряда  $I_A$ ; ток, протекающий через цепь катода —  $I_e$ ;  $I_k$  и  $I_i$  — токи через магнитопровод и стенки вакуумной камеры. Напряжение между катодной точкой двигателя и анодом обозначено  $\phi_A$ .

Колебания азимутального тока измерялись индуктивным методом, с помощью интегрирования переменной составляющей ЭДС катушки намагничивания —  $\delta U_m$  (подробнее в соответствующем разделе). В настоящей работе анализируется только диапазон частот, в котором происходят наиболее существенные осцилляции токов (10–100 кГц). Поэтому,  $\delta U_m$  измерялась через интегрирую-



Рисунок 2.2. Фотография макета ХРДПУ с установленным блоком катодов-компенсаторов.

щю цепочку  $500 \text{ Ом} \cdot 3 \text{ нФ}$ . Для устранения нежелательной обратной связи мешающей измерениям  $\delta U_m$ , в цепь питания катушки намагничивания введена катушка индуктивности  $30 \text{ мГн}$ , которая обеспечивает стабилизацию тока в катушке  $I_m$ <sup>1</sup>.

Для измерения тяги в вакуумной камере был смонтирован тягомер. Принцип действия которого основан на автоматической компенсации силы тяги дви-

<sup>1</sup>В противном случае, колебания азимутального тока вызывают незначительные колебания тока  $I_m$  и значительное снижение  $\delta U_m$ , что делает измерение невозможным.

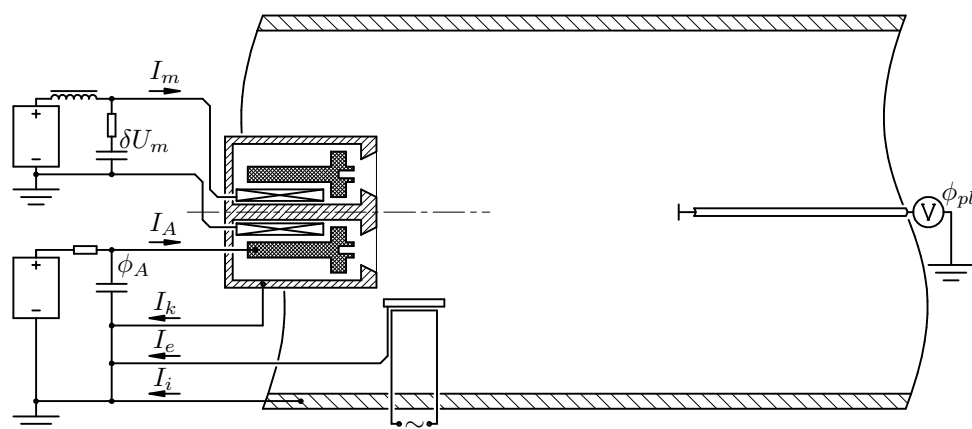


Рисунок 2.3. Схема подключения ДАС.

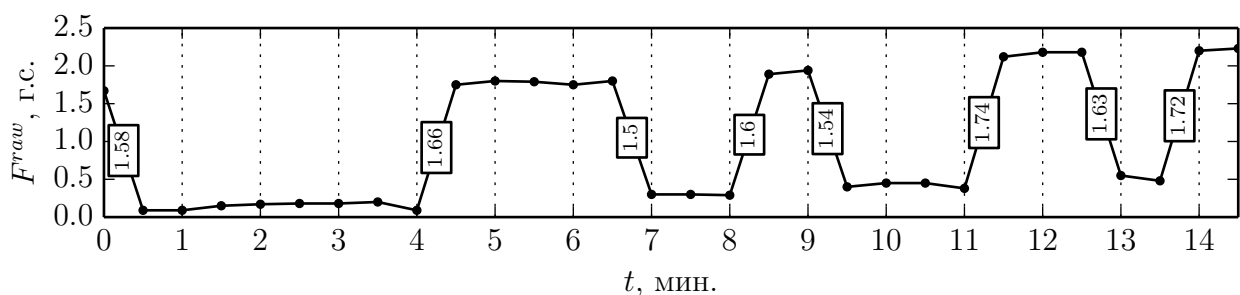


Рисунок 2.4. Измерение тяги.

гателя усилием, развиваемым магнитоэлектрическим компенсатором в цепи отрицательной обратной связи. Следящая система построена по принципу пропорционального интегродифференциального регулирования (ПИД-регулятор) с астатизмом первого порядка. Такое решение позволяет реализовать в системе полную компенсацию тяги без статической ошибки и, следовательно, исключить отклонение маятника подвески двигателя от нулевой точки в процессе измерений. Это, в свою очередь, обеспечивает отсутствие пластических деформаций в силовых токопроводах и трубке газоподачи, которые в основном влияют на характеристики дрейфа нуля и диапазон калибровки тягомера. При этом, когда тяга двигателя воздействует на маятник подвески и стремится отклонить его от положения равновесия, тягомер генерирует ток в электромагните, пропорциональный уровню отклонения маятника. Калибровка тяги в единицах грамм-силы<sup>2</sup> осуществляется с помощью механизма взвешивания эталонного груза, вес которого равен 2 г. Однако, первые эксперименты с измерителем тяги показали, что происходит значительный дрейф нуля, связанный с температурными деформациями подвески тягомера. Который можно корректировать или вручную, или с помощью вспомогательной программы. Для этого необходимо отключить питание двигателя на время, достаточное для записи на компьютере через коммутатор показания тягомера, тогда разность показаний тягомера означает тягу — рис. 2.4. Результаты измерения тяги опубликованы в [83]. Испытания проводились на «горячем» двигателе. Для этого перед началом эксперимента двигатель около часа эксплуатировался в оптимальном режиме с целью прогрева и дегазации. В процессе работы температура корпуса составляла около 500 К. Система измерений верифицировалась с помощью испытаний двигателя Д38М производства ЦНИИмаш с известными характеристиками.

<sup>2</sup>1 Г.С. = 9.8 мН

## 2.2 Исследование процесса зажигания и горения разряда с регулируемым $I_e$

В этом разделе приведены результаты экспериментальных исследований процесса зажигания разряда в скрещённых полях внутри холловского электро-реактивного двигателя при использовании термоэмиссионных катодов. Показано, что в момент зажигания полный ток разряда может в 10–20 раз превышать ток стационарного режима, при этом величина и длительность «выброса» тока находятся в непосредственной зависимости от эмиссионной способности катода-компенсатора. Обнаружено влияние величины магнитного поля в канале ускорителя на потенциал зажигания. В установившемся режиме какое-либо влияние тока  $I_e$  на процессы внутри двигателя отсутствует.

### 2.2.1 Переходные процессы в момент зажигания

Были проведены исследования переходных процессов в момент зажигания разряда в двигателе при установившемся течении газа. Сначала на анод двигателя подаётся напряжение, причём время нарастания напряжения (зарядки конденсатора) много больше всех характерных времён разряда (пролётных времён атомов и ионов через канал). При некотором напряжении  $\phi_A$  появляется и начинает расти анодный ток, который через какое-то время достигает своего максимального значения и резко уменьшается до значения, характерного для стационарного режима, после чего разряд переходит в установившийся режим (не всегда сразу, иногда этому предшествуют достаточно сильные колебания). Характерное время переходного процесса зажигания разряда обозначено  $\tau_{ign}$ , за него принято время между появлением некоторого минимального анодного тока и достижением анодным током нижнего экстремума по времени. Время переходного процесса много меньше, чем характерное время выходного фильтра источника питания, поэтому анодное напряжение во время переходного процесса остаётся практически постоянным. На рис. 2.5 показаны осциллограммы типичного переходного процесса в момент зажигания разряда. Эти осциллограммы позволяют определить характерное значение полного числа зарядов,

участвующих в «выбросе» анодного тока:

$$N_A = \frac{1}{e} \int_0^{\tau_{ign}} I_A(t) dt$$

и число электронов, эмитированных с катода-компенсатора за время переходного процесса:

$$N_e = \frac{1}{e} \int_0^{\tau_{ign}} I_e(t) dt$$

Обработка экспериментальных данных показала, что длительность переходного процесса обратно пропорциональна, а величина «выброса» тока прямо пропорциональна эмиссионной способности катода. При этом по мере уменьшения накала (следовательно, и тока эмиссии) длительность импульса увеличивается таким образом, что величины  $N_A$  и  $N_e$  меняются слабо. Полученные кривые зажигания при разных накалах катода-компенсатора представлены на рис. 2.5 (все рисунки даны в одинаковом токовом и временном масштабе). При меньших расходах газа наблюдается аналогичная зависимость и, как и ожидалось, величина «выброса» и полное число зарядов оказались меньше (см. рис. 2.6). Характерный выброс тока сохраняется даже при сверхмалых значениях тока эмиссии, при этом время зажигания может растягиваться, достигать сотых долей секунды. При больших значениях тока эмиссии длительность импульса приближается к одному-двум периодам ионизационных автоколебаний. В некоторых случаях, сразу после зажигания разряда развивались достаточно сильные колебания, которые затухали до некоторой установившейся амплитуды в течение  $\sim 1$  мс. Это особенно заметно при малых расходах.

Также были выявлены зависимости режима зажигания от величины магнитного поля. Существует область магнитного поля, где напряжение зажигания минимально, а при повышении или понижении величины магнитного поля, напряжение зажигания увеличивается (рис. 2.7, 2.8). То есть имеет место некоторый аналог кривой Пашена. Появление растущей ветви на кривой совпадает с появлением «турбулентного» режима горения разряда, который характеризуется резким увеличением тока, стохастическими колебаниями и импульсным характером тяги. При детальном рассмотрении оказывается, что турбулентный режим работы фактически является композицией двух режимов, хаотически



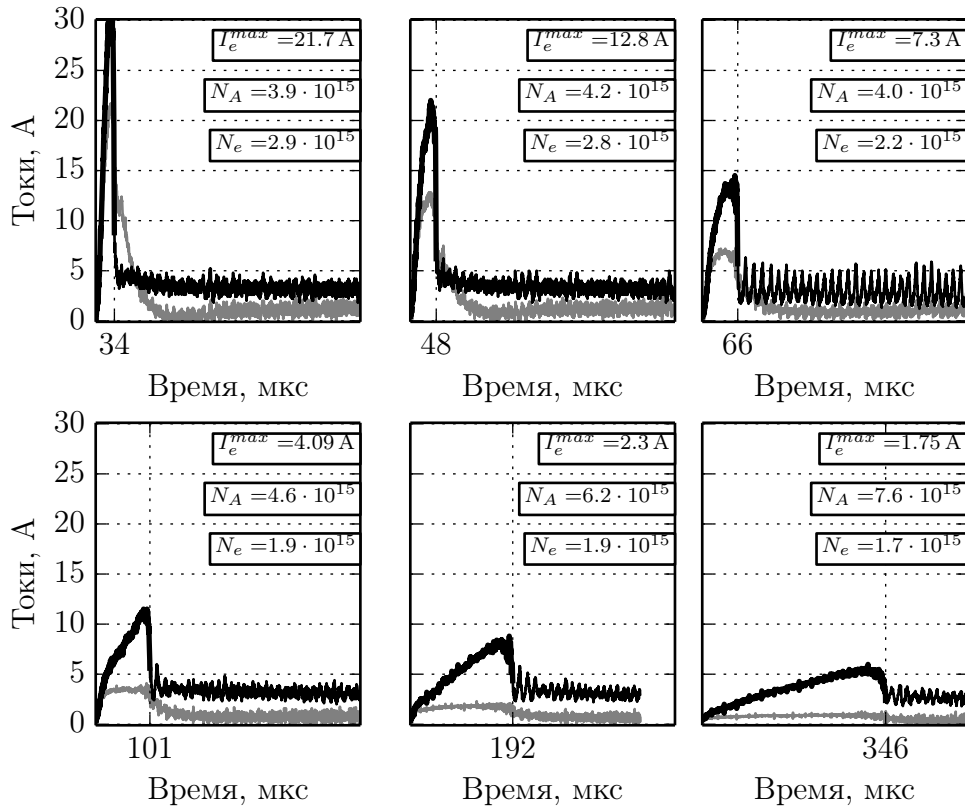


Рисунок 2.5. Кривые зажигания разряда при  $Q_A = 1.33$  А,  $\phi_A \approx 230$  В,  $H_0 = 260$  Гс и различных температурах катодов. (Верхняя линия —  $I_A$ , нижняя —  $I_e$ .)

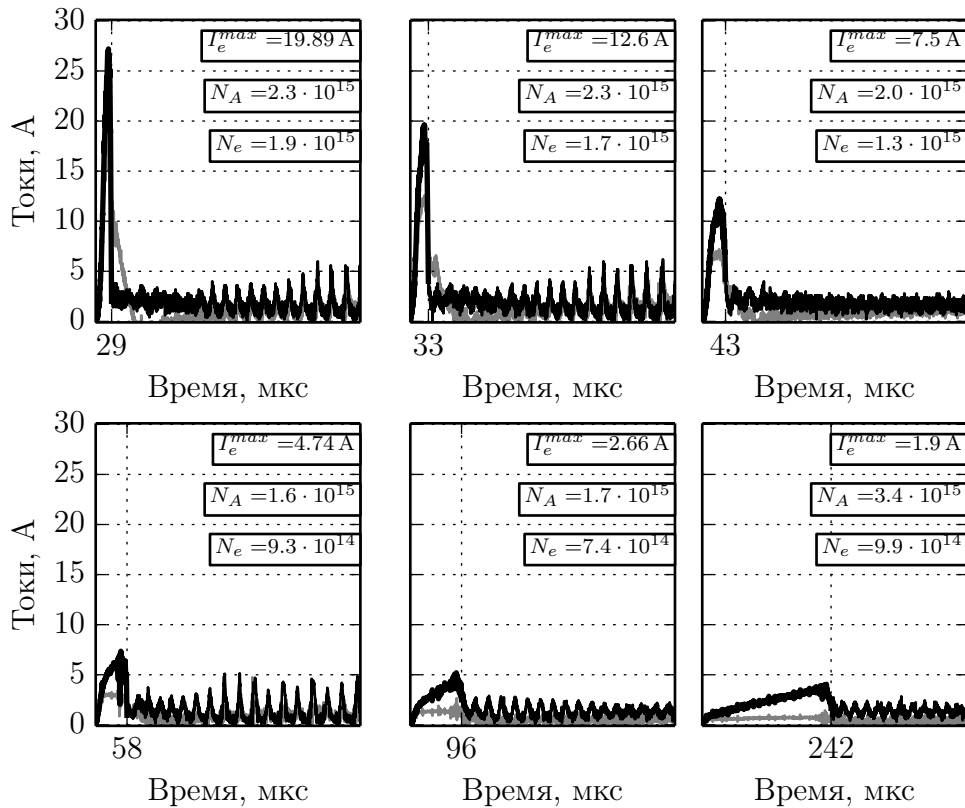


Рисунок 2.6. При  $Q = 0.66$  А,  $\phi_A \approx 310$  В,  $H = 140$  Гс.

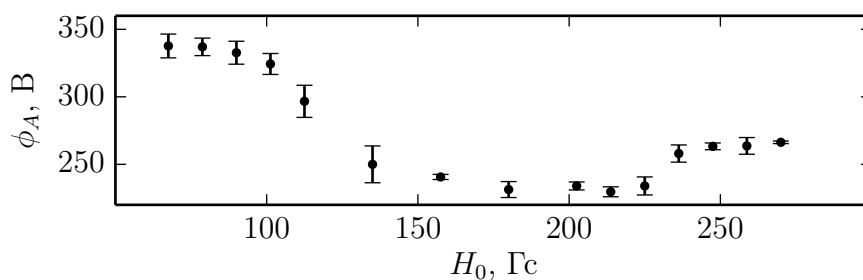


Рисунок 2.7. Зависимость напряжения зажигания от величины магнитного поля,  $Q_A = 0.66$  А.

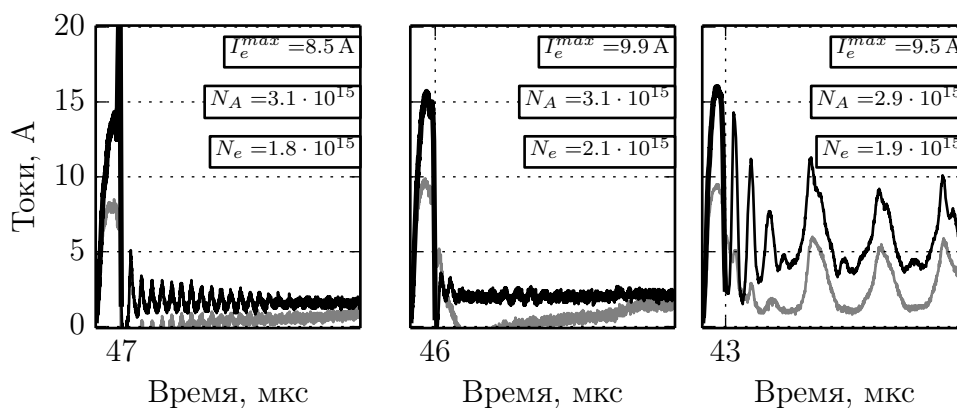


Рисунок 2.8. Осциллограммы зажигания при  $Q_A = 0.66$  А и разных магнитных полях:  $H_0 = 175 \rightarrow 130 \rightarrow 90$  Гс.

сменяющих друг друга. Разряд перескакивает из нормального режима (наблюдаемого при меньших магнитных полях) в некоторое аномальное состояние, при котором ток разряда значительно увеличивается, и обратно (это рассмотрено в следующем разделе). При этом, процесс зажигания происходит точно так же, как и в нормальном режиме. Кроме того с увеличением магнитного поля есть тенденция к незначительному уменьшению длительности «выброса» и количества зарядов. Длительность «импульса» не зависит от магнитного поля.

Переходный процесс в момент зажигания разряда может быть интерпретирован следующим образом. До зажигания разряда атомы из анодной полости двигаются в режиме свободномолекулярного разлёта с тепловыми скоростями, а в установившемся режиме горения концентрация атомов мала, так как все они ионизируются вблизи анода. Поэтому, до зажигания разряда в зоне ионизации поддерживается некоторая избыточная концентрация атомов  $N_{A0}$ . В момент зажигания значительная часть находящегося в разрядном канале газа ионизируется. Полное число зарядов, участвующих в импульсе, складывается из числа электронов, эмитированных с катода-компенсатора и числа электро-

нов, родившихся в процессе ионизации. При больших  $\tau_{ign}$  атомы нельзя считать неподвижными. Поэтому, если принять, что все атомы в разрядном канале выгорают, то возникает добавка  $Q_A \tau_{ign}/e$  к полному числу зарядов и начальное число «лишних» атомов в зоне выгорания:

$$N_{A0} = N_A - Q_A \tau_{ign}/e \approx Const.$$

С учетом этой поправки число «лишних» атомов при разных значениях «выброса» тока  $I_e$  остаётся практически постоянным, см. таблицы 2.1 и 2.2.

$I_e^{max}$	21.7 А	12.8 А	7.3 А	4.09 А	2.3 А	1.75 А
$N_{A0}$	$3.7 \cdot 10^{15}$	$3.8 \cdot 10^{15}$	$3.4 \cdot 10^{15}$	$3.8 \cdot 10^{15}$	$4.6 \cdot 10^{15}$	$4.7 \cdot 10^{15}$

Таблица 2.1.  $N_{A0}$  при варьировании  $I_e$ ,  $Q_A = 1.33$  А.

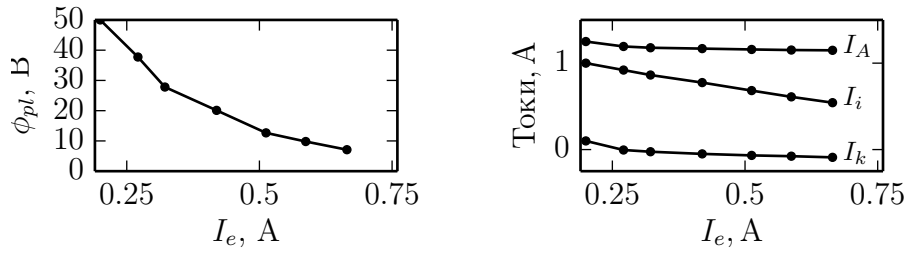
$I_e^{max}$	19.89 А	12.6 А	7.5 А	4.74 А	2.66 А	1.9 А
$N_{A0}$	$2.2 \cdot 10^{15}$	$2.2 \cdot 10^{15}$	$1.8 \cdot 10^{15}$	$1.4 \cdot 10^{15}$	$1.3 \cdot 10^{15}$	$2.4 \cdot 10^{15}$

Таблица 2.2.  $N_{A0}$  при варьировании  $I_e$ ,  $Q_A = 0.66$  А.

## 2.2.2 Влияние $I_e$ на горение разряда в установившемся режиме

В ходе экспериментов так же проверялось влияние тока  $I_e$  на горение разряда в установившемся режиме. На рис. 2.9а приведена полученная экспериментально зависимость значения плавающего потенциала катодной плазмы от тока  $I_e$ . При этом, как показали локальные зондовые измерения, пространственное распределение плавающего потенциала сохраняет форму и меняется только на некоторую постоянную величину, т.е. весь дополнительный потенциал сосредоточен в тонком слое вблизи стенок камеры — как и должно быть в немагнитном положительном столбе. Полный ток разряда остаётся постоянным — рис. 2.9б.<sup>3</sup> В результате было выявлено, что в большинстве режимов катодный ток влияет только на  $\phi_{pl}$ . При большом значении тока  $I_e$ , потенциал  $\phi_{pl}$  становится незначительным и слабо меняется при дальнейшем увеличении  $I_e$ , а

<sup>3</sup>Ток разряда зависит как от индукции магнитного поля, так и от разности потенциалов  $\phi_A - \phi_{pl}$ , поэтому это верно только при не слишком большом росте  $\phi_{pl}$ .



а. Зависимость  $\phi_{pl}$  от тока  $I_e$ . б. Зависимость токов  $I_A$ ,  $I_i$ ,  $I_k$  от тока  $I_e$ .

Рисунок 2.9. Зависимости характеристик разряда от тока  $I_e$  (приведены средние значения при  $Q_A = 0.66$  А,  $H_0 = 200$  Гс,  $\phi_A = 300$  В).

токи  $I_i$  и  $I_k$  малы<sup>4</sup>. По мере уменьшения накала ток  $I_e$  падает, токи  $I_i$  и  $I_k$  линейно увеличиваются, а плавающий потенциал быстро и нелинейно возрастает. Отсутствие влияния  $I_e$  на процесс горения разряда наблюдается только в ограниченной области параметров ( $H_0, \phi_A - \phi_{pl}$ ), исследованию которой посвящён следующий раздел.

### 2.2.3 Выводы

1. В момент зажигания эмиссионная способность катода оказывает определяющее влияние на процесс выгорания атомов в канале. Регулируя эмиссионную способность катода, можно регулировать скорость выгорания атомов, в момент зажигания разряда. Причём, при значительном ограничении эмиссионной способности катода закон роста полного тока от времени имеет линейный вид.
2. «Выброс» тока в момент зажигания разряда обусловлен повышенной концентрацией атомов в зоне ионизации (по сравнению с рабочим режимом), их быстрым выгоранием.
3. В установившемся режиме катодный ток влияет только на  $\phi_{pl}$ . При большом значении тока  $I_e$ , потенциал  $\phi_{pl}$  становится незначительным и слабо меняется при дальнейшем увеличении  $I_e$ . По мере уменьшения накала ток  $I_e$  падает, токи  $I_i$  и  $I_k$  линейно увеличиваются, а плавающий потенциал быстро и нелинейно возрастает.

Результаты исследования опубликованы в работе [84].

<sup>4</sup>В оптимальных режимах ток  $I_k$  часто бывает отрицательным, т.е. имеет место электронный засев.

## 2.3 Экспериментальное исследование области существования интенсивного несамостоятельного разряда в скрещённых полях

В заданной геометрии канала установившийся режим горения разряда определяется тремя параметрами:  $Q_A$  — расходом газа,  $H_0$  — максимальным значением магнитного поля в разрядном канале и ускоряющим напряжением. Так как источник электронов связан с основным разрядом через практически эквипотенциальную, не замагниченную катодную плазму, то за ускоряющее напряжение принимается разность потенциалов  $\phi_A - \phi_{pl}$ <sup>5</sup>. В качестве выходных параметров рассматривается анодный ток  $I_A$  и тяга  $F$ . Горение интенсивного разряда сопровождается колебаниями разрядного тока и потенциала пространства в широком диапазоне частот, по характеру колебаний, величине тока и тяги можно выделить 2 характерных режима горения.

### 2.3.1 «Ускорительный» режим

В некотором диапазоне параметров ток разряда не зависит от  $I_e$ , т.е. катод работает в режиме ограничения тока пространственным зарядом. Это первый режим — режим нормальной работы, условно названный здесь «ускорительным». Он характеризуется стационарным характером тяги, малым плавающим потенциалом и стабильными «ионизационными» автоколебаниями токов ( $I_A, I_k, I_i, I_e$ ) (рис. 2.14а.) на пролётной частоте, которую можно оценить из формулы (1.6) сделав подстановку  $l \rightarrow \rho_e^{max}$ :

$$\omega_I = \frac{eH_0 u_a}{mc v_e},$$

где  $v_e = \sqrt{2e(\phi_A - \phi_{pl})/m}$  — характерная скорость электронов. При фиксированной разности потенциалов и малых значениях магнитного поля амплитуда колебаний мала, а с увеличением индукции магнитного поля амплитуда колебаний тока значительно возрастает. В целом характер колебаний повторяет результаты, полученные в работах [52, 53, 85, 86]. Для детального определения

---

<sup>5</sup>В условиях эксперимента электронная температура факела/катодной плазмы невелика, поэтому плавающий потенциал ниже потенциала пространства всего на 10–15 В.

области существования «ускорительного» режима горения разряда в координатах  $(H_0; \phi_A - \phi_{pl})$  были сняты серии магнит-амперных и магнит-тяговых характеристик. На рисунках 2.10а–2.12а представлены кривые зависимости анодного тока  $I_A$  от магнитного поля, видно, что имеет место плавный спад тока с увеличением магнитного поля и резкий рост при пересечении некоторого критического значения. Кроме того, представлена зависимость отношения измеренной тяги  $F$  к расчётной<sup>6</sup>:

$$F^{max} = Q_A \sqrt{2(\phi_A - \phi_{pl}) M/e},$$

рис. 2.10б–2.12б. Видно, что в «ускорительном» режиме тяга практически не зависит от магнитного поля и определяется ускоряющим напряжением, причём при 500 В тяга близка к максимальной.

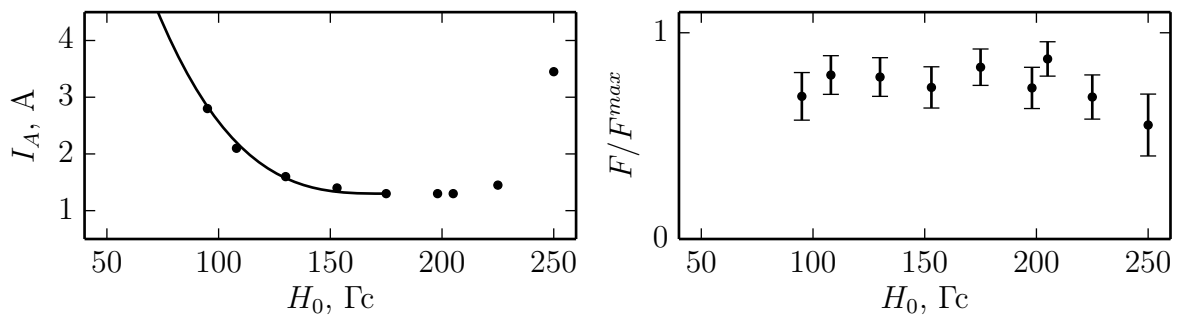


Рисунок 2.10. Серия магнит-амперных и магнит-тяговых характеристик для  $Q = 0.66$  А при  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 300$  В.

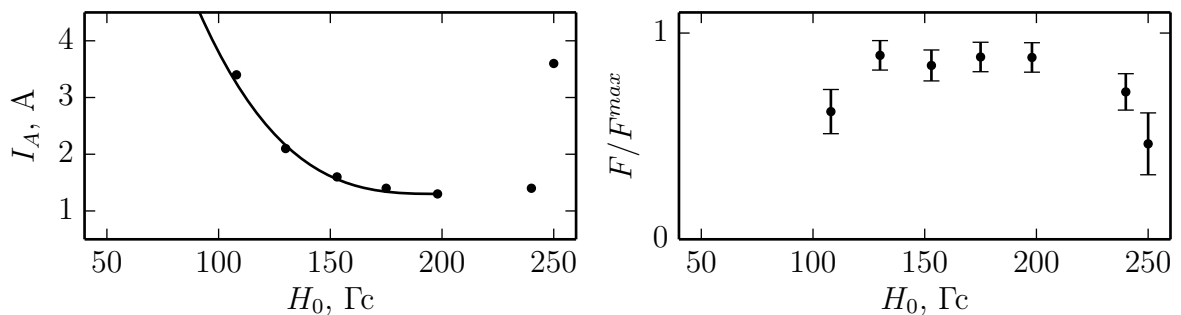


Рисунок 2.11. Серия магнит-амперных и магнит-тяговых характеристик для  $Q = 0.66$  А при  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 400$  В.

<sup>6</sup>При 100% переработке газа в ионы, ускорении ионов до полной разности потенциалов.

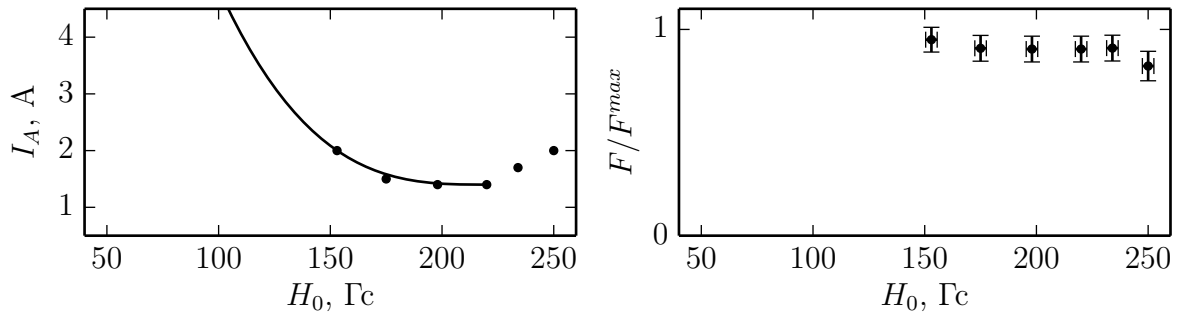


Рисунок 2.12. Серия магнит-амперных и магнит-тяговых характеристик для  $Q = 0.66$  А при  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 500$  В.

### 2.3.2 Область существования «ускорительного» режима, «турбулентный» режим

При фиксированных значениях расхода газа и ускоряющего напряжения «ускорительный» режим существует в ограниченной области значений магнитного поля. Существует некоторое критическое значение магнитного поля, соответствующее минимуму анодного тока, при превышении которого колебания разряда значительно усиливаются и при дальнейшем увеличении магнитного поля скачкообразно меняют свой характер — этот режим условно назван «турбулентным»<sup>7</sup>. На рисунке 2.13 представлены параметрические кривые, определяющие границу существования «ускорительного» режима горения разряда для четырёх расходов газа. «Ускорительный» режим горения реализуется в области слева от кривой, «турбулентный» — справа. Параметрические кривые напряжение-магнитное поле, определяющие границы режимов, подобны кривым постоянного размагничивания ( $H_S/H_0 = Const$ ), полученным в работе [88].

По мере приближении к границе области существования «ускорительного» режима упорядоченный характер автоколебаний нарушается — сначала разряд изредка, на короткие промежутки времени перескакивает в аномальное состояние (рис. 2.14б.), при котором полный ток разряда и ток с катода резко возрастают. Таким образом, среднее значение токов увеличивается. При пересечении границы количество таких «всплесков» тока скачкообразно увеличивает-

<sup>7</sup>Подразумевается [87]:

«Хаотическое, детально невозпроизводимое пространственно-временное изменение параметров плазмы, неустойчивой относительно возбуждения сразу многих её степеней свободы (колебаний, волн и вихрей разл. типов) до уровня, заметно выше теплового»...

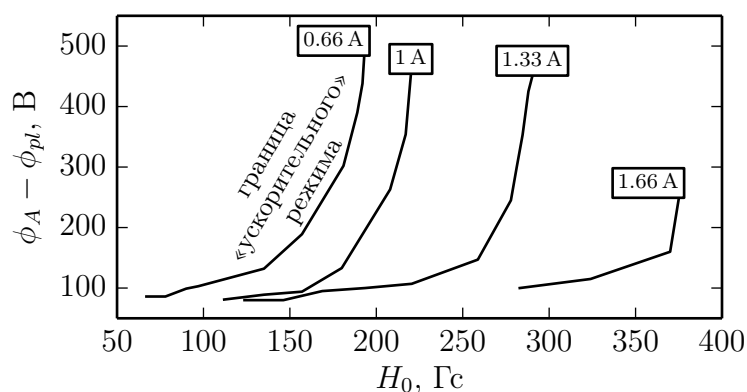
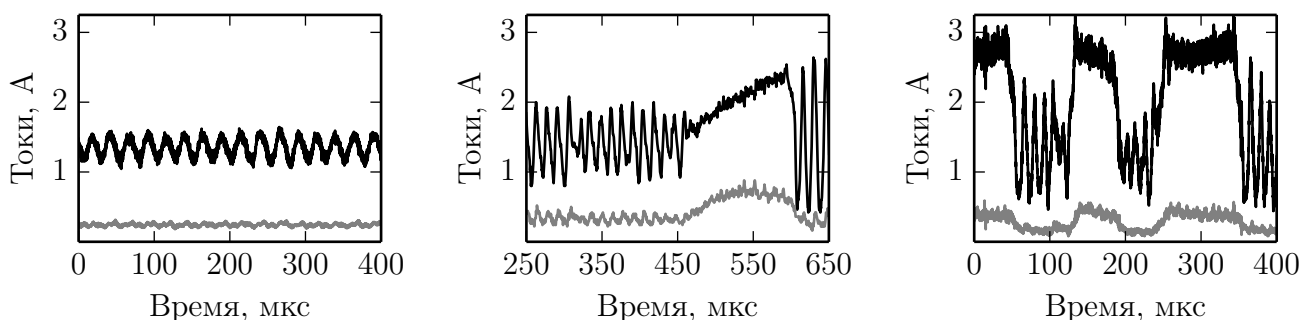


Рисунок 2.13. Область существования «ускорительного» режима.



а. «Ускорительный» режим.

б. На границе области.

в. «Турбулентный» режим.

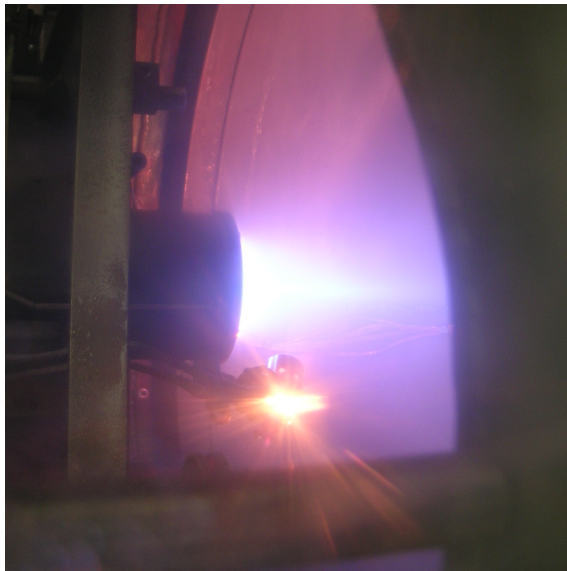
Рисунок 2.14. Два режима (Верхняя линия — ток  $I_A$ , нижняя —  $I_e$ ).

ся, и разряд переходит в состояние, показанное на рис. 2.14в — стохастическое переключение между нормальным и аномальным состоянием. При этом, в аномальном состоянии разряд становится чувствителен к величине  $I_e$ . На рисунке 2.15 приведены фотографии двух режимов работы. В «ускорительном» режиме устройство формирует направленную струю, а свечение сосредоточено в основном внутри этой струи и в анодной полости. В «турбулентном» режиме свечение сосредоточено снаружи ускорителя.

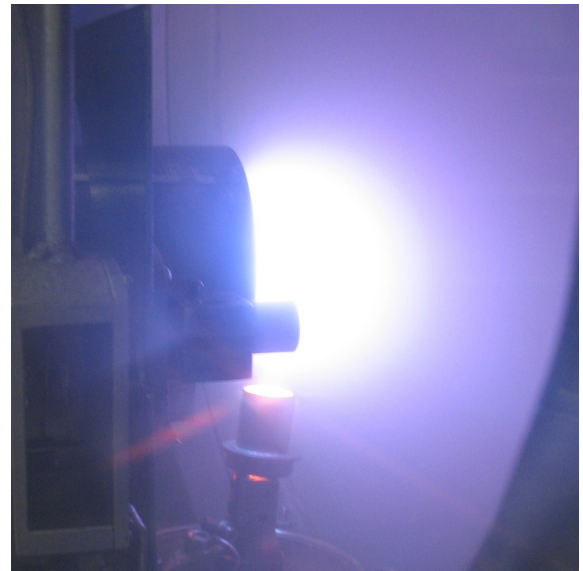
Так же следует обратить внимание на то, что зажигание разряда всегда приводит к горению разряда в нормальном состоянии, даже если величина магнитного поля выше критического. «Турбулентный» режим формируется только через  $\sim 500$  мкс после зажигания (рис. 2.16). Т.е. имеет место некоторое запаздывание.

Надо отметить, что при малых значениях разрядного напряжения величина критического магнитного поля более чувствительна к изменению ускоряющего напряжения, поэтому в этой области граница определялась с помощью серии вольт-амперных характеристик. При фиксированной величине магнитно-





а. «Ускорительный» режим.



б. «Турбулентный» режим.

Рисунок 2.15. Визуальное отличие двух режимов.

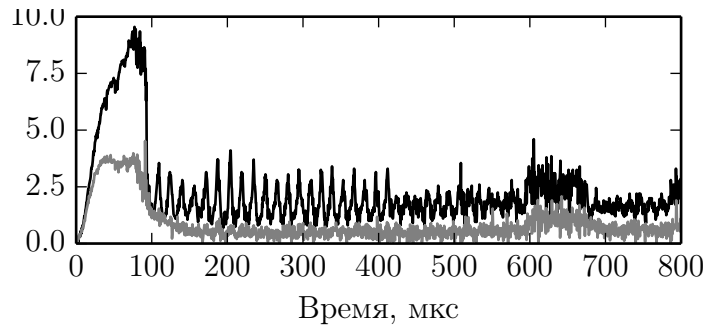


Рисунок 2.16. Момент зажигания разряда вне области существования.

го поля уменьшение ускоряющего напряжения ниже некоторого минимального значения так же приводит к переходу в «турбулентный» режим. Исходные серии магнит-амперных и вольт-амперных характеристик, по которым построен рис. 2.13, представлены на рисунках 2.17–2.20.

## Обсуждение

В области малых магнитных полей не наблюдается характерных «дыхательных мод» с полным погасанием разряда, однако, наблюдается увеличение тока. По-видимому, это связано со стабилизирующим влиянием полого анода. При генерации плазмы внутри анодной полости электроны не заперты вдоль силовых линий магнитного поля и свободно уходят на её стенки. Неизбежно возникает отрицательное анодное падение  $\sim T_e/e$ , которое тормозит электроны и обеспечивает квазинейтральность плазмы. Однако, такого скачка потенциала недо-

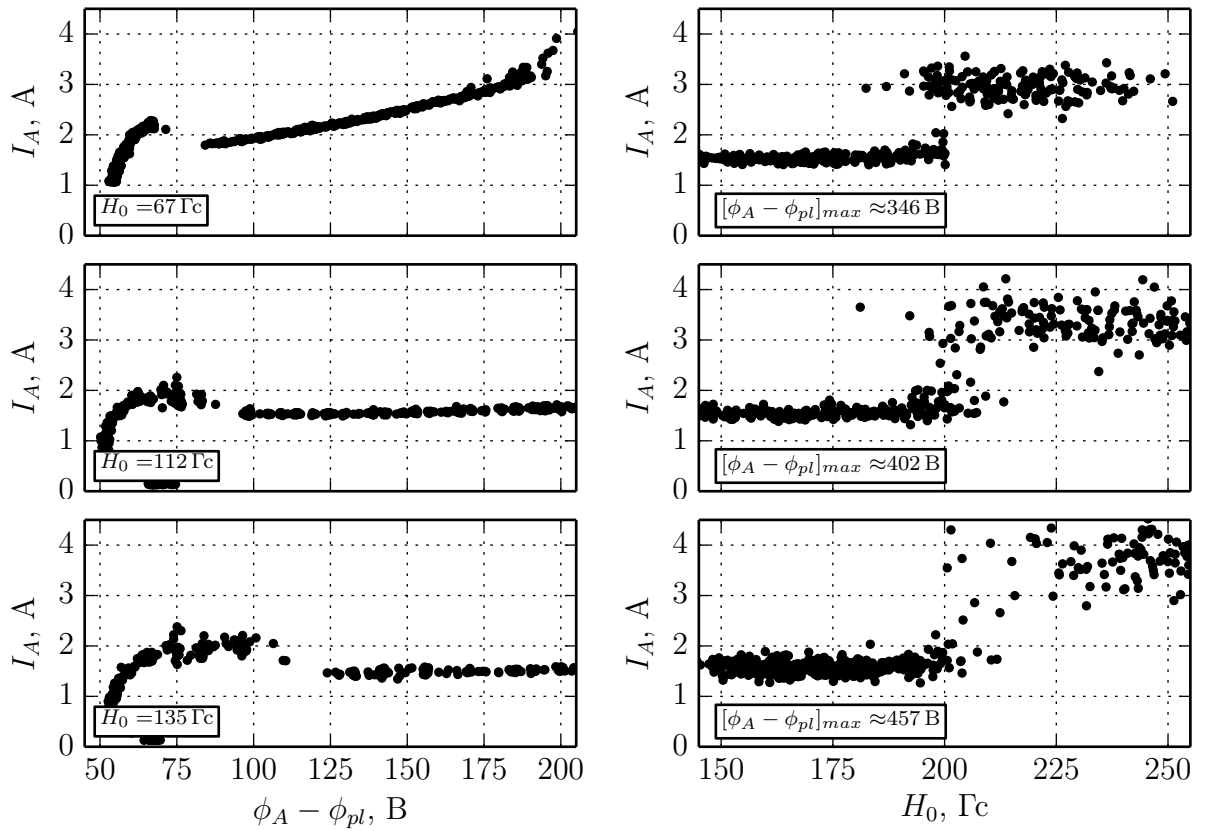


Рисунок 2.17. Серия характеристик при  $Q_A = 0.66$  А.

статочно что бы удержать внутри полости быстрые электроны, поступающие из слоя холловского тока. Это приводит к большим энергетическим потерям и снижению частоты ионизации в анодной плазме. Кроме того, отрицательное анодное падение приводит к ускорению ионов в радиальном направлении, их рекомбинации на стенках полости и возвращению в область ионизации. Такого, однако, не происходит, если анодная полость отсутствует и анод представляет собой плоскую пористую диафрагму. Ранее в ВЭИ проводились эксперименты с ДАС с плоским анодом, в результате чего были зафиксированы характерные низкочастотные колебания — «пульсации» [89]. Эти колебания представляют собой «всплески» тока подобные тем, что происходят при зажигании разряда между которыми разряд значительно угасает — рис. 2.21. Характерная частота колебаний определяется обратным временем заполнения разрядного промежутка газом. «Пульсации», по-видимому, являются гипертрофированной формой «дыхательных мод». При увеличении магнитного поля анодный ток уменьшается и выходит на насыщение. Дальнейшее увеличение магнитного поля приводит к типичным «ионизационным» автоколебаниям.

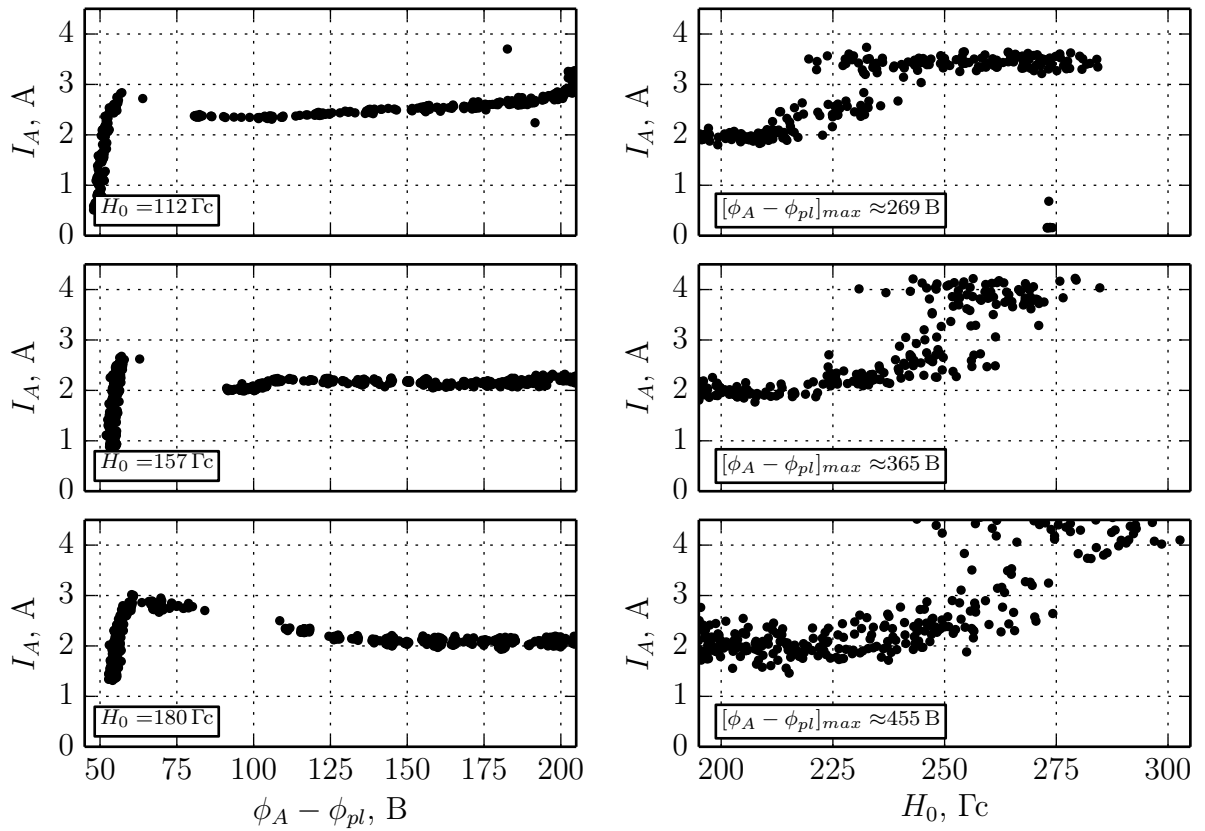


Рисунок 2.18. Серия характеристик при  $Q_A = 1$  А.

«Турбулентный» режим формируется при достаточно сильных магнитных полях (или маленьких напряжениях). Точно определить его причину сложно. Тот факт, что он возникает в достаточно сильном магнитном поле означает, что он может быть связан с нарушением проводимости между катодной плазмой и  $H$ -слоем (например, в области арочного магнитного поля). Из [21] известно, что с увеличением магнитного поля  $H$ -слой сжимается и приближается к срезу анодной полости. Возможна ситуация, когда электрическое поле в области арочного магнитного поля ослабевает настолько, что сквозной электронный ток оказывается заблокированным (невозможен ни классический ни аномальный механизм электронного транспорта). При этом естественно, разряд быстро угаснет. Возможно увеличение времени жизни разряда, если в области арочного магнитного поля захвачена достаточно плотная холодная плазма, поддерживающая сквозной электронный ток. Она может образоваться, например, во время зажигания разряда (действительно, после зажигания разряда в области параметров «турбулентного» режима, разряд достаточно долго существует в «ускорительном состоянии»). Или во время достаточно быстрого перераспределения

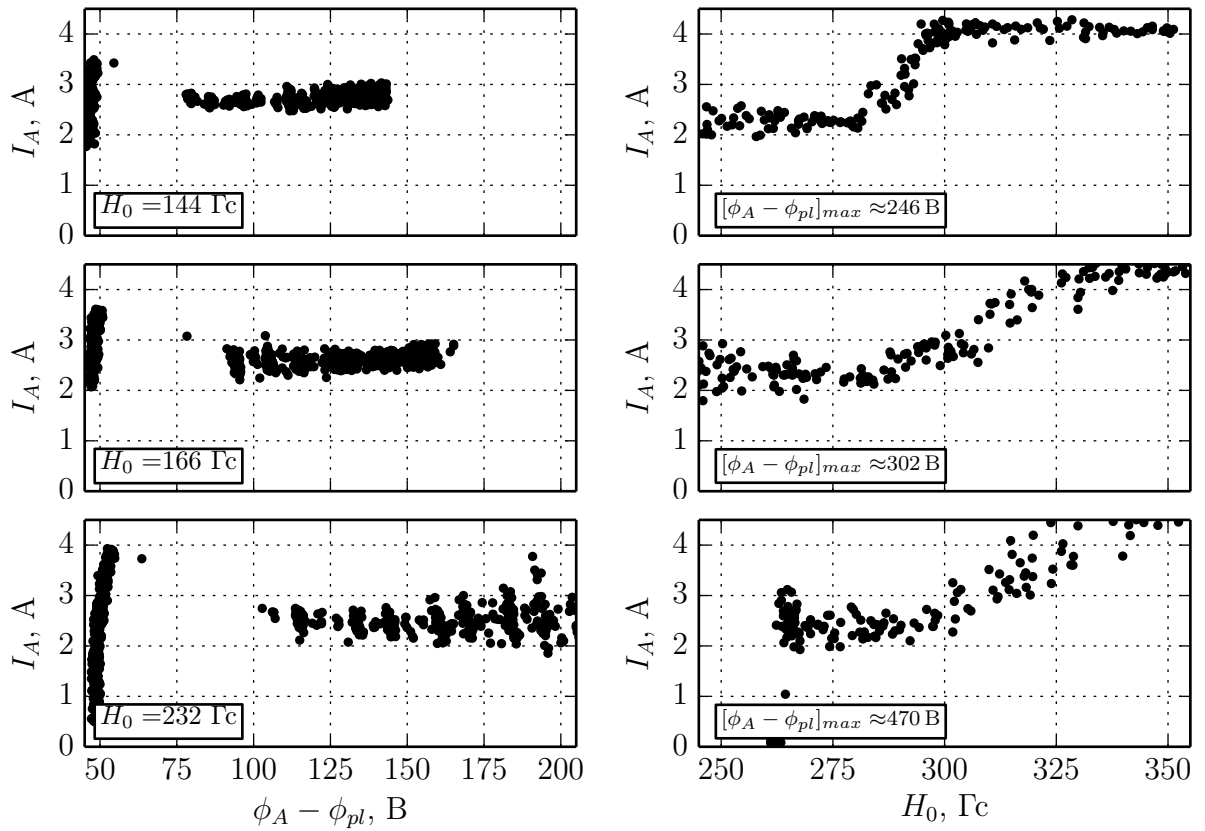


Рисунок 2.19. Серия характеристик при  $Q_A = 1.33$  А.

потенциала во время ионизационных колебаний. Кроме того, в больших магнитных полях электронные циклотронные радиусы много меньше характерных размеров канала, и движение электронов становится гидродинамическим. Поэтому нельзя исключать появления азимутальной неустойчивости и спицы.

### 2.3.3 Выводы

1. Тяга двигателя определяется в основном расходом и средней энергией тяжёлых частиц, покидающих двигатель, которую можно оценить как  $\mathcal{E}_i = (F^2 e^2) / (Q_A^2 2M)$ , что несколько меньше максимального значения  $e\phi_A$ , то есть нельзя утверждать, что все ионы рождаются в области с анодным потенциалом. В «ускорительном» режиме тяга практически не зависит от величины магнитного поля, в «турбулентном» режиме — значительно уменьшается (в отдельных случаях наблюдались отрицательные значения и колебания подвески тягомера).

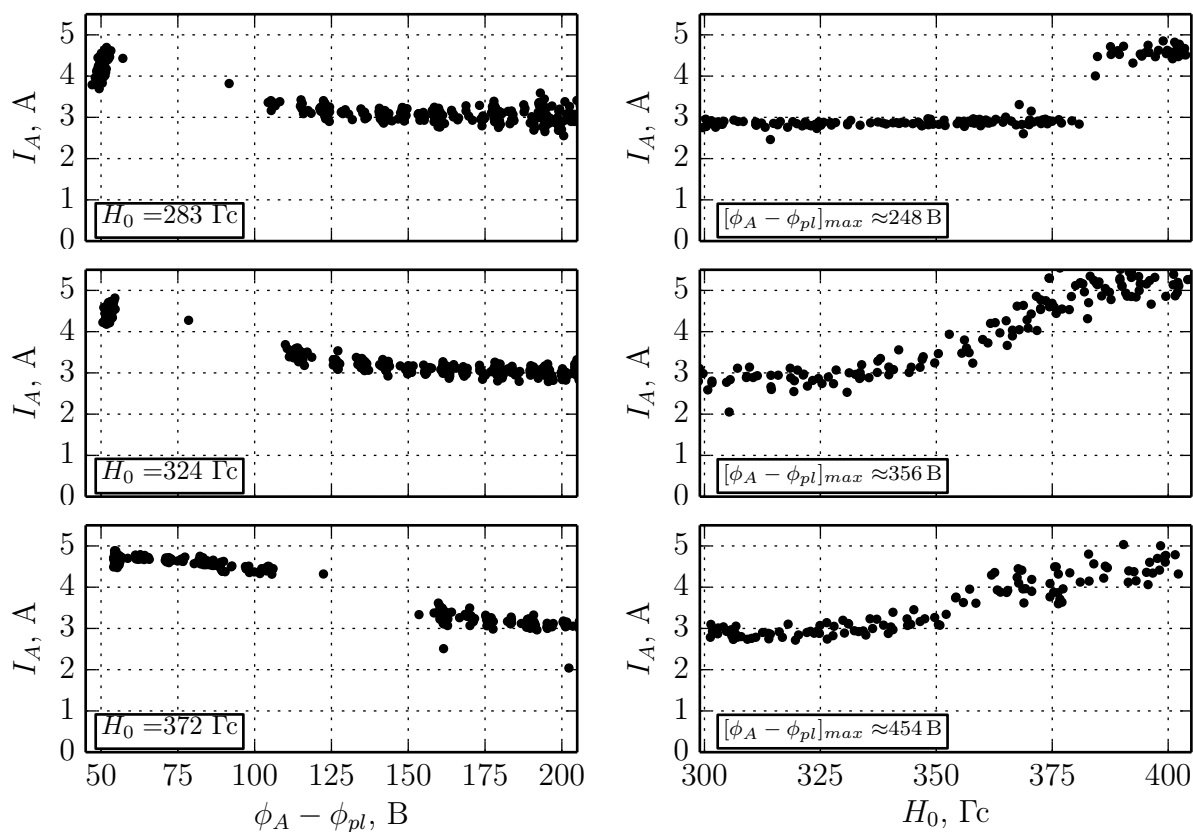


Рисунок 2.20. Серия характеристик при  $Q_A = 1.66$  А.

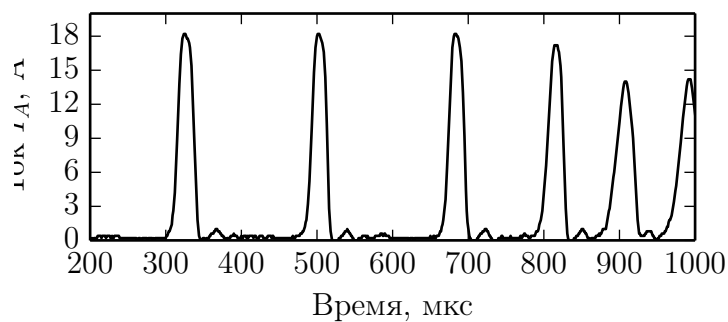


Рисунок 2.21. «Пульсации»,  $Q_A = 0.9$  А,  $H_0 = 100$  Гс,  $\phi_A = 300$  В.

2. Границы режимов близки к кривым постоянного размагничивания, полученным в [88]. Постоянство  $H_S/H_0$  — ещё один из критериев подобия разрядов.
3. Увеличение тока, отбираемого с термоэмиссионных катодов (т.е. повышение плотности плазмы) позволяют предположить, что «турбулентный» режим связан с нарушением стационарности положения витка холловского тока и его аperiодическим движением между анодной и катодной частью разряда.
4. Один из *возможных* механизмов появления «турбулентного» режима — нарушение проводимости в области магнитного поля примыкающей к катодной плазме (арочное магнитное поле снаружи двигателя).

Результаты опубликованы в работе [90].

## 2.4 Измерение осцилляций $J_\Theta$

### 2.4.1 Методика измерений

Для измерения осцилляций азимутального тока применялся индукционный метод [10, 91]. Азимутальный ток создаёт собственное магнитное поле  $H_S$ , причём большая часть силовых линий замыкается через магнитопровод (рис. 2.22). Численный расчёт магнитного поля с помощью FEMM4.2 (<http://www.femm.info>) показал, что величина магнитного потока, пронизывающего катушку намагничивания слабо зависит от формы витка холловского тока и его радиального расположения и определяется в основном продольным расположением его «центра масс», рис. 2.23. Внешнее магнитное поле максимально в области внутренней кромки магнитопровода.

Поток собственного магнитного поля, пронизывающий сердечник катушки намагничивания, имеет знак обратный магнитному потоку внешнего магнитного поля, создаваемого этой катушкой. Из закона электромагнитной индукции Фарадея следует, что величина переменной составляющей ЭДС, возникающей на катушке намагничивания в результате изменения магнитного потока:

$$\delta U_m(t) = -K \frac{dJ_\Theta(t)}{dt}, \quad (2.1)$$

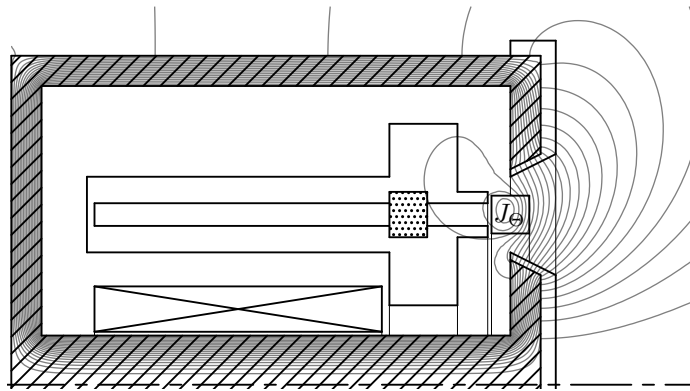


Рисунок 2.22. Расчёт силовых линий собственного магнитного поля, создаваемого витком азимутального тока.

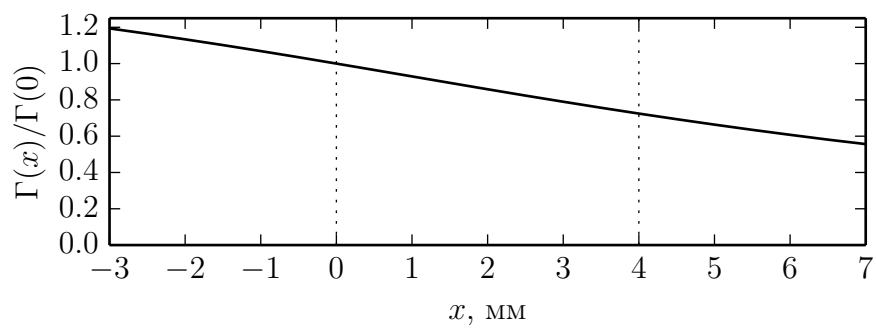


Рисунок 2.23. Магнитный поток через сердечник в зависимости от положения «центра масс» азимутального тока;  $x = -3$  — анод;  $x = 0$  — внутренняя кромка магнитопровода;  $x = 4$  — торец двигателя.

где  $K$  — коэффициент взаимной индукции, измеряемый в ходе калибровочного эксперимента. Интегрируя выражение (2.1) можно приблизительно вычислить переменную составляющую азимутального тока. Так-как измеряется полная ЭДС катушки, то присутствует неточность в определении нуля и при численном интегрировании возникает систематическая ошибка. На небольшом временном интервале  $t_1 \cdots t_2$  её можно скорректировать следующим образом:

$$\begin{cases} \delta J_{\Theta}(t) = -\frac{1}{K} \int_0^t \delta U_m(t) dt - Bt - C \\ \int_{t_1}^{t_2} \delta J_{\Theta}(t) dt \equiv 0 \end{cases}, \quad (2.2)$$

где  $\delta J_{\Theta}$  — переменная составляющая азимутального тока;  $B$  и  $C$  — корректирующие константы, которые можно вычислить методом наименьших квадратов (если систематическая ошибка постоянна).

Для определения коэффициента  $K$  был проведён калибровочный эксперимент, в ходе которого замкнутый ток моделировался миниатюрной катушкой (см. рис. 2.25а), расположенной по центру разрядного канала в максимуме магнитного поля. На эту катушку подавался переменный синусоидальный ток  $\pm 15 \text{ А} \cdot 10 \text{ кГц}$ . Коэффициент взаимной индукции определялся путём деления амплитуды исходного сигнала на амплитуду измеренного сигнала обработанного по формуле (2.2) — см. рис. 2.24. Полученный коэффициент зависит от тока, создающего внешнее магнитное поле и хорошо аппроксимируется формулой  $1/K(I_m) = (1 - \exp(-1.1I_m - 0.25)) \cdot 3 \cdot 10^7$  (рис. 2.25б).

Для оценки полного азимутального тока был проведён модельный эксперимент, в ходе которого пробная катушка, имитирующая холловский ток, подвешивалась на аналитических весах и вводилась в разрядный канал в точку максимума магнитного поля (рис. 2.26а). Для заданного веса (5, 7, 10 г) и тока намагничивания подбирался соответствующий ток в пробной катушке, возвращающий её в положение равновесия. С точностью до множителя 1.1 результат совпадает с формулой (1.1), см. рис. 2.26б.

## 2.4.2 Результаты измерений

На рис. 2.27 приведена типичная осциллограмма зажигания разряда. Видно, что в момент зажигания  $\delta U_m$  отрицательна, что соответствует появлению



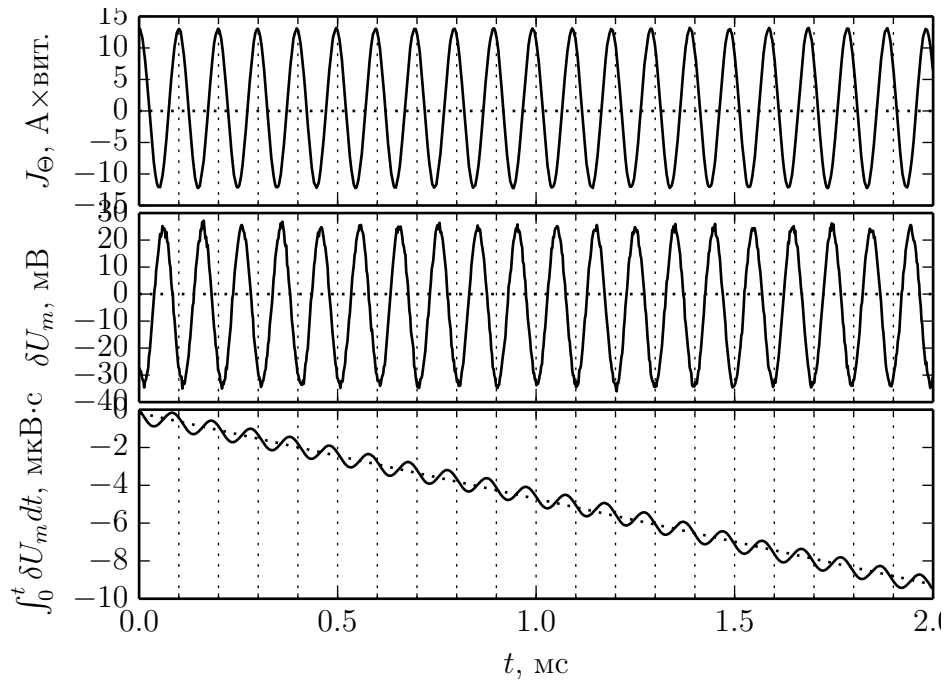
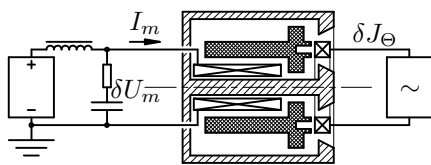
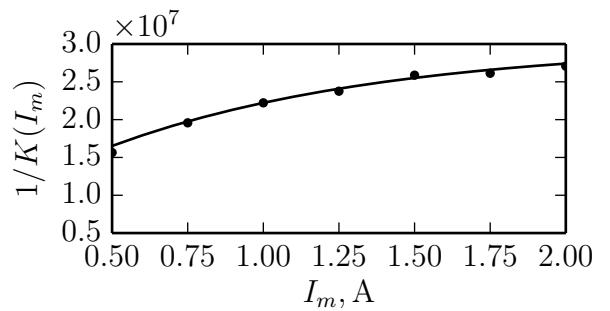


Рисунок 2.24. Калибровочная осциллограмма.

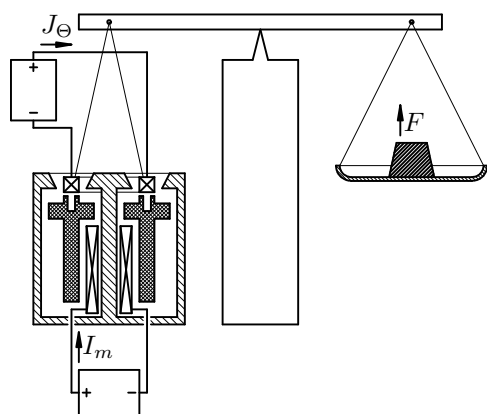


а. Схема калибровочного эксперимента для определения коэффициента  $K$ .

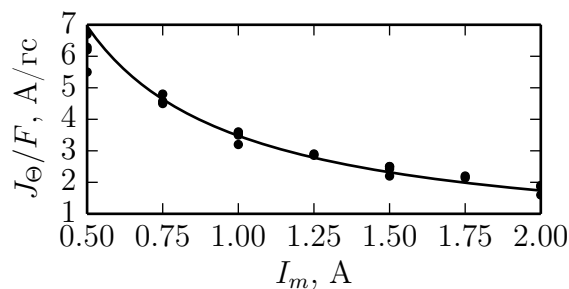


б. Калибровочная кривая для коэффициента взаимной индукции.

Рисунок 2.25



а. Схема модельного эксперимента для оценки полного азимутального тока.



б. Калибровочная кривая для удельного азимутального тока,  $H_0 [\text{Гс}] = 225I_m [\text{А}]$ .

Рисунок 2.26

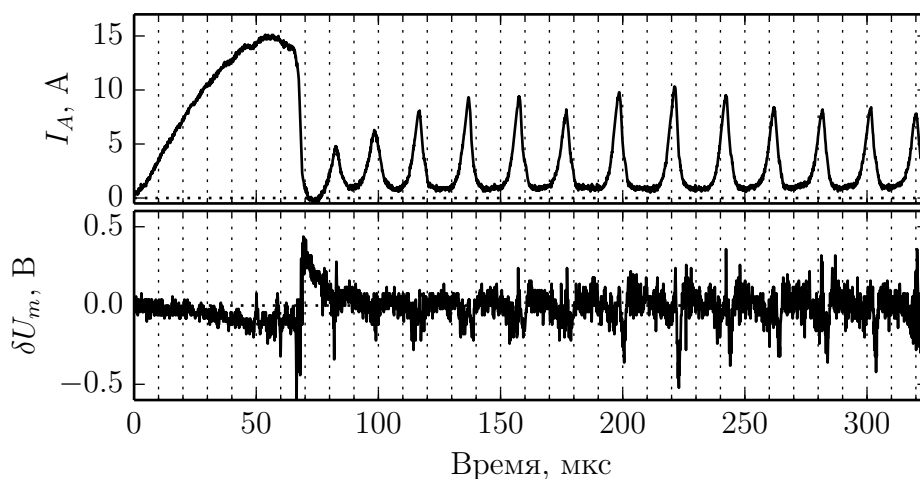


Рисунок 2.27. Необработанная осциллограмма момента зажигания разряда.

$J_\theta \sim 80$  А. Присутствуют характерные «дыхательные моды», во время которых  $\delta U_m$  сопоставима с моментом зажигания. Далее приведены осциллограммы измеренных колебаний анодного тока (верхние осциллограммы, пунктирной линией отмечено среднее значение тока  $I_A$ ) и полученного интегрированием  $\delta U_m$  по формулам (2.2) азимутального тока (нижние осциллограммы), в установившихся режимах при различных напряжениях, значениях индукции магнитного поля и  $Q_A = 1.33$  А (рис. 2.28–2.30). Первой (слева) представлена осциллограмма колебаний токов при малых магнитных полях, правее — при больших, затем — вблизи границы существования режима и наконец — в «турбулентном» режиме. Следует обратить внимание, что везде средняя величина тока на анод больше расхода газа выраженного в эквивалентных амперах. Для наглядности, каждая серия осциллограмм приведена в одинаковом временном

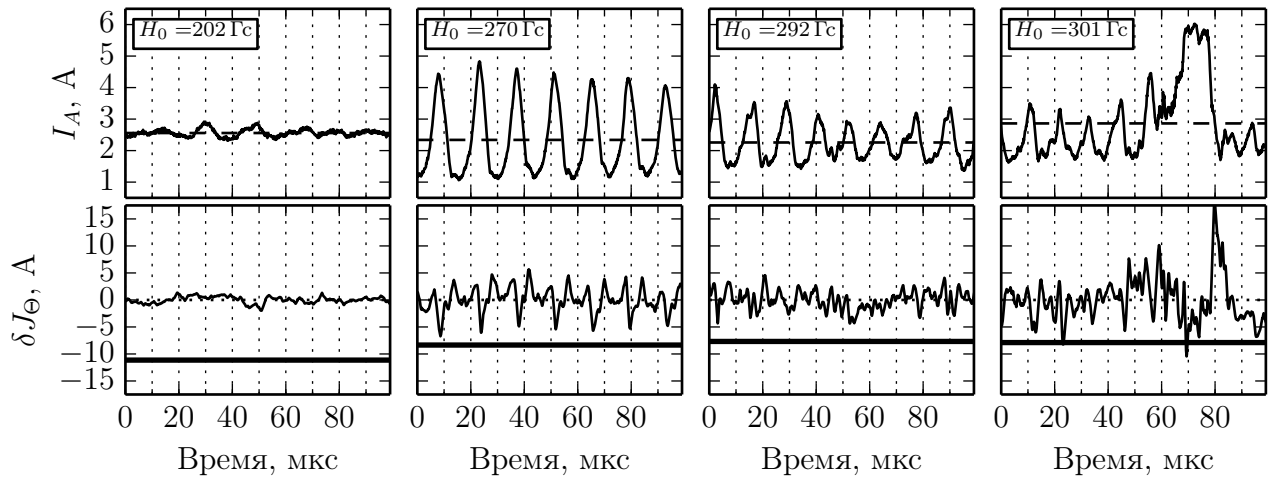


Рисунок 2.28. Характерные осциллограммы осцилляций анодного и азимутального тока при  $\phi_A - \phi_{pl} \sim 250$  В и  $Q_A = 1.33$  А.

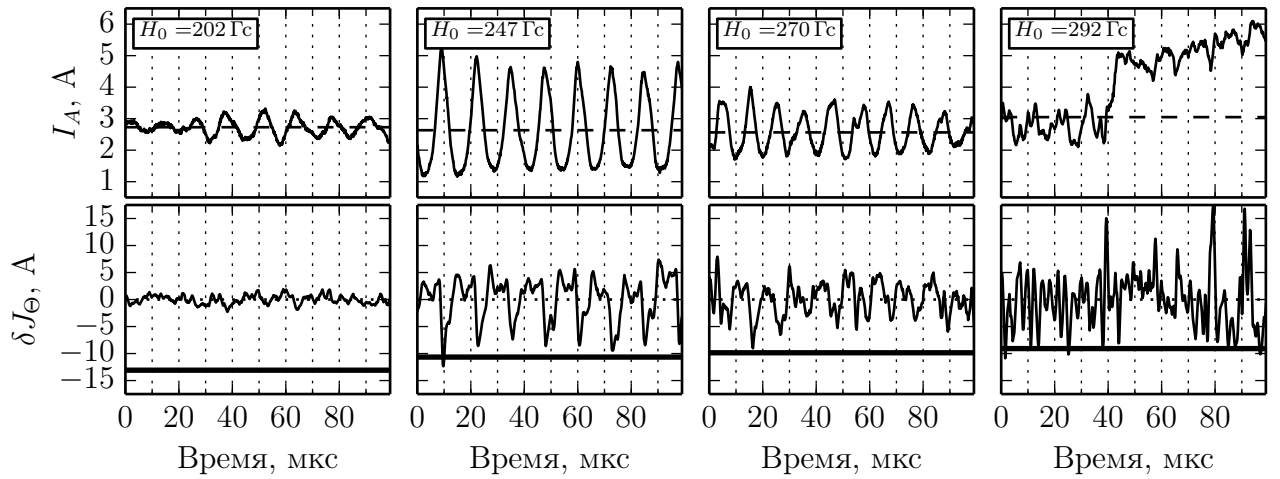


Рисунок 2.29. При  $\phi_A - \phi_{pl} \sim 350$  В и  $Q_A = 1.33$  А.

и токовом масштабе. Толстой сплошной линией отмечено значение  $-J_\theta$  рассчитанное по формуле (1.1) в приближении максимальной тяги, что соответствует «нулю» азимутального тока — таким образом, полный азимутальный ток можно оценить как  $J_\theta + \delta J_\theta$ . Для  $Q_A = 0.66$  А получены схожие результаты, как и ожидалось, уровень осцилляций оказался меньше (рис. 2.31, 2.32).

## Обсуждение

Сначала, будет рассмотрен «ускорительный» режим. При малых значениях магнитного поля осцилляции азимутального и анодного тока малы, однако, усреднённая величина анодного тока, минимизация которого определяет КПД двигателя, оказывается велика. Это следствие того, что при малых магнитных полях электроны хуже удерживаются в разрядном канале и легче попадают на

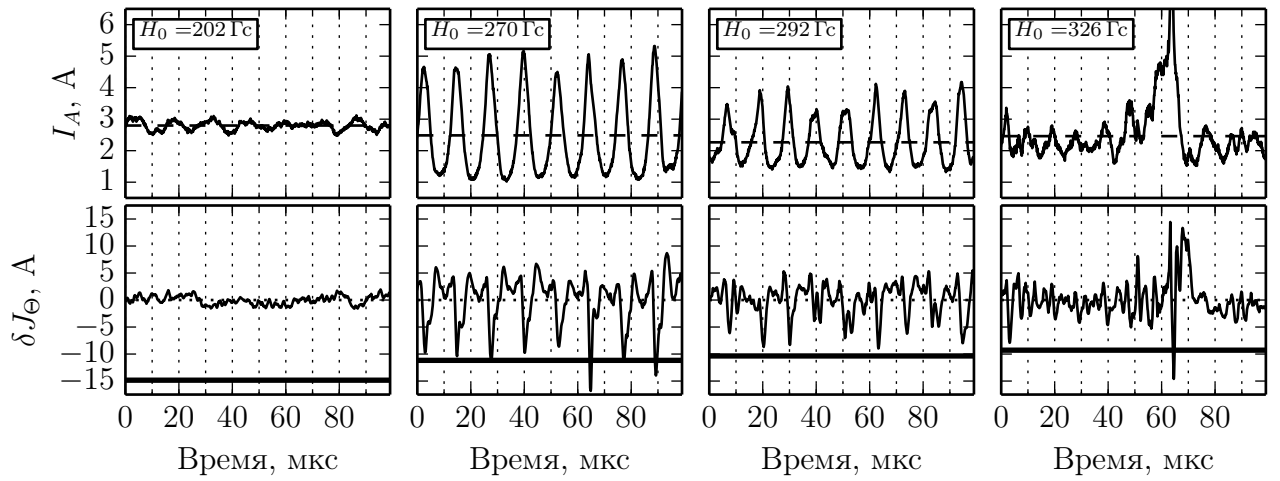


Рисунок 2.30. При  $\phi_A - \phi_{pl} \sim 450$  В и  $Q_A = 1.33$  А.

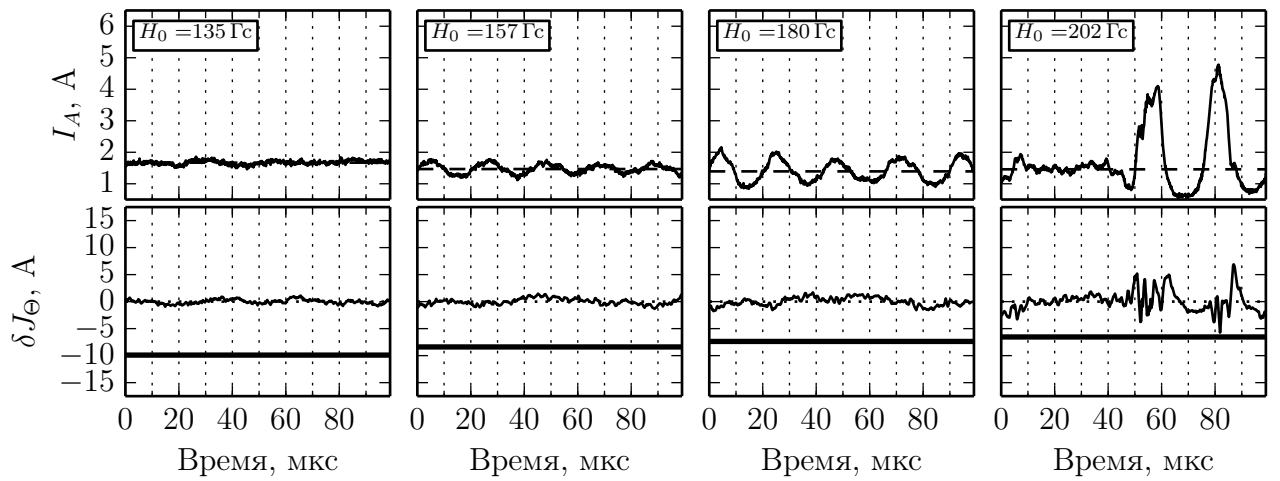


Рисунок 2.31. При  $\phi_A - \phi_{pl} \sim 350$  В и  $Q_A = 0.66$  А.

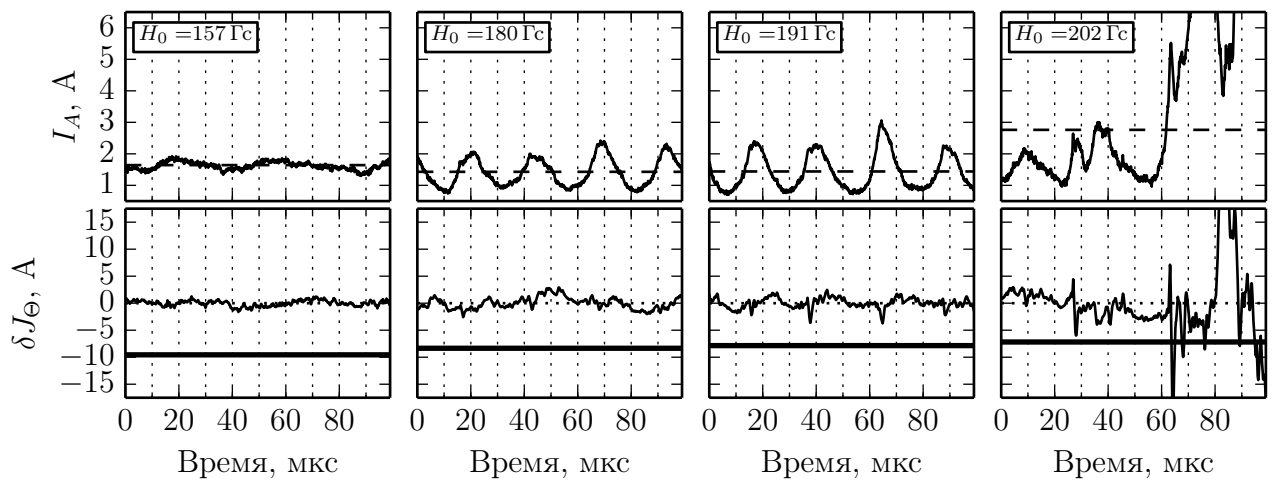


Рисунок 2.32. При  $\phi_A - \phi_{pl} \sim 450$  В и  $Q_A = 0.66$  А.

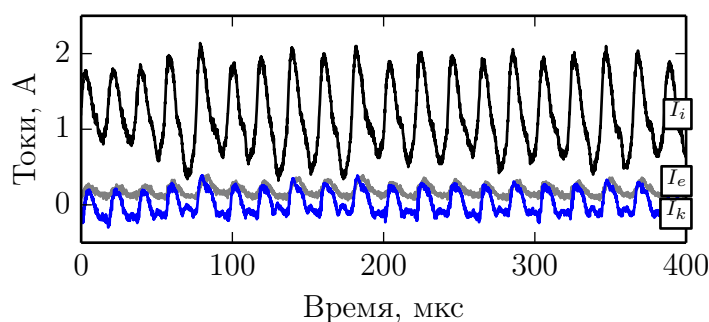


Рисунок 2.33. Осциллограмма токов  $I_i$ ,  $I_e$ ,  $I_k$ .

анод. По мере увеличения индукции магнитного поля осцилляции обеих токов увеличиваются, а усреднённая величина анодного тока падает (до момента перехода в «турбулентный» режим). По вышеприведённым осциллограммам видно, что сигналы  $I_A(t)$  и  $\delta J_\Theta(t)$  находятся, практически, в противофазе — минимум азимутального тока совпадает с началом падения анодного тока.

Величина  $\delta J_\Theta$  может интерпретироваться и как изменение величины азимутального тока и как изменение равновесного положения «центра масс» этого тока. Из эксперимента известно, что анодный, ионный, катодный токи меняются в фазе — рис. 2.33. Тяга пропорциональная ионному току, следовательно, в силу (1.3) азимутальный ток так же меняется в фазе. Таким образом, верной интерпретацией будет одновременное изменение амплитуды  $J_\Theta$  и положения его «центра масс» в пространстве.

«Турбулентный» режим горения разряда является композицией двух состояний: обычных ионизационных автоколебаний и стохастически возникающих «всплесков» анодного тока. К сожалению, из-за стохастической природы всплесков тока в «турбулентном режиме» коррекция систематической ошибки интегрирования не работает (недостаточно статистики для усреднения). Анализ «сырых» данных показал, во время «всплесков» тока среднее значение  $\delta U_m$  скорее меньше нуля, т.е.  $J_\Theta$  увеличивается. . . Если «турбулентный» режим связан с нарушением притока электронов в область ионизации, то возможен механизм, при котором разряд ослабевает, больше атомов попадают в область ускорения, за счёт чего происходит повторное зажигание разряда. Не исключено так же и образование «спицы».

### 2.4.3 Выводы

1. Индукционным методом измерена переменная составляющая холловского тока. Показано, что колебания анодного тока сопровождаются колебаниями холловского тока, причём минимумы сигнала холловского тока совпадают с максимумами анодного. Предположительно это связано с осцилляцией витка холловского тока в осевом направлении.
2. Частота автоколебаний токов  $I_A$  и  $J_\Theta$  может быть связана с нарушением непрерывности электронного тока, вследствие выгорания атомов. Численно частота равна обратному времени пролёта атома на расстояние порядка ларморовского радиуса электронов.

Результаты опубликованы в работе [92].

## 2.5 Измерение локальных параметров катодной плазмы

В этом разделе приведены результаты зондовых измерений локальных параметров катодной плазмы за срезом двигателя в стационарных режимах. Измерялось распределение плавающего потенциала и распределение ионного тока насыщения (угловая расходимость струи). Использовались следующие виды зондов: зонд в виде плоского диска  $\varnothing = 0.7$  см, ориентированного нормально к потоку, и зонд в виде тонкой вольфрамовой проволоочки. Как показал эксперимент, зонд в виде проволоочки не имел насыщения в области ионной ветви, что означает что размер зонда был сопоставим с размером слоя пространственного заряда вокруг него и он не пригоден для измерения концентрации плазмы, поэтому он использовался только для измерения плавающего потенциала. Зонд в виде плоского диска показывал чёткое насыщение в области ионной ветви и использовался для измерения пространственного распределения плотности ионного тока и снятия зондовых характеристик. Плавающий потенциал плазмы  $\phi_{pl}$  меньше потенциала пространства  $\phi_s$ , который можно определить по месту перегиба электронной ветви зондовой характеристики. В случае максвелловского распределения электронов по энергиям, логарифм зондовой характеристики в области  $\phi_{pl} \cdots \phi_s$  будет прямой линией и температуру электронов в электрон-

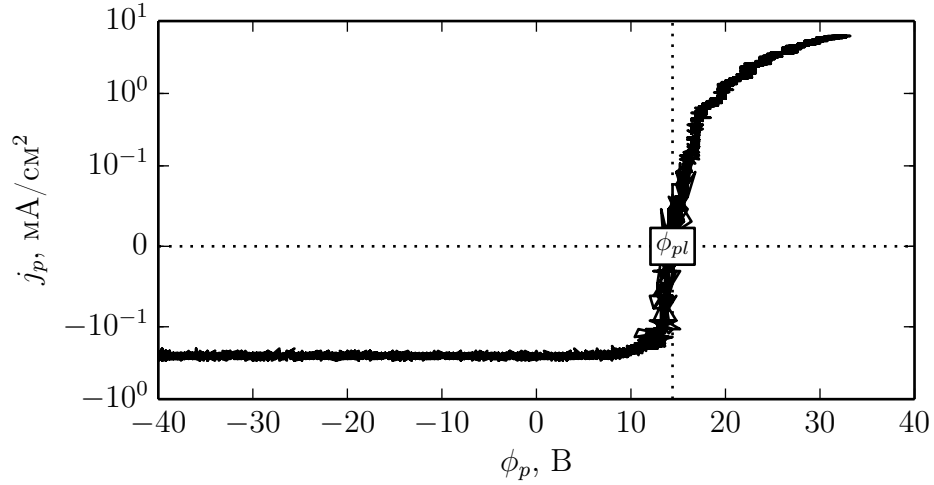


Рисунок 2.34. Вольт-амперная характеристика плоского зонда-коллектора в потоке плазмы. Ионная ветвь имеет насыщение, т.е. зонд подходит для измерения плотности пучка. Температура электронов, вычисленная по формуле (2.3), составляет  $4 \pm 0.5$  эВ.

вольтах можно оценить как [93]:

$$T_e = e \frac{d\phi_p}{d \ln j_p^+}, \quad (2.3)$$

где  $\phi_p$  — потенциал зонда,  $j_p^+$  — плотность тока на зонд (на электронной ветви зондовой характеристики). Типичная вольт-амперная характеристика показана на рисунке (2.34).

Измеряя плотность ионного тока насыщения на плоский зонд при различных его положениях в ионной струе, можно получить серию радиальных распределений этого тока при различных расстояниях от двигателя. Результаты таких измерений для двух режимов показаны на рисунках 2.35, 2.38. При наличии в плазме направленного потока ионов с энергией много большей электронной температуры концентрацию плазмы можно оценить как

$$n = n_i = n_e = \frac{j_p^-}{e} \sqrt{\frac{M}{2\mathcal{E}_i}},$$

где  $\mathcal{E}_i$  — средняя энергия иона;  $j_p^-$  — плотность тока ионного насыщения. Так как камера заполнена фоновым газом, то наблюдается резонансная перезарядка ионов. Соответствующее падение максимальной плотности тока на зонд в зависимости от расстояния от среза двигателя ( $x$ ) можно оценить следующим

образом

$$\frac{j_p^-|^{max}(x)}{j_p^-|^{max}(0)} = \frac{n(x)}{n(0)} = \frac{D^2(0)}{D^2(x)} \exp(-xn_{Bg}\sigma_{CE}),$$

где  $\sigma_{CE}$  — сечение резонансной перезарядки для ксенона (см. приложение А);  $D$  — полуширина ионного пучка в точке, где  $n(r) = n|^{max}/2$ ;  $n_{Bg}$  — концентрация фонового газа, известная из давления в вакуумной камере  $P_Q$ :

$$n_{Bg} = P_Q/T_{Bg},$$

$T_{Bg}$  — температура стенок вакуумной камеры. В предположении, что струя расходится из-за начальной расфокусировки, эту формулу можно переписать как:

$$\frac{n(x)}{n(0)} = \frac{D_0^2}{(D_0 + x \sin \alpha_D)^2} \exp(-xn_{Bg}\sigma_{CE}), \quad (2.4)$$

где  $D_0$  — полуширина пучка вблизи ускорителя;  $\alpha_D$  — половинный угол расходимости пучка. Полученные таким образом радиальные распределения тока ионного насыщения на плоский зонд при различных расстояниях от двигателя позволяют рассчитать полуширину ионного пучка в различных сечениях, а затем методом наименьших квадратов рассчитать угол расхождения струи. Полученные распределения плавающего потенциала и полуширины пучка для оптимальных рабочих режимов двигателя представлены на рис. 2.36, 2.39, из которых видно, что угол расходимости струи мал. Плотность тока в центре струи и полуширина пучка на разных расстояниях сопоставлялись с расчётом по формуле (2.4). Результаты такого сопоставления представлены на рис. 2.37, 2.40, видно, что расчёт хорошо укладывается на экспериментальные точки. Связанное с радиальным расхождением реактивной струи уменьшение тяги пропорционально  $1 - \sin \alpha_D/\alpha_D$  и не превышает нескольких процентов.



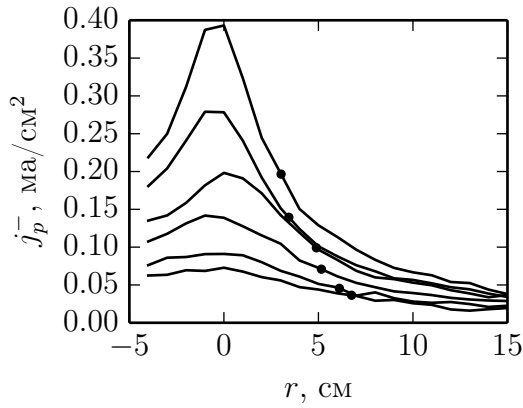


Рисунок 2.35. Радиальные профили плотности ионного тока насыщения на различном удалении от среза разрядного канала при  $Q_A = 1$  А,  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 300$  В.

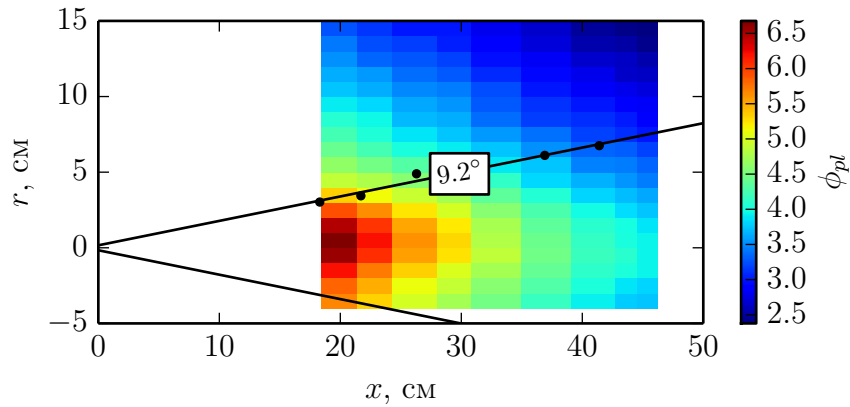


Рисунок 2.36. Пространственное распределение  $\phi_{pl}$  и полуширина ионного пучка при  $Q_A = 1$  А,  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 300$  В.

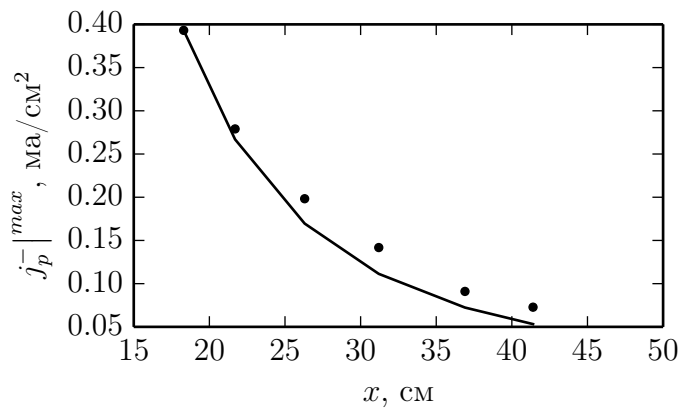


Рисунок 2.37. Уменьшение максимального ионного тока на зонд в результате резонансной перезарядки и радиального разлёта ионов. Точки — эксперимент, линия — расчёт по формуле (2.4).  $Q_A = 1$  А,  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 300$  В.

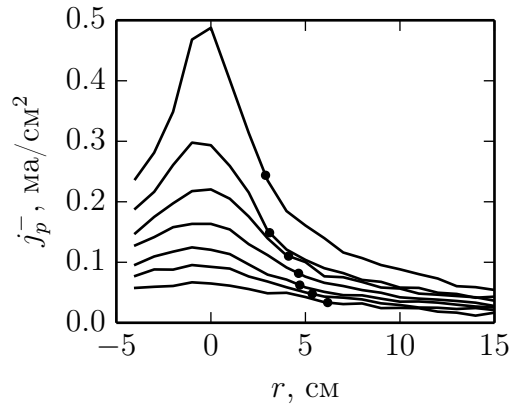


Рисунок 2.38. Радиальные профили плотности ионного тока насыщения на различном удалении от среза разрядного канала при  $Q_A = 1$  А,  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 400$  В.

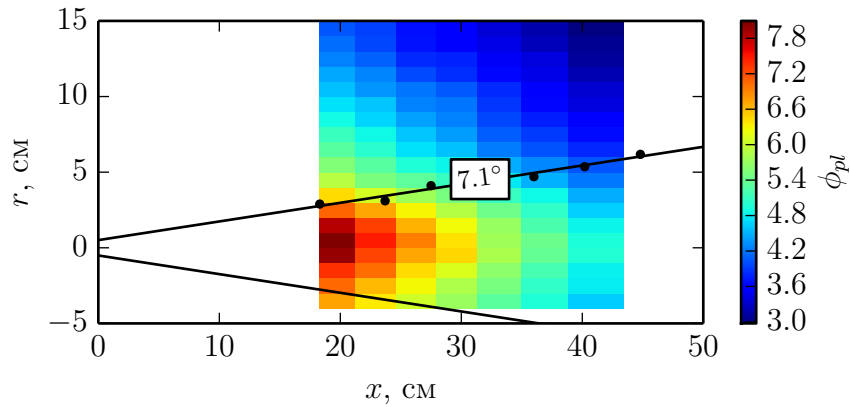


Рисунок 2.39. Пространственное распределение  $\phi_{pl}$  и полуширина ионного пучка при  $Q_A = 1$  А,  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 400$  В.

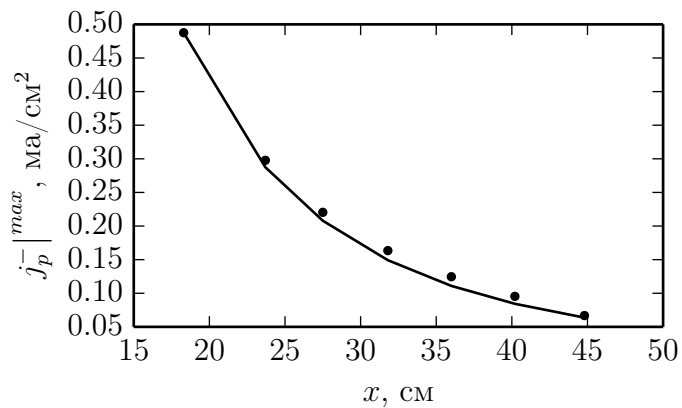


Рисунок 2.40. Уменьшение максимального ионного тока на зонд в результате резонансной перезарядки и радиального разлёта ионов. Точки — эксперимент, линия — расчёт по формуле (2.4).  $Q_A = 1$  А,  $\phi_A - \phi_{pl} \approx 400$  В.

## Глава 3

# Методика численного моделирования

Из экспериментов известно, что интенсивный  $E \times H$  разряд нестационарен. Однако, частоты колебаний малы, поэтому зависящими от времени членами в уравнениях Максвелла можно пренебречь и рассматривать плазму в электростатическом приближении  $\partial E/\partial t = 0$ . Время характерных нестационарных процессов, сопровождающих изменения азимутального тока больше, чем время установления стационарного распределения магнитного поля в магнитопроводе, поэтому применимо приближение магнитостатики  $\partial H/\partial t \equiv 0$ . Результирующее магнитное поле можно рассматривать как суперпозицию внешнего  $H_0$  и собственного  $H_S$  магнитных полей.

Так как функция распределения ионов существенно неравновесна и они имеют большой разброс по энергиям, то для их корректного описания необходимо пользоваться кинетическим уравнением. Полностью гидродинамические модели интенсивного  $E \times H$  разряда существуют, однако они сталкиваются с рядом трудностей в точке, где скорость ионов равна скорости ионного звука [94, 95]. Если ларморовский радиус электронов мал по сравнению с характерными размерами разрядного канала, то допустимо применять гидродинамическое описание. Такие модели называются гибридными — ионы описываются кинетически, а электроны как жидкость. Однако, такие модели не применимы для разрядов в коротком канале, который типичен для «двигателей Жаринова».

Концентрация атомов в анодной плазме может на порядок превышать концентрацию ионов поэтому для ускорения счёта часто применяют гидродинами-

ческое (моноскоростное) описание для атомов. Это допустимо в случае стационарных разрядов, когда течение газа установилось. Однако, в силу формулы (1.4), средняя скорость атомов в направлении среза разрядного канала увеличивается. Поэтому такое приближение может давать неверные результаты во время расчёта разнообразных переходных процессов, связанных с интенсивным выгоранием. Т.е. необходимо полностью кинетическое описание трёхкомпонентной плазмы в электростатическом/магнитостатическом приближении. Такая плазма описывается кинетическими уравнениями Власова для функций распределения  $f$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v}_e \frac{\partial f_e}{\partial x} + \mu_e \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_e \times \vec{H}] \right) \nabla_v f_e & = \left. \frac{\partial f_e}{\partial t} \right|_{\text{coll}} \\ \frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{v}_i \frac{\partial f_i}{\partial x} + \mu_i \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_i \times \vec{H}] \right) \nabla_v f_i & = \left. \frac{\partial f_i}{\partial t} \right|_{\text{coll}} \\ \frac{\partial f_a}{\partial t} + \vec{v}_a \frac{\partial f_a}{\partial x} & = \left. \frac{\partial f_a}{\partial t} \right|_{\text{coll}}, \\ q = e \int (f_i - f_e) d^3\vec{v} \\ \vec{j} = e \int \vec{v} (f_i - f_e) d^3\vec{v} \end{cases}, \quad (3.1)$$

и уравнениям для электрического и магнитного полей. Где  $q$  и  $\vec{j}$  — плотности заряда и тока (макропараметры);  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  — вектора электрического и магнитного полей;  $\mu$  — отношение заряда к массе соответствующего сорта частиц.

Так как разность потенциалов задана, уравнение для электрического поля сводится к уравнению Пуассона. Систему (3.1) можно численно решить различными способами.

Эйлеров подход предполагает дискретизацию полей и функций распределения на некоторой сетке в фазовом пространстве (т.н. Direct Kinetic Simulation [56, 81]). Однако, необходимость использования трёхмерной сетки в пространстве скоростей электронной компоненты в полностью кинетических задачах делает этот метод непригодным из-за перерасхода памяти. Лагранжев подход непродуктивен из-за сложности  $O(N^2)$ , где  $N$  — число рассматриваемых частиц. Наиболее продуктивный и простой способ решения системы (3.1) — гибридный метод частиц в ячейках (Particles In Cell/PiC) [96], который сочетает как эйлеров так и лагранжев подходы и позволяет моделировать разряд «из первых принципов (ab initio)».

### 3.1 PiC/DSMC метод

Метод частиц (облаков) в ячейках основан на представлении функций распределения суммой  $\delta$ -функций:

$$f \rightarrow \mathcal{W} \sum_N \delta(x - x_p) \delta(\vec{v} - \vec{v}_p),$$

где  $N$  — количество модельных частиц;  $x_p$  и  $\vec{v}_p$  — скорость и координата частицы;  $\mathcal{W}$  — достаточно большой весовой коэффициент. Т.е. огромному количеству реальных заряженных и нейтральных частиц сопоставляется некоторое количество модельных «макрочастиц». Время дискретизируется с достаточно маленьким шагом  $\delta t$ , на котором столкновительными членами можно пренебречь:  $\partial/\partial t|_{\text{coll}} \rightarrow 0$ . Таким образом, система (3.1) сводится к  $N$  уравнениям движения в форме Ньютона:

$$\text{для каждой частицы: } \begin{cases} \frac{d\vec{v}}{dt} + \mu \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{H}] \right) = 0 \\ \frac{dx}{dt} = v_x \end{cases}, \quad (3.2)$$

и уравнениям электрического и магнитного полей. Система (3.2) аппроксимируется какой либо разностной схемой (обычно второго порядка точности). Столкновения моделируются отдельно, как малые поправки к функции распределения прямым методом Монте-Карло (DSMC). Недостаток метода частиц в том, что в результате замены реального ансамбля на сравнительно небольшое число «макрочастиц» в системе значительно возрастает тепловой шум.

Электромагнитное влияние частиц друг на друга рассчитывается в приближении самосогласованного поля. Пространство дискретизируется с шагом  $\delta h$  и значения полей вычисляются только в узлах сетки. Действующее на «макрочастицу» значение поля определяется с помощью интерполяции. Аналогично интерполируются вклады в плотность заряда и тока. Тогда для решения уравнений движения частиц достаточно  $N$  независимых операций. Однако, при этом появляются ошибки, связанные с паразитным воздействием частиц на сами себя, и эти ошибки тем больше, чем больше  $\delta h$ . Для устранения этих ошибок макрочастицы «размазывают» в координатном пространстве, т.е. представляют в

виде заряженных облаков [97]:

$$f \rightarrow \mathcal{W} \sum_N \mathcal{F}(x - x_p) \delta(\vec{v} - \vec{v}_p),$$

где  $\mathcal{F}$  — некоторая функция от координат, такая, что сумма её вкладов во все узлы сетки должна быть равна единице.  $\mathcal{F}$  так же называют форм-фактором макрочастицы. Такая замена так же снижает тепловой шум, так как подавляет близкие взаимодействия частиц друг с другом. В качестве  $\mathcal{F}$  обычно выбирают простые функции вроде треугольника (пирамиды), гауссианы с характерным размером  $\sim 2\delta h$ . Такой метод называется метод облаков в ячейках (Clouds In Cell/CiC), но ввиду того, что «классический» метод частиц практически не используется, сейчас CiC и PiC — практически синонимы. Представление частиц в виде протяжённых заряженных облаков значительно ослабляет кулоновское рассеяние. Его необходимо моделировать отдельно, например, методом Монте-Карло в приближении парных столкновений.

## 3.2 Решение уравнений движения

Плотность плазмы в интенсивном разряде может достигать плотности нейтрального газа (например, в момент зажигания). При использовании явных разностных схем решения уравнений движения (3.2) в силу условия Куранта и критерия сеточной стабильности необходимо чрезмерное дробление временного  $\delta t$  и сеточного  $\delta h$  шага<sup>1</sup>. Это делает моделирование медленных газокинетических процессов чрезвычайно затратным (даже при использовании метода масштабирования пространственного заряда). Ограничение на временной шаг  $\delta t$  и пространственный шаг  $\delta h$  можно обойти используя неявные разностные схемы решения уравнений движения<sup>2</sup>. Поэтому, вместо традиционно используемой явной схемы LeapFrog, в настоящей работе использовалась неявная (относительно

---

<sup>1</sup>Частота дискретизации времени должна минимум в два раза превышать максимальную частоту колебаний в системе (в данном случае, электронную плазменную частоту)  $\omega_{pe} \delta t < 0.5$ , и шаг сетки должен быть меньше Дебаевского радиуса экранирования  $\delta h < \lambda_{De}$ .

<sup>2</sup>Тем не менее, при наличии магнитного поля остаётся ограничение  $\delta t \omega_{ce} \leq 0.5$ , которое не столь существенно в явных схемах, так как в обычных условиях  $\omega_{pe} \gg \omega_{ce}$ .

полей) разностная схема Бородачёва, предложенная в работе [98]:

$$\text{для каждой частицы: } \begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{E}_1 + \vec{E}_0 + [\vec{v}_0 \times \vec{H}_0] + [\vec{v}_1 \times \vec{H}_1] \\ x_1 = x_0 + 0.5\delta t (v_{x0} + v_{x1}) \end{cases}, \quad (3.3)$$

где  $\vec{E} = 0.5\delta t\mu\vec{E}$ ,  $\vec{H} = 0.5\delta t\mu\vec{H}/c$ ;  $\vec{v}$  — координата;  $x$  — скорость частицы; величины с индексами 0 и 1 соответствуют моментам времени  $t$  и  $t + \delta t$ .

Решение на каждом шаге ищется с помощью итерационного процесса. В ходе предварительной (нулевой) итерации значения полей с 1-м индексом приравниваются к 0-м и производится расчёт движения каждой модельной частицы. По новым распределениям макропараметров вычисляются новые значения полей с 1-м индексом, затем процесс повторяется несколько раз. Уже  $\sim 5$ -и итераций достаточно, что бы относительная ошибка расчёта электрического поля установилась менее 1% (таблица 3.1), при этом, так как эта схема обратима во времени и малочувствительна к варьированию  $\delta t$ , то полная энергия системы сохраняется с большой точностью. Данная схема так же автоматически снимает и ограничение на шаг дискретизации полей, решение остаётся физическим вплоть до шага сетки, сравнимым с характерной толщиной ленгмюровских слоёв в пограничных областях плазмы. Алгоритм расчёта тестировался с помощью помещения плазмы заданной плотности в объём ограниченный металлическими стенками. При этом, оптимальный шаг времени определяется из условия что частицы в среднем не должны перескакивать более чем через одну неоднородность электрического поля.

Систему (3.3) можно разрешить относительно  $\vec{v}_1$ :

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \frac{1}{H_{1x}^2 + H_{1y}^2 + H_{1z}^2} \cdot \left[ \begin{array}{ccc} 1 + H_{1x}^2 & H_{1z} + H_{1x}H_{1y} & H_{1z}H_{1x} - H_{1y} \\ H_{1x}H_{1y} - H_{1z} & 1 + H_{1y}^2 & H_{1x} + H_{1y}H_{1z} \\ H_{1y} + H_{1z}H_{1x} & H_{1y}H_{1z} - H_{1x} & 1 + H_{1z}^2 \end{array} \right] \times \vec{u}_0 + \vec{E}_1 \\ x_1 = s_0 + 0.5\delta tv_{x1} \end{cases}, \quad (3.4)$$

Итерации  $\rightarrow$

#0	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9
55.38%	13.49%	13.35%	4.77%	0.04%	0.04%	0.04%	0.45%	0.0%	0.0%
60.91%	50.96%	25.52%	16.51%	0.26%	0.01%	0.72%	0.01%	0.05%	0.03%
300.38%	46.86%	28.83%	4.52%	0.09%	0.0%	0.0%	0.0%	0.03%	0.0%
214.12%	18.16%	1.27%	0.73%	0.03%	0.0%	0.01%	0.01%	0.0%	0.0%
22.1%	6.17%	8.53%	2.21%	0.15%	0.2%	0.02%	0.0%	0.02%	0.01%
64.95%	36.67%	18.4%	7.42%	0.14%	0.0%	0.08%	0.0%	0.01%	0.0%
250.6%	23.81%	1.15%	0.1%	0.24%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
148.56%	3.22%	4.56%	0.39%	0.02%	1.93%	0.0%	0.01%	0.01%	0.0%
3.82%	9.27%	8.63%	3.34%	0.05%	0.03%	0.02%	0.03%	0.06%	0.0%
64.57%	47.81%	12.77%	4.25%	0.04%	0.05%	0.0%	0.0%	0.0%	0.01%

Таблица 3.1. Относительные ошибки расчёта электрического поля:  $|\Delta E_1/E_1|$ .  
Видно, что с каждой итерацией ошибка уменьшается.

где  $\vec{u}_0$ ,  $s_0$  — вклады в скорость и смещение с 0-го момента времени, которые достаточно вычислить один раз в ходе предварительной итерации:

$$\begin{cases} \vec{u}_0 = \vec{v}_0 + \left[ \begin{array}{ccc} 1 & H_{0z} & -H_{0y} \\ -H_{1z} & 1 & H_{0x} \\ H_{0y} & -H_{0x} & 1 \end{array} \right] \times \vec{v}_0 \\ s_0 = x_0 + 0.5\delta t v_{x0} \end{cases} . \quad (3.5)$$

При этом, во время предварительной итерации предполагается, что  $\vec{E}_1 = \vec{E}_0$  и  $\vec{H}_1 = \vec{H}_0$  — то есть предварительная итерация эквивалентна явной схеме. Схема работает по принципу предиктор-корректор — вычисляет грубое приближение на нулевой итерации, а потом уточняет его.

### 3.3 Инжекция частиц

Частицы инжектируются с максвелловским распределением по скоростям, которое моделируется следующим способом:

$$\vec{v} = \vec{\eta} \cdot v_T \sqrt{\mathcal{G}^2 + \mathcal{G}^2 + \mathcal{G}^2},$$



где  $\vec{\eta}$  — нормаль к эмитирующей поверхности;  $v_T = \sqrt{\mu T [\text{эВ}] / 150}$  — средняя тепловая скорость;  $\mathcal{G}$  — псевдослучайные числа с Гауссовым распределением и дисперсией равной 1.

### 3.4 Учёт столкновений

Для расчёта столкновений между частицами используется метод Монте-Карло (DSMC: Direct Simulation Monte Carlo). Все столкновения моделируются как парные столкновения с некоторым характерным сечением взаимодействия  $\sigma$ . Вероятность  $P$  парного столкновения вычисляется по закону Пуассона:

$$P = 1 - \exp(-\delta t \omega_{st}) \approx \delta t \omega_{st},$$

где  $\omega_{st}$  — частота столкновений;  $\delta t$  — шаг времени. Естественно,  $\delta t \omega_{st} \ll 1$ . При «Monte Carlo» моделировании вероятности каждого процесса откладываются на единичном отрезке, после чего с помощью генератора псевдослучайных чисел выбирается число  $0 < \mathcal{R} < 1$  с равномерным распределением. Столкновение считается состоявшимся, если неравенство  $\delta t \omega_{st} > \mathcal{R}$  верно, а интервал, в который попало число  $\mathcal{R}$ , определяет тип столкновения. При столкновении с тяжёлыми частицами, скорость которых на несколько порядков меньше скорости электронов, можно считать их (тяжёлые частицы) неподвижными. Тогда, частота столкновений:

$$\omega_{st} = n \sqrt{v_e^2} \sigma, \quad (3.6)$$

где  $(\sqrt{v_e^2} \gg \sqrt{v_i^2} \gg \sqrt{u_a^2})$ . В результате столкновения частица рассеивается на некоторый угол относительно первоначального направления  $\alpha = 0.. \pi$  и на угол  $\beta = 0..2\pi$  вокруг направления полёта. Вектор скорости в этом случае преобразуется  $\vec{v} \rightarrow \vec{v}^*$  по формулам:

$$\begin{aligned} v_x^* &= \sqrt{v^2} \left[ v_x / \sqrt{v^2} \cos \alpha + \sin \alpha / \sqrt{1 - v_z^2 / v^2} \cdot \left( v_x v_z / v^2 \cos \beta - v_y / \sqrt{v^2} \sin \beta \right) \right] \\ v_y^* &= \sqrt{v^2} \left[ v_y / \sqrt{v^2} \cos \alpha + \sin \alpha / \sqrt{1 - v_z^2 / v^2} \cdot \left( v_y v_z / v^2 \cos \beta - v_x / \sqrt{v^2} \sin \beta \right) \right], \\ v_z^* &= \sqrt{v^2} \left[ v_z / \sqrt{v^2} \cos \alpha - \sqrt{1 - v_z^2 / v^2} \cdot \sin \alpha \cos \beta \right] \end{aligned}$$

или, если  $v_z/\sqrt{v^2} \equiv 1$ :

$$\begin{cases} v_x^* = \sqrt{v^2} \sin \alpha \cos \beta \\ v_y^* = \sqrt{v^2} \sin \alpha \sin \beta \\ v_z^* = \sqrt{v^2} \cos \alpha \end{cases}$$

Рассматривается однократная ионизация (при ускоряющем напряжении  $\phi_A \sim 300$  В, вклад многократно заряженных ионов мал [99]), упругие столкновения, возбуждение и электрон-ионные кулоновские рассеяния. Электрон-электронные взаимодействия, отвечающие за максвеллизацию, не рассматриваются ввиду того, что эти взаимодействия не влияют на процесс протекания тока и тепла, так как центр масс электронного ансамбля не двигается, а реализация этих взаимодействий в неравновесной плазме сложна.

### 3.4.1 Электрон-атомные столкновения

Сечения ионизации, упругих столкновений и возбуждения Хе приведены в приложении А. При ионизации энергия вторичного электрона  $\mathcal{E}_2$  определяется с помощью итерационного процесса [100, 101], а энергия первичного  $\mathcal{E}_1$  — из баланса энергии:

$$\mathcal{R} < \frac{1}{1 + (\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_C)^2}, \quad \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_{IZ}, \quad \mathcal{E}_2 \leq \mathcal{E}_1;$$

где  $\mathcal{E}_C = 8.7$  эВ;  $\mathcal{E}_{IZ}$  — порог ионизации. Углы рассеяния определяются через законы сохранения энергии и импульса:

$$\alpha_1 = \arctan \sqrt{\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1}, \quad \alpha_2 = \pi/2 - \alpha_1.$$

Такая модель обеспечивает то, что в среднем горячие электроны при ионизационных столкновениях отклоняются в основном на малые углы. Ионизируемый атом выбирается случайно в области  $\delta h$  и удаляется из ансамбля. Образовавшаяся пара электрон-ион появляется в той же точке, где находился атом. Тем самым, ионизация не вносит возмущения в плотность заряда. Начальная скорость иона равна скорости атома.

При упругих столкновениях считается что электрон рассеивается на случайный угол. При возбуждении электрон теряет соответствующую энергию и

так же рассеивается на случайный угол. Значения сечений столкновений интерполировались по ближайшим табличными значениями с шагом 1 эВ.

### 3.4.2 Кулоновское рассеяние

При кулоновском рассеянии электрона на тяжёлом ионе, электрон практически не влияет на импульс иона и просто отклоняется в поле центральных сил. Так как прицельный параметр близкого взаимодействия падает с увеличением энергии электрона, то рассеяние на ионах будет существенным только для холодных электронов, которые существуют только в катодной и анодной плазме. Сечение кулоновского «столкновения» вычисляется в приближении кулоновского логарифма:

$$\sigma_{EI} = 2\pi b_0^2 \ln \frac{r_{De}}{b_0}, \quad (3.7)$$

где  $r_{De}$  — дебаевский радиус экранирования,  $b_0 = \frac{e^2}{mv_e^2}$  — параметр ближнего взаимодействия. А угол рассеяния вычисляется с помощью формулы Резерфорда:

$$\alpha = 2 \arctan \left( e^2 / (b \cdot mv_e^2) \right),$$

где  $b = (\mathcal{R} + \mathcal{R}) \sqrt{\sigma_{EI}/\pi}$  — прицельный параметр;  $(\mathcal{R} + \mathcal{R}) \leq 1$ .

### 3.4.3 Резонансная перезарядка

При резонансной перезарядке нейтральный атом и ион просто обмениваются скоростями.

## 3.5 Разностные схемы полевых уравнений

### 3.5.1 Расчёт электрического поля

Для расчёта электростатического поля используется уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi q. \quad (3.8)$$

В разностном виде, используя стандартную 3-х точечную схему, это уравнение запишется как:

$$\phi(x - \delta h) + \phi(x + \delta h) - 2\phi(x) = -2\pi e \delta h^2 q(x),$$

а электрическое поле:

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \approx \frac{\phi(x - \delta h) - \phi(x + \delta h)}{2\delta h}$$

Для решения используется итерационный метод верхней релаксации:

$$\phi^{new}(x) = w (0.5 (\phi^{old}(x - \delta h) + \phi^{old}(x + \delta h)) + 2\pi e \delta h^2 q(x)) + (1 + w) \phi^{old}(x),$$

где  $w \sim 1.5 \div 2$  — параметр релаксации; величины с индексами  $^{old}$  — старые значения; а с индексами  $^{new}$  — обновлённые (алгоритм проходит по сетке в порядке возрастания номеров узлов). Для ускорения сходимости применяется метод Чебышева. На первой итерации присваивается  $w = 1$ , затем на каждом шаге

$$w^{new} = 1 / (1 - 0.25p^2w^{old}),$$

где  $p = 1 - 0.5\pi^2/N_x^2$ , где  $N_x$  — число узлов сетки.

### 3.5.2 Расчёт магнитного поля

Для одномерного случая уравнение ротора магнитного поля на образующей оси можно переписать как:

$$\frac{dH_S}{dx} = -\frac{4\pi}{c} j_\Theta,$$

или

$$H_S(x) = -\frac{4\pi}{c} \int_0^x j_\Theta dx, \quad (3.9)$$

в разностном виде:

$$H_S(x) = H_S(x - \delta h) - \frac{\pi}{c\delta h} [j_\Theta(x - \delta h) + 2j_\Theta(x) + j_\Theta(x + \delta h)], \quad H = H_0 + H_S.$$

Принимая во внимание, что внешнее магнитное поле однородно, приняты следующие граничные условия:  $H_S(0) = 0$  и  $H_S(L) = -4\pi j_\Theta L/c$ .

В сильно неоднородном внешнем магнитном поле вышеописанное приближение не применимо. В этом случае собственное поле азимутального тока рассчитывалось как сумма вкладов в поле каждого элементарного объёма витка азимутального тока, которые были предварительно рассчитаны в FEMM4.2 с шагом  $\delta h$  для заданной геометрии магнитопровода.

### 3.5.3 Взвешивание частицы на сетку

«Взвешивание» макрочастиц необходимо для определения того вклада в плотность заряда и тока, который они вносят, а так же для определения значения электрического и магнитного полей, действующих на частицу. В соответствие с методом «Clouds In Cell» для раздачи заряда (и плотности тока) макрочастиц в узлы сетки используется интерполяция. В одномерном случае макрочастицы представляют собой бесконечно протяжённые заряженные листы с определённым форм-фактором. Их вклад в плотность заряда (тока) равен  $\mathcal{W}\mathcal{F}(x - i\delta h)/\delta h$ , где  $\mathcal{W}$  — «вес» макрочастицы, который имеет размерность  $[\text{см}^{-2}]$ ,  $i$  — номер узла. В качестве форм-фактора была выбрана функция-треугольник:

$$\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 1 - |x|/\delta h; & |x| < \delta h \\ 0; & |x| > \delta h \end{cases}.$$

Для определения действующих на частицу полей применяется обратная процедура.

## 3.6 Алгоритм

Функция распределения представлена в виде одномерного массива, разделённого на равные промежутки постоянного размера, каждый из которых соответствует ансамблю частиц с определённым диапазоном координат. Т.е. частицы упорядочены с точностью до  $\delta h$ . Это удобно для Монте-Карло моделирования, так как обеспечивает локальность данных. Полный временной переход  $t_0 \rightarrow t_1$  выполняется следующим образом:

1. Определяется оптимальный временной шаг  $\delta t \approx \delta h/v_e$ .
2. Проводится инжекция частиц.

3. Запускается субцикл для интегрирования уравнений движения (PiC):
  - 3.1. Производится расчёт электрического и магнитного полей.
  - 3.2. Интегрируются уравнения движения всех заряженных частиц и проводится их взвешивание на сетку.
  - 3.3. Субцикл повторяется заданное число раз или завершается раньше, когда максимальная ошибка расчёта электрического поля минимизируется.
  - 3.4. На последней итерации одновременно со взвешиванием проводится пересортировка частиц по массиву, удаление частиц покинувших объём и запись их вкладов в токи/тягу. При переходе через катодную границу любая частица удаляется (для ионов рассчитывается вклад в тягу); при столкновении с анодом заряженная частица так же удаляется (ион рекомбинирует в атом с температурой анода).
4. Проводится моделирование столкновений (DSMC).
5. Собирается статистика,  $t_1 = t_0 + \delta t$ .
6. Ввиду того, что атомы двигаются значительно медленней электронов и ионов, расчёт их движения производится на большем временном интервале  $\delta t_a \approx \delta h/u_a$ . На этом же временном интервале статистика записывается в файл.

# Глава 4

## Результаты моделирования

### 4.1 Применимость одномерного приближения

Одномерное приближение применимо в условиях, когда высота разрядного канала  $d$  больше длины разрядного канала  $L$ . Поэтому, для геометрии характерной для ХЭРД она оказывается на границе своей применимости. Однако, при наличии плазмы внутри канала, ограниченного проводящими стенками под катодным потенциалом, область её применимости возрастает. Действительно, если  $R_0 \gg \rho_{max}$  и  $d \ll R_0$ , то центробежные эффекты выражены слабо и в первом приближении ими можно пренебречь. Электроны заперты на силовых линиях магнитного поля и упруго отражаются пристеночным электрическим полем за счёт положительного потенциала плазмы. Таким образом, потери электронов на стенки отсутствуют. Из-за высокой проводимости вдоль силовых линий магнитного поля сильное электрическое поле в радиальном направлении может существовать только на границах плазмы, а внутри неё мало и пропорционально  $2T_e/(ed)$ . Таким образом, при соблюдении условия  $\phi_A/L \gg 2T_e/(ed)$  ионы ускоряются преимущественно в продольном поле и их потери на стенку так же малы.

В условиях сильно неоднородного внешнего магнитного поля или достаточно сильного размагничивания так же появляется аксиальная компонента магнитного поля. Если  $d \ll R_0$ , то можно считать, что  $H_x(R_0 - d/2) \approx -H_x(R_0 + d/2)$  и суммарная радиальная сила действующая на плазму мала. Естественно, в одномерной постановке невозможно учесть стабилизирующий эффект анодной полости. Таким образом, будут рассматриваться задачи о зажигании и горении

разряда в коаксиальном ДАС с плоским анодом-газораспределителем в однородном и неоднородном магнитном поле.

Анод расположен в  $x = 0$ , его потенциал постоянен и равен  $\phi_A$ . Температура поступающего с него нейтрального газа задавалась равной  $T_A = 500$  К. Электроны поступают с катодной стороны разряда на  $x = L$ , потенциал которой равен 0. Начальная температура инжектируемых электронов задавалась равной  $T_{e0} = 1$  эВ во избежание ионизации не выгоревшего газа в катодной области. Условие квазинейтральности на катодной границе в явном виде не задавалось и инжектируемый электронный ток  $J_{e0}$  выступал в качестве варьируемого параметра. В случае, когда моделировалась катодная плазма, ионный ток с катодной границы задавался равным  $J_{e0}\sqrt{m/M}$ , а ионная температура приравнивалась к электронной.

Как и в большинстве DSMC/PiC моделей с целью снижения численного дробового шума, при решении уравнения Пуассона применялся метод масштабирования заряда (или изменения диэлектрической постоянной, см [102]). В соответствии с ним плотность заряда уменьшается в  $\mathcal{S}^2$  раз. Это ведёт к уменьшению плазменной частоты и увеличению размера ленгмюровских и дебаевских слоёв в  $\mathcal{S}$  раз соответственно. Такое упрощение не оказывает существенного влияния на низкочастотные процессы горения интенсивного разряда, так как по-прежнему соблюдаются условия, при которых плазменная частота много больше циклотронной, электронный ларморовский радиус больше дебаевского радиуса, а ленгмюровские слои отсутствуют ввиду того, что плазма практически квазинейтральна на всём разрядном промежутке.

## 4.2 Разряд в однородном магнитном поле

В настоящем моделировании  $\mathcal{S}^2$  задавалась равной 100, а шаг сетки  $\delta h = 0.125$  мм. «Вес» макрочастиц в большинстве случаев задавался равным  $\mathcal{W} = 2 \cdot 10^8$  см<sup>-2</sup>, что даёт около 1000 макрочастиц на ячейку. Для детального анализа функций распределения интересующие случаи пересчитывались с  $\mathcal{W} = 10^7$  1/см<sup>2</sup>. Геометрические параметры такие же как в ХРДПУ:  $d = 3$  мм;  $R_0 = 22.5$  мм. Максимальное отклонение плазмы от квазинейтрального состояния составляло около  $\sim 8\%$ . Для достижения высокой интенсивности разряда принималось  $Q_A = 2$  А, температура анода 500 К.



## 4.2.1 Зажигание разряда

Зажигание разряда осуществлялось включением электронного тока после того, как течение газа установится и разрядный промежуток окажется равномерно заполнен газом. Зажигание разряда происходит автоматически и сопровождается лавинообразным нарастанием электронного тока. На рис. 4.1а приведено типичное распределение усреднённых параметров плазмы в момент зажигания. На первой картинке — потенциал и средняя энергия частиц; на следующей — распределение магнитного поля (внешнее  $H_0$  (отмечено пунктиром) + собственное поле  $H_S$ ); на третьей картинке — концентрации газа и плазмы; на последней — потоки заряженных и нейтральных частиц выраженные в эквивалентных амперах. Видно, что практически весь разрядный промежуток заполнен плотной квазинейтральной анодной плазмой, а всё падение потенциала сосредоточено в тонком прикатодном слое. При этом, магнитное поле холловского тока полностью компенсирует внешнее магнитное поле, т.е. происходит полное размагничивание. Так как  $-\partial\phi/\partial x|_{x \rightarrow L} > 0$ , то поступление электронного тока в разряд не ограничено и холловский ток более не определяется формулой (1.1). Однако, его рост ограничивается кинетическими эффектами — дальнейшее увеличение степени размагничивания приводит к тому, что граница магнетронной отсечки пересекает анод и поступающие электроны пролетают разрядный промежуток насквозь. Это видно из анализа параметра Холла (см. рис. 4.2):

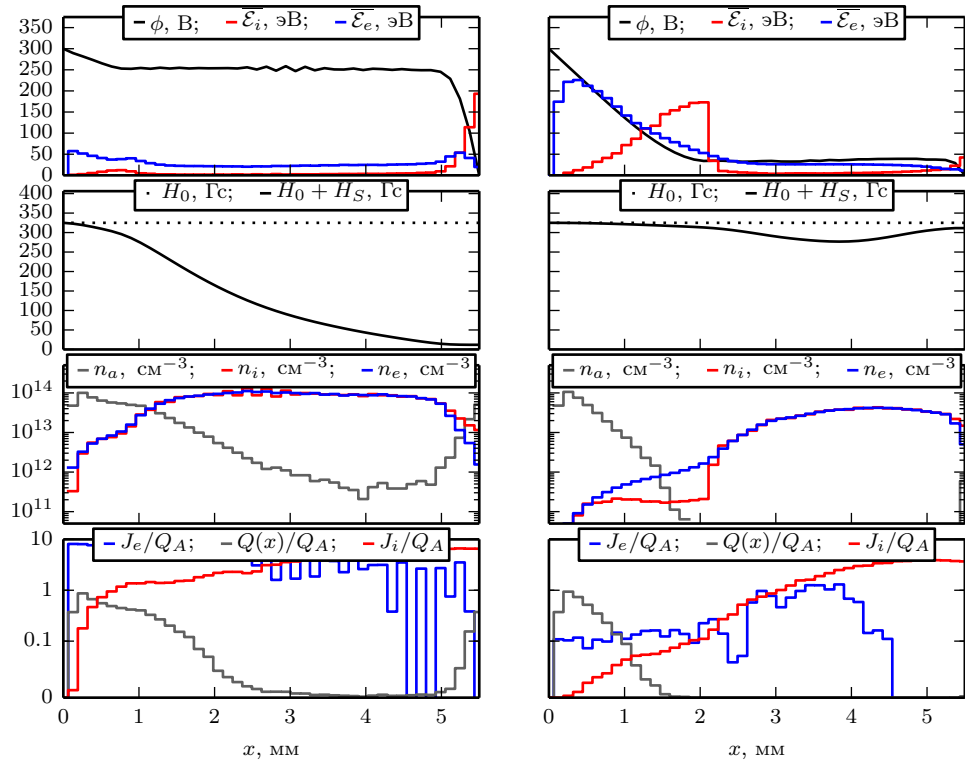
$$Z_H = \frac{eH}{mc} \cdot \frac{1}{\omega_{st}}. \quad (4.1)$$

Таким образом, возникает естественное ограничение на величину холловского тока:

$$J_\Theta \leq 0.25H_0cd/\pi,$$

которое эквивалентно формуле (1.2) при замене  $H_S \rightarrow H_0$ . Естественно, ограничение на протекающий с катода на анод электронный ток определяется только возникновением двойного слоя на границе плазмы и в отсутствие ограничения инжектируемого тока он может многократно превышать расход газа.

Частота ионизации в данных условиях превышает частоту поступления нейтрального газа и определяется, в основном, величиной  $J_{e0}$ . Образовавшиеся ионы покидают квазинейтральную плазму со скоростью равной скорости ионного звука, таким образом при больших  $J_{e0}$  ионный ток превышает расход газа при-



а. Момент зажигания.

б. Момент сброса плазмы.

Рисунок 4.1. Переходный процесс в момент зажигания разряда при  $H_0 = 325$  Гс.

мерно в 10 раз. В конечном счёте практически весь газ оказывается переработан в ионы и генерация ионов прекращается. По мере того как ионы покидают разрядный промежуток и концентрация плазмы падает, холловский ток ослабевает и вторичные, образовавшиеся в результате ионизации, электроны оказываются заперты на силовых линиях магнитного поля. Поэтому дальнейший уход ионов приводит к падению потенциала и возникновению виртуального катода (рис. 4.1б), при этом электронный ток меняет направление и течёт обратно на катод. Дальнейшая эволюция зависит от величины магнитного поля, приложенного напряжения и расстояния  $L$ .

## 4.2.2 Стационарный режим

Серия численных расчётов показала, что в определённых условиях возможен переход разряда в стационарный<sup>1</sup> режим. Один из них при  $L = 5.5$  мм и  $H_0 = 325$  Гс рассмотрен ниже. На рис. 4.3а представлены параметры плазмы.

<sup>1</sup>Амплитуда колебаний тока менее 10% от среднего значения.

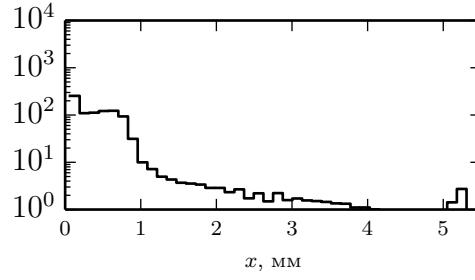


Рисунок 4.2. Параметр холла в момент зажигания.

Можно выделить две характерные зоны: плотную анодную плазму и зону ускорения (СХТ). Анодная плазма занимает около половины разрядного промежутка и 90% актов ионизации происходит в этой области. Максимальная плотность анодной плазмы  $\sim 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , а характерная средняя энергия электронов  $\sim 10 \text{ эВ}$ . Длина зоны ускорения около полутора максимальных электронных ларморовских радиусов и около 5% ионизаций происходит в этой зоне. В обеих областях плазма сохраняет квазинейтральность. Стоит отметить, что основная особенность этого режима в том, что с катодной стороны  $-\partial\phi/\partial x|_{x \rightarrow L} \leq 0$ , это очень важно, так как электрическое поле тормозит поступление электронов и не позволяет холловскому току увеличиваться без ограничений ионизируя весь газ в канале. Никаким варьированием граничных условий на катоде не удалось увеличить холловский ток. Даже при инжекции обратного ионного потока с концентрацией близкой концентрации ускоренной струи (что может соответствовать, например, перезарядочной плазме или плазме инжектируемой из полого катода-компенсатора) эта плазма просто отражается от потенциального барьера, лишь незначительно смещая границу СХТ в сторону анода.

Полученная в результате численного счёта величина холловского тока оказалась на 8% выше, чем значение рассчитанное по формуле (1.1) — это объясняется наличием ненулевой начальной температуры электронов и завышенным вследствие масштабирования в  $\mathcal{S}^2$  раз действием электрического поля. Тяга составляет 5.1 г.с., что согласуется с оценкой по формуле (1.3). Анодный КПД такой конфигурации разряда:

$$\frac{J_i(L) \mathcal{E}_i(L)}{J_e(0) e\phi_A} \approx 75\%$$

и определяется, в основном, наличием градиента потенциала в зоне ионизации, в результате чего ионы набирают энергию меньше  $e\phi_A$ . При этом полный элект-

тронный ток, поступающий из катодной границы, очень мал и составляет около 4.2% от анодного тока и определяется, по-видимому, долей электронов, испытавших столкновения. Кроме того, эта величина очень близка к  $\mathcal{E}_{IZ}/(e\phi_A)$ .

На рис. 4.3б представлены функции распределения по энергиям заряженных и нейтральных частиц, каждая точка означает частицу соответствующей энергии. Видно, что есть значительное отличие между анодной плазмой и зоной ускорения. Зона ускорения формируется из «горячих» первичных электронов (инжектированных и рассеянных) и «холодных» вторичных (появившихся в результате ионизации) электронов. Таким образом имеются электроны в широком диапазоне энергий от  $T_{e0}$  до  $e\phi_A$  (рис. 4.4б). Стоит отметить, что функция распределения имеет два пика:  $\delta$ -образный «горячий» пик, сформированный первичными электронами, и «холодный хвост», сформированный вторичными электронами. Двигаясь к аноду электроны охлаждаются, благодаря потерям энергии на ионизацию (возбуждение). Поэтому большая часть актов ионизации производится «тёплыми» электронами — первичными, потерявшими энергию и вторичными, которые нагреваются в оставшемся падении потенциала (рис. 4.4а). Распределение покидающих разряд ионов по энергиям практически моноэнергетично (рис. 4.4в), с малым разбросом энергий, определяемым разностью потенциалов в анодной плазме. Так же виден характерный кинетический эффект — холодные атомы ионизируются лучше чем горячие в полном согласии с формулой (1.4).

На рис. 4.5а представлен суммарный параметр Холла. Видно, что есть существенное отличие в режимах движения электронов в анодной плазме, зоне ускорения и катодной плазме. В анодной плазме параметр Холла мал и средняя энергия электронов мала. Их ларморовские радиусы много меньше длины области ионизации, соответственно их движение происходит в гидродинамическом режиме и подчиняется обобщённому закону Ома. Электроны дрейфуют к аноду за счёт градиента концентрации и воздействия электрического поля. В зоне ускорения параметр Холла увеличивается на порядок, а циклотронные радиусы становятся сравнимыми с характерным размером зоны, так что режим движения в этой области кинетический и практически бесстолкновительный. В катодной области разряда параметр Холла вновь падает почти на три порядка. Это объясняется тем, что сечение кулоновского рассеяния растёт с уменьшением энергии электронов (см. формулу (3.7)). В катодной плазме, где электриче-

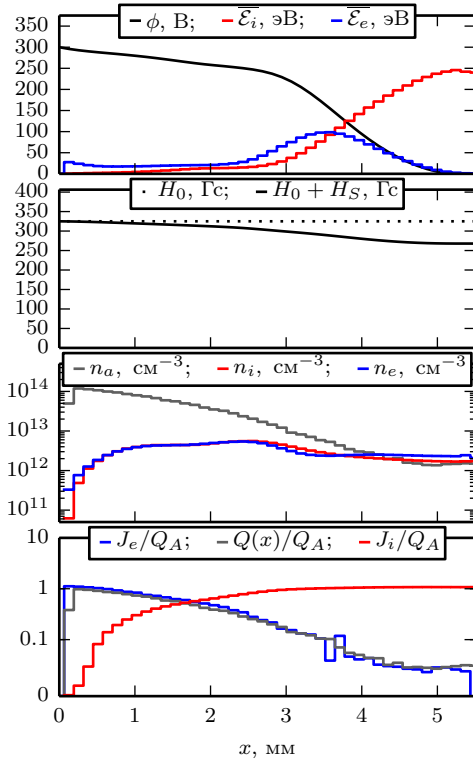
ское поле близко к нулю, энергия электронов равна  $T_{e0}$ . Так как концентрация газа в этой зоне мала, то захват электронов в СХТ происходит только благодаря кулоновскому рассеянию. Это существенно кинетический эффект, так как он целиком определяется функцией распределения.

Имеет смысл так же рассмотреть азимутальный аналог параметра Холла — отношение средней частоты полного оборота электрона по азимутальной координате к частоте столкновений:

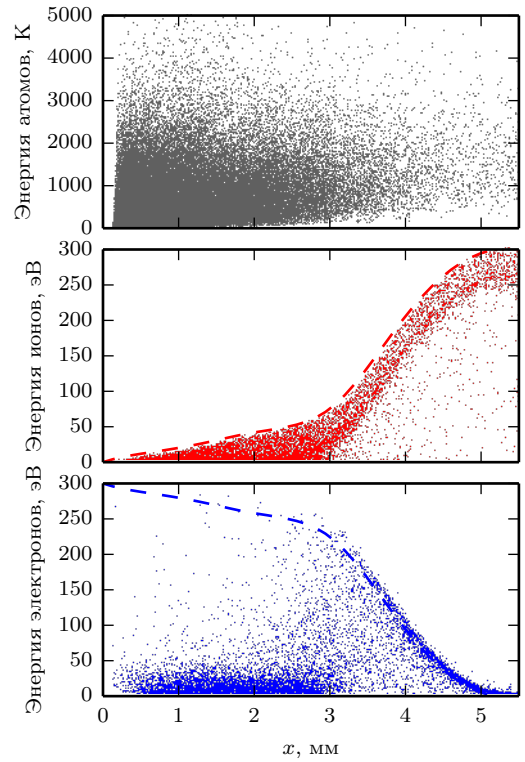
$$Z_{\Theta} = \left( c \frac{E}{H} + \frac{\nabla H}{2H} \rho_e v_e \right) \cdot \frac{1}{2\pi R_0 \omega_{st}} = \frac{v_{e\Theta}}{2\pi R_0 \omega_{st}}, \quad (4.2)$$

где  $v_e$  и  $\rho_e$  — усреднённые скорость и ларморовский радиус электронов. Первое слагаемое отвечает за дрейф в скрещённых полях, а второе — за градиентный дрейф в неоднородном магнитном поле. Величина  $Z_{\Theta}$  характеризует «степень бесстолкновительности» движения электронов. Известно, что высокочастотные градиентно-дрейфовые неустойчивости, приводящие к аномальной проводимости, развиваются в условиях бездиссипативного движения электронов, когда  $Z_{\Theta} > 1$  [36]. Из рис. 4.5б видно, что такие условия существуют только в узкой области СХТ, по размерам не превышающей  $\rho_e$ , т.е. возникновение гидродинамической неустойчивости невозможно. В анодной плазме  $Z_{\Theta} \ll 1$ , т.е. движение электронов сугубо диссипативно — за время полного оборота по азимуту они многократно рассеиваются на столкновениях с атомами и ионами. Поэтому проникновение азимутальной волны в эту область вряд ли возможно.

Распределение потенциала (параболическое от катодной границы, до области магнетронной отсечки) и характерные зависимости между тягой, холловским током и размагничиванием, а так же, тормозящее электроны электрическое поле с катодной стороны идентифицируют данную конфигурацию разряда как  $H$ -слой. Однако, особенность этого режима в том, что он устойчив только при условии, что большая часть ионизаций происходит в анодной плазме и концентрация газа в  $H$ -слое мала. Если это условие не выполнено, то частота ионизации увеличивается, ионный и холловский токи возрастают, а за счёт размагничивания горячие электроны проникают всё глубже в область плотного газа — в конце концов разряд переходит в катодный слой с «пульсациями» (см. ниже). Таким образом, геометрический критерий определяет необходимое количество места для размещения анодной плазмы — если его недостаточно,

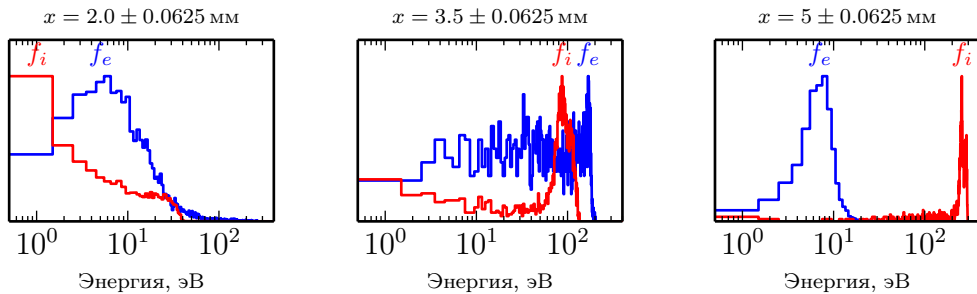


а. Параметры плазмы.



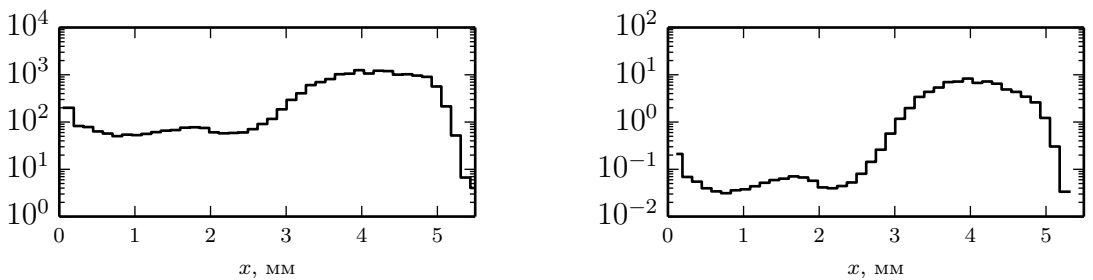
б. Функции распределения.

Рисунок 4.3



а. Анодная плазма. б. Зона ускорения. в. Катодная плазма.

Рисунок 4.4. Детальный вид функций распределения (нормированных).



а. Суммарный параметр Холла  $Z_H$ . б. Азимутальный параметр  $Z_\theta$ .

Рисунок 4.5

то большое количество газа поступает в область ускорения, частота ионизации лавинообразно нарастает, и стационарный разряд невозможен.

### 4.2.3 «Пульсации»

При малых  $H_0$  развиваются специфические колебания — «пульсации». После сброса большей части плазмы и образования виртуального катода протекание электронного тока сквозь разряд оказывается заблокированным и частота ионизации резко падает. Это позволяет газу снова заполнить разрядный промежуток. По мере того, как концентрация газа с катодной стороны достигнет некоторого минимального значения (которое, по видимому, определяет минимальный расход, при котором в принципе возможно горение интенсивного разряда) разряд зажигается вновь, формируя катодный слой (рис. 4.6а), который так же гаснет после полного выгорания газа (рис. 4.6б). Зажигания/гашения разряда повторяются с характерной частотой  $\sim u_a/L$ , что показано на рис. 4.7а, причём в качестве скорости здесь выступает скорость наиболее быстрых атомов. Схожесть этого процесса с наблюдаемыми экспериментально колебаниями (см. рис. 2.21) позволяет предположить аналогичный механизм нарушения стабильности при горении реального разряда.

Причина возникновения «пульсаций» — появление положительной обратной связи между тягой (ионным током) и размагничиванием. Обратная связь реализуется следующим образом:

1. Небольшое увеличение ионного тока немного усиливает размагничивание с катодной стороны разряда.
2.  $H$ -слой расширяется, и граница магнетронной отсечки смещается ближе к аноду, в область более плотного газа.
3. Под действием СХТ газ выгорает. Это, в свою очередь, приводит к ещё большему усилению ионного тока и ещё большему размагничиванию.
4. Азимутальный ток увеличивается до тех пор, пока граница магнетронной отсечки не пересечёт анод (и частота ионизации упадёт), или пока весь газ не окажется ионизированным.

Процесс развивается лавинообразно, аналогично зажиганию.

## 4.2.4 Ионизационные автоколебания

При больших  $H_0$  развиваются характерные ионизационные автоколебания: рис. 4.7б, 4.7в. Они вызваны появлением дополнительного электрического поля в анодной плазме, которое помогает электронам достичь анодной поверхности (рис. 4.8). Детальный анализ показал, что причиной появления этого поля является нарушение непрерывности потоков заряженных частиц. В определённый период времени ионы покидают разряд быстрее, чем электроны, двигающиеся в режиме диффузии:

$$J_e(0) < J_e(L) + J_i(L).$$

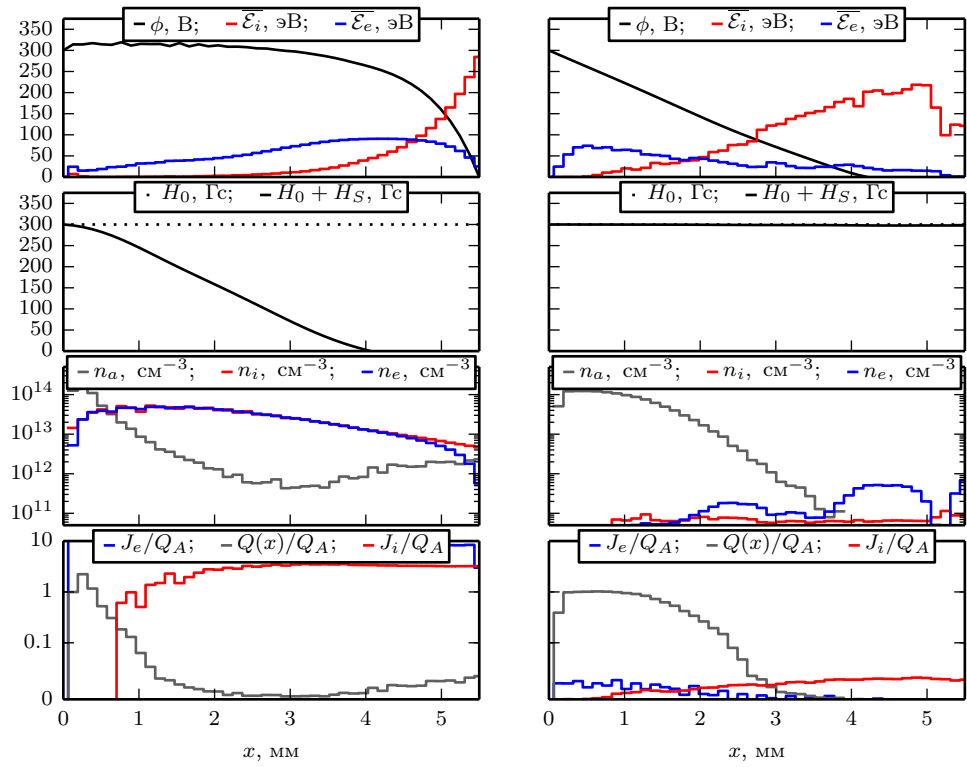
Т.е. происходит зарядка разрядного промежутка. Избыточный отрицательный заряд сразу создаёт дополнительное электрическое поле, благодаря которому непрерывность восстанавливается. Однако, это же электрическое поле сообщает дополнительную энергию электронам, что увеличивает частоту ионизации. Вследствие этого нарушается уже непрерывность потоков тяжёлых частиц. Этот процесс в целом происходит аналогично «пульсациям», однако, так как электрическое поле с катодной стороны разряда по-прежнему тормозит электроны, холловский ток остаётся ограничен и не может возрасти до полного размагничивания.

Сравнение полученного азимутального тока  $J_\Theta$  и его оценки  $J_\Theta(F)$  по формуле (1.1) показывает, что баланс реактивной и амперовой сил нарушается, см. кривые  $J_\Theta/J_\Theta(F)$  на рис. 4.7 и 4.7. Дальнейшее увеличение  $H_0$  приводит к усилению колебаний — рис. 4.9а, б. Причём, этот процесс затрагивает уже не только анодную плазму, но и СХТ, который начинает периодически смещаться в сторону анода, при этом со стороны катодной плазмы образуется виртуальный катод с  $\phi < 0$ . При малом напряжении удалось получить аналог «турбулентного» режима — рис. 4.9в.

## 4.3 Разряд в сильно неоднородном магнитном поле

Целесообразно разработать магнитную систему, в которой внешнее магнитное поле быстро спадает за срезом разрядного канала и электроны из катодной плазмы свободно поступают в ускорительный слой. Вариант такой магнит-

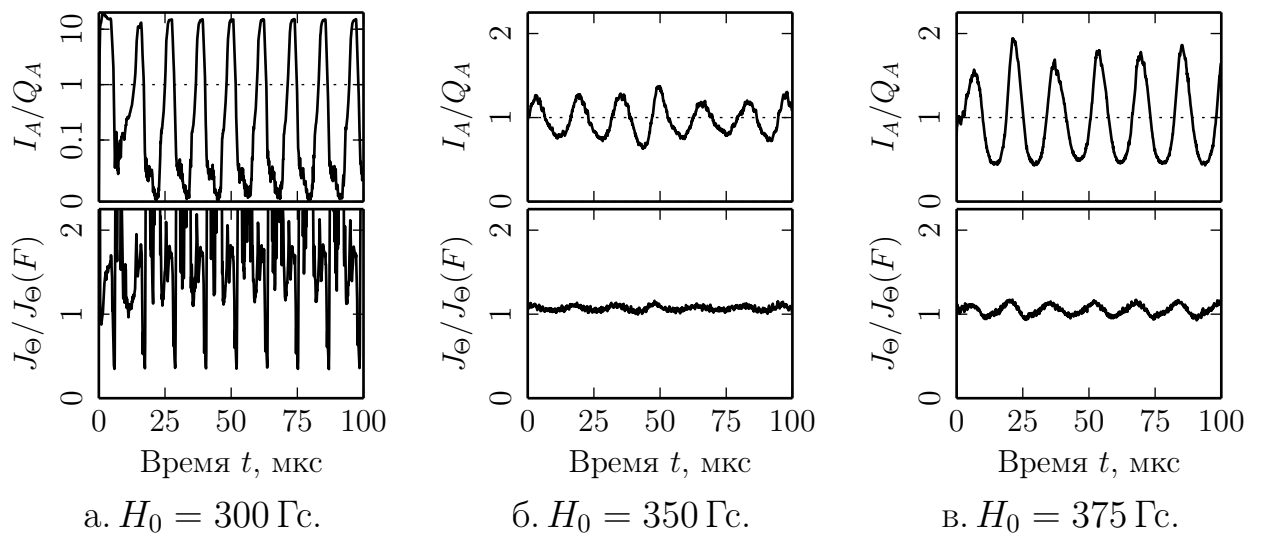




а. В максимуме тока.

б. Гашение разряда.

Рисунок 4.6. «Пульсации».

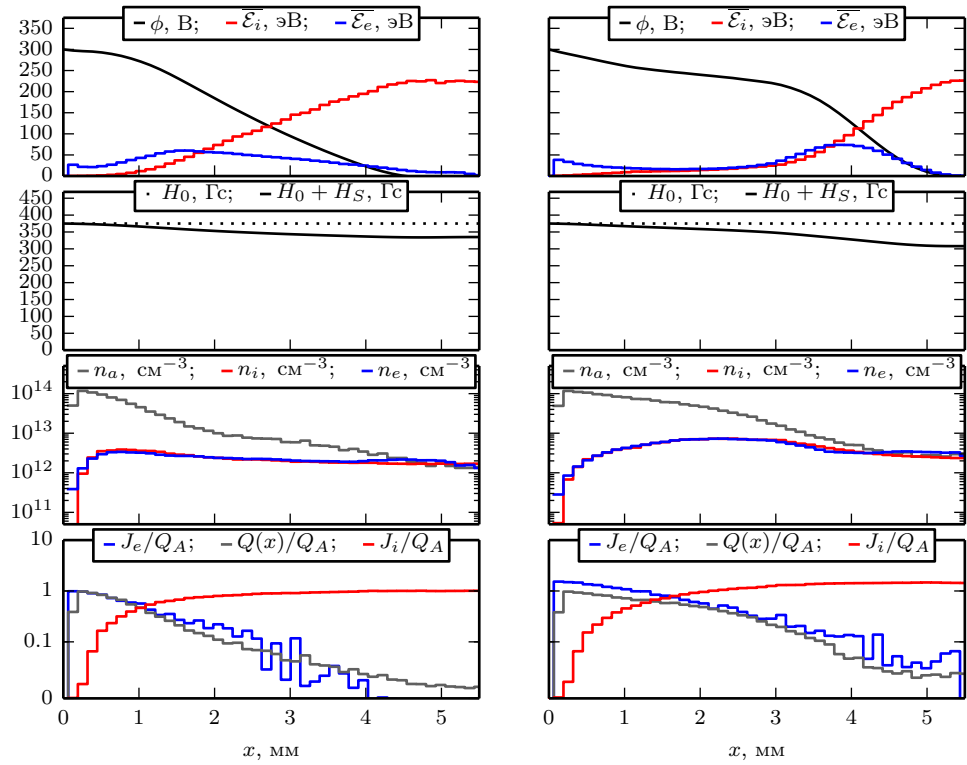


а.  $H_0 = 300$  Гс.

б.  $H_0 = 350$  Гс.

в.  $H_0 = 375$  Гс.

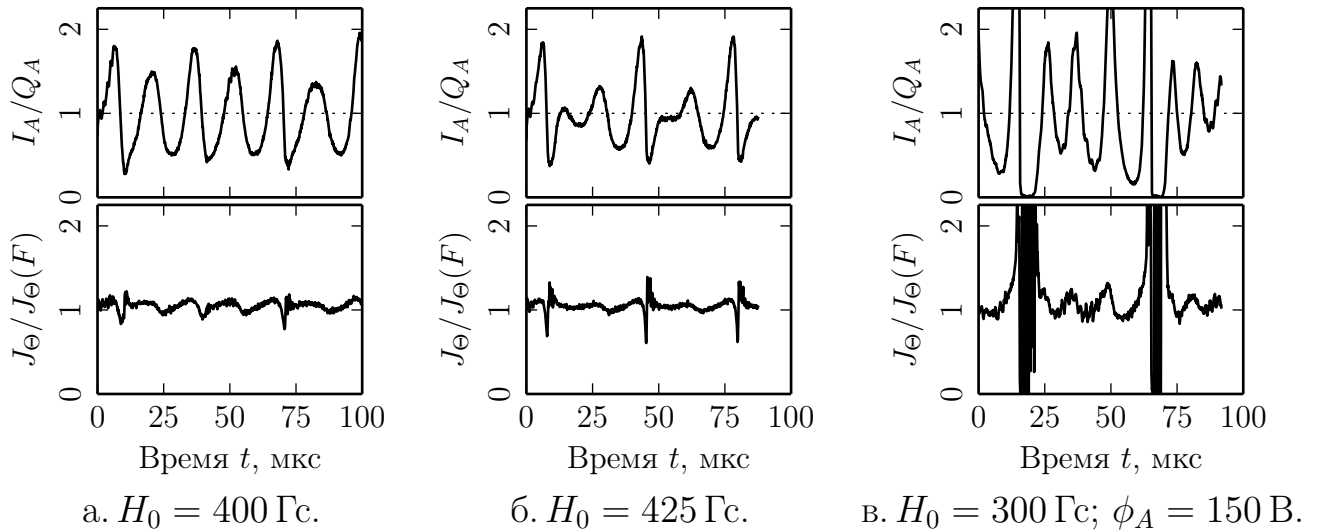
Рисунок 4.7. «Пульсации» и ионизационные автоколебания. Сверху — ток  $I_A$ , снизу — отношение  $J_\Theta$  к расчёту по формуле (1.1).



а.  $t = 10$  мкс.

б.  $t = 20$  мкс.

Рисунок 4.8. Распределение параметров плазмы при  $H_0 = 375$  Гс.



а.  $H_0 = 400$  Гс.

б.  $H_0 = 425$  Гс.

в.  $H_0 = 300$  Гс;  $\phi_A = 150$  В.

Рисунок 4.9. Сильные ионизационные автоколебания и «турбулентный» режим.

Сверху — ток  $I_A$ , снизу — отношение  $J_\Theta$  к расчёту по формуле (1.1).

ной системы представлен на рис. 4.10. Компенсация арочного магнитного поля осуществляется за счёт дополнительных катушек **К2** и **К3**, которые намотаны обратно **К1**. Геометрические параметры:  $d = 4$  мм;  $R_0 = 30$  мм. При моделировании  $\mathcal{S}^2$  задавалась равной 50; шаг сетки  $\delta h = 0.125$  мм; «вес» макрочастиц  $\mathcal{W} = 10^8$  см<sup>-2</sup>. Для достижения высокой интенсивности разряда принималось  $Q_A = 5$  А и температура анода 500 К.

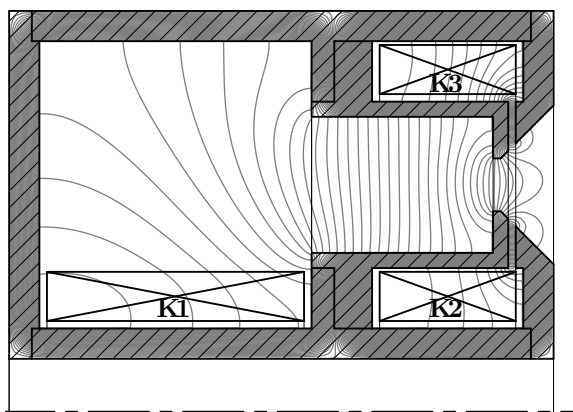


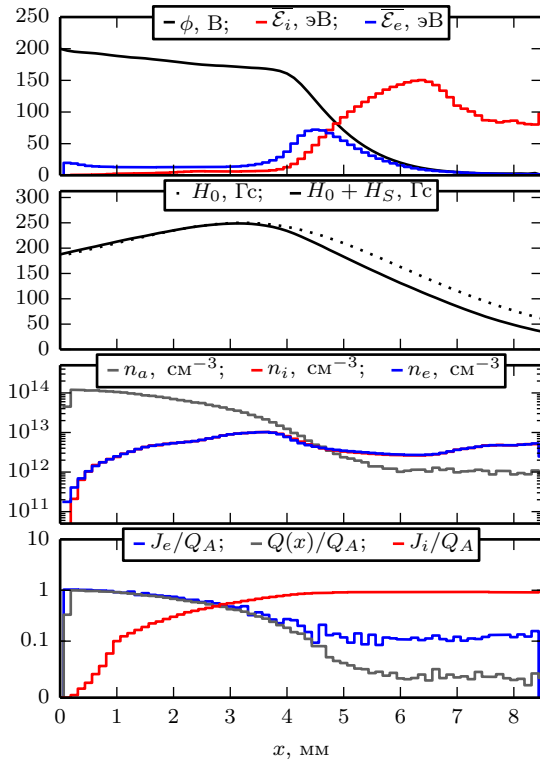
Рисунок 4.10. Конфигурация магнитопровода с размагничивающими катушками.

## Результаты расчёта

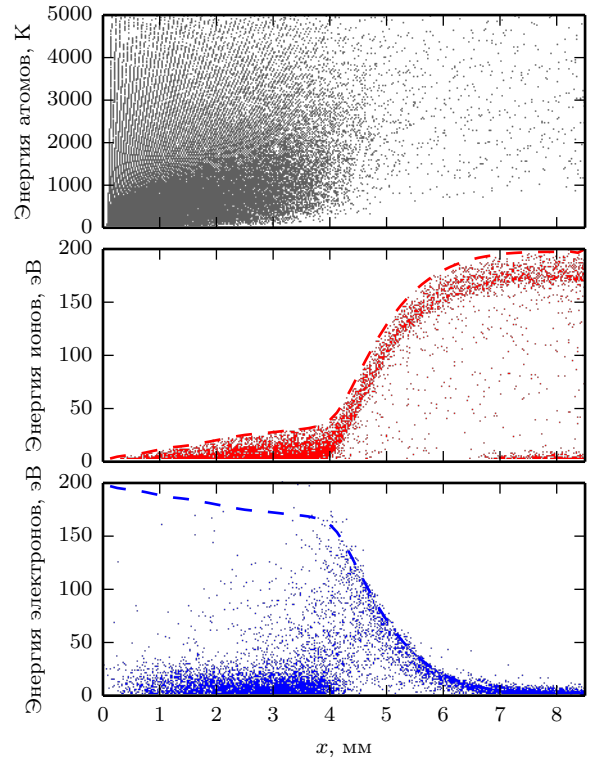
Результаты расчёта стационарных режимов в этой конфигурации показаны на рис. 4.11–4.14. Примечательно, что падение потенциала в анодной плазме практически не зависит от разрядного напряжения и всегда составляет около 50 В, причём с увеличением разрядного напряжения ток  $J_e(L)$  падает и анодный КПД возрастает. Возникающие в разряде низкочастотные неустойчивости аналогичны выше рассмотренным в однородном поле.

Характерная особенность такой формы разряда в том, что для стационарного горения обязательно наличие катодной плазмы с концентрацией близкой к концентрации пучка ускоренных ионов. Для этого необходимо вместе с электронами инжектировать холодные ионы с катодной стороны, в противном случае катодная граница оказывается неустойчива. Катодная плазма играет стабилизирующую роль, так как не позволяет границе ускоряющего слоя сместиться вплотную к катоду.

Стоит отметить, что необходимость значительной концентрации катодной плазмы, возможно, является ограничением одномерной модели, которое связа-



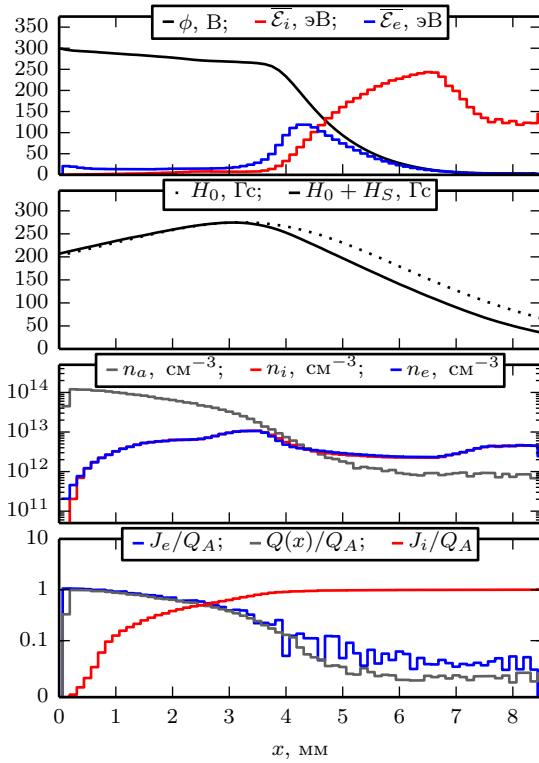
а. Параметры плазмы.



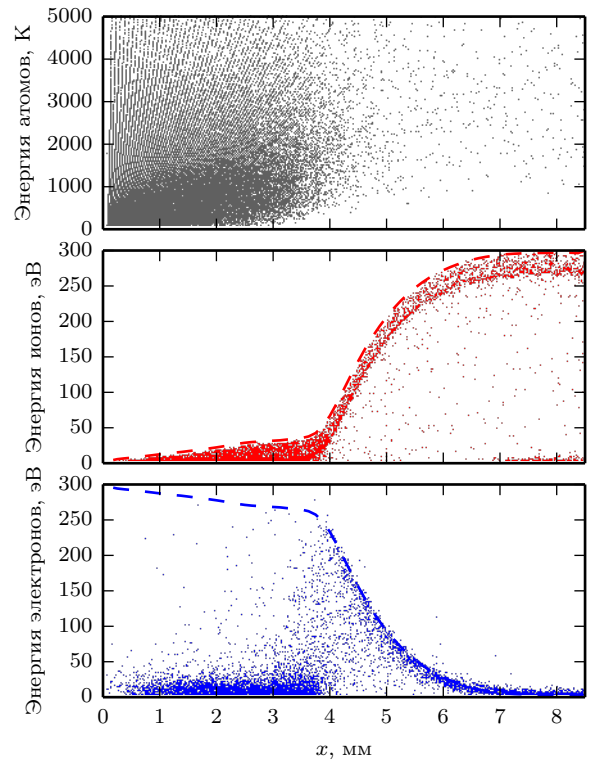
б. Функции распределения.

Рисунок 4.11. Разряд в сильно неоднородном магнитном поле при  $\phi_A = 200$  В. Высота циклоиды электронов  $\approx 3$  мм.

но с ускорением электронов в аксиальном направлении за счёт прикатодного скачка потенциала плазмы (что усиливает азимутальный ток и размагничивание). Поэтому, потенциал катодной плазмы необходимо поддерживать как можно ближе к нулю (а в слабом магнитном поле он неизбежно положителен). Тем не менее, расчёт показал, что даже при инжекции значительного электронного тока ( $J_{e0} \sim Q_A \sqrt{M/m}/2$ ) разряд без катодной плазмы остаётся нестабильным. Зажигания-гашаения повторяются до тех пор, пока не произойдёт захват плазмы с катодной стороны и образование виртуального катода с  $\phi < 0$ . В таком состоянии разряд (мета)стабилен. На рис. 4.15 приведён расчёт разряда в той же конфигурации, но с большим прианодным градиентом магнитного поля. Большой градиент магнитного поля в прианодной области часто используют для «стабилизации низкочастотной неустойчивости», особенно в «двигателях Морозова». Действительно, оказалось, что амплитуда тока, протекающего во время «пульсаций», ниже. Это объясняется тем, что граница магнетронной отсечки не может сместиться вплотную к аноду, в область слабого магнитного поля, и потери электронов меньше. Т.е. спадающее к аноду магнитное поле

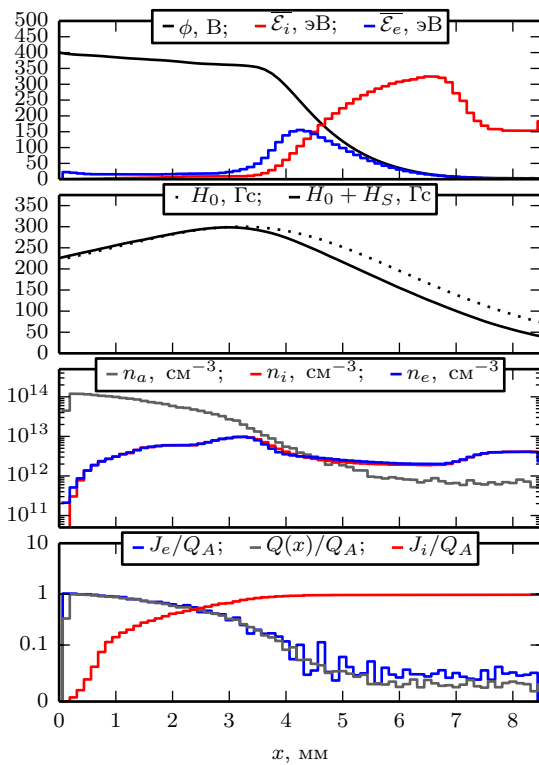


а. Параметры плазмы.

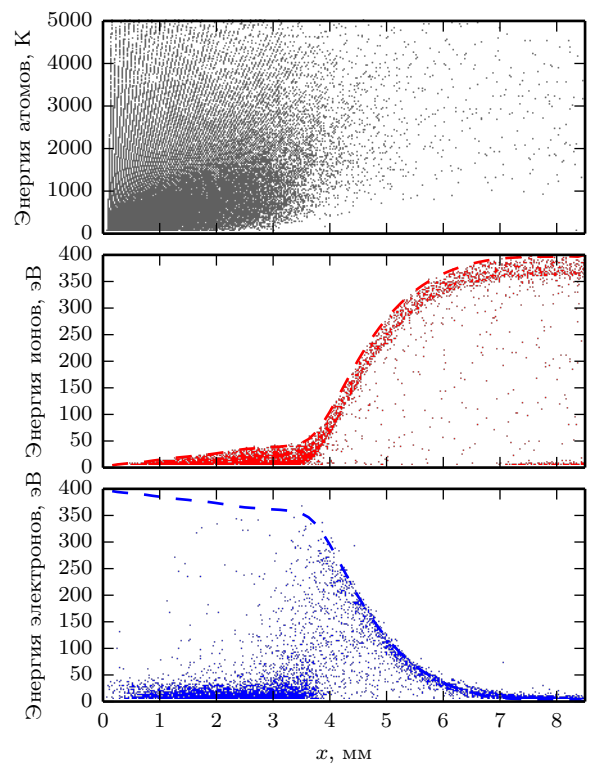


б. Функции распределения.

Рисунок 4.12. При  $\phi_A = 300$  В. Высота циклоиды электронов  $\approx 3$  мм.

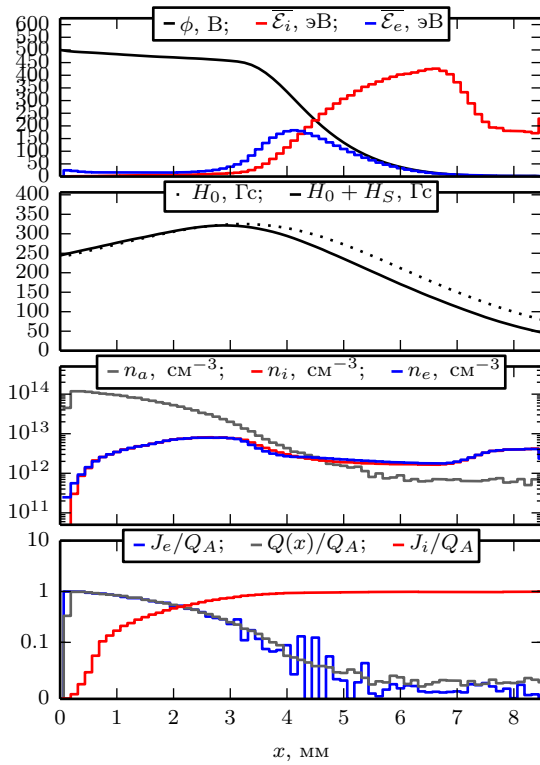


а. Параметры плазмы.

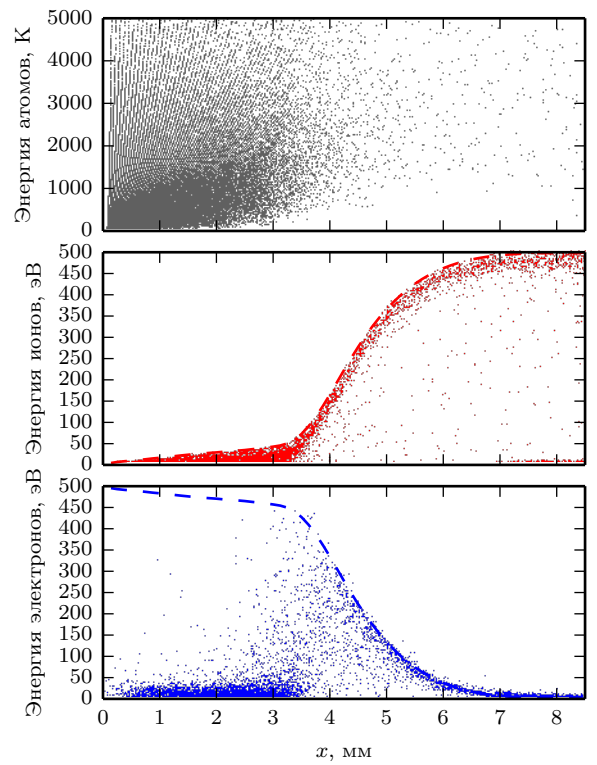


б. Функции распределения.

Рисунок 4.13. При  $\phi_A = 400$  В. Высота циклоиды электронов  $\approx 3$  мм.

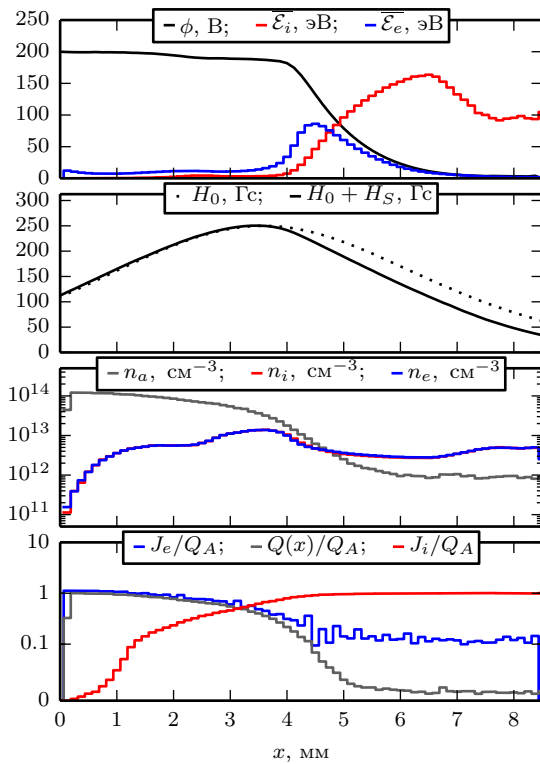


а. Параметры плазмы.

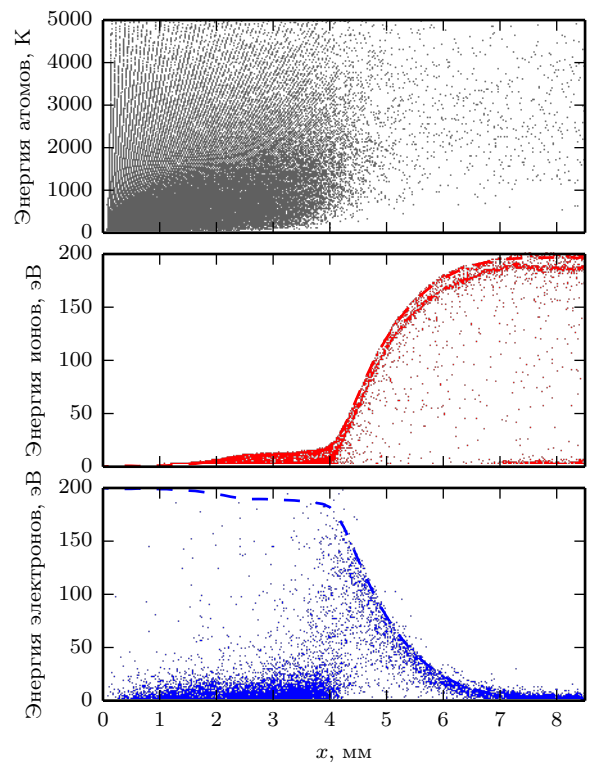


б. Функции распределения.

Рисунок 4.14. При  $\phi_A = 500$  В. Высота циклоиды электронов  $\approx 3$  мм.



а. Параметры плазмы.



б. Функции распределения.

Рисунок 4.15. Разряд в сильно неоднородном магнитном поле с большим прианодным градиентом,  $\phi_A = 200$  В.

ослабляет эту неустойчивость. В стационарном режиме большой градиент приводит к тому, что область генерации ионов сужается и смещается к границе магнетронной отсечки — в область большего магнитного поля, а падение потенциала в анодной плазме уменьшается, т.е. ионный пучок на выходе получается более моноэнергетичным.

## 4.4 Выводы

Предложена одномерная, нестационарная, полностью кинетическая модель интенсивного  $E \times H$  разряда, учитывающая размагничивание холловским током, которая позволила:

1. Рассчитать зажигание разряда в хорошем согласии с экспериментом. Выявлено, что «выброс» тока в момент зажигания связан с ионизацией газа с катодной стороны разряда и сильным размагничиванием. Таким образом механизм зажигания соответствует предложенному в экспериментальной части.
2. Рассчитать стабильное горение разряда в режиме  $H$ -слоя с максимальной тягой при оптимальных значениях магнитного поля, однако при меньшем в полтора-два раза анодном токе (по сравнению с экспериментом). Последнее объясняется тем, что не учитывался радиальный уход электронов (нет анодной полости).
3. Получить близкие к экспериментам режимы низкочастотных ионизационных колебаний при больших значениях магнитного поля. Механизм колебаний соответствует предложенному в экспериментальном разделе. Так же при малых магнитных полях были получены режимы с «пульсациями», которые возникают из-за положительной обратной связи между частотой ионизации и размагничиванием. «Пульсации» наблюдались в экспериментах на ДАС с плоским анодом (рис. 2.21), однако почти не проявляются в ДАС с анодной полостью.
4. Рассчитать разряд в сильно неоднородном, быстро спадающем в сторону катода магнитном поле. В такой конфигурации возможно замыкание тока от катода к аноду без аномальной проводимости.

Результаты частично опубликованы в работе [103].

## Заключение

В настоящей работе проведено комплексное, как экспериментальное, так и численное исследование нестационарных процессов в интенсивном газовом разряде в скрещённых полях. Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. В момент зажигания разряда происходит быстрая ионизация плотного газа и практически полное размагничивание плазмы собственным магнитным полем азимутального (холловского) тока, вследствие чего, процесс зажигания целиком определяются величиной тока с катода.
2. Исследована область существования интенсивного разряда. Показано, что существует «турбулентный» режим — область параметров, где не возможен ни стационарный «ускорительный» режим, ни режим с установившимися колебаниями.
3. Измерена переменная составляющая азимутального (холловского) тока, показано, что в ряде режимов его колебания велики.
4. Построена нестационарная одномерная, полностью кинетическая модель интенсивного разряда, учитывающая размагничивание. Получены решения для зажигания разряда, стационарного режима, «пульсаций» и ионизационных колебаний. Показано, что в коротком канале возможно горение стационарного разряда в режиме  $H$ -слоя и классической проводимостью. Ни при каких условиях не удалось получить  $E$ -слой.
5. Показано, что в неустойчивых режимах собственное магнитное поле азимутального тока может оказывать определяющее влияние на горение разряда, так как возможно появление положительной обратной связи между частотой ионизации и размагничиванием. Его учёт так же необходим для корректного описания механизма зажигания разряда.



# Литература

1. Жаринов А.В., Шумилин В.П. Структура анодной плазмы газового разряда с учетом ионизационного «выгорания» газа // ЖЭТФ. 2006. Т. 130, № 2. С. 371–380.
2. Goebel Dan M., Katz Ira. Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 2008.
3. Physics and modeling of an end-Hall (gridless) ion source / N. Oudini, G. J. M. Hagelaar, J.-P. Boeuf et al. // J. Appl. Phys. 2011. Vol. 109.
4. Fundamental Scaling Laws for Electric Propulsion Concepts, Part 1: Hall Effect Thrusters / Mariano Andrenucci, Leonardo Biagioni, Salvo Marcuccio et al. // 28th International Electric Propulsion Conference. Toulouse, France: 2003.
5. Ивахненко Сергей Геннадьевич. Исследование эффекта азимутального отклонения ионов в двигателях с замкнутым дрейфом. // Диссертация на соискание к.т.-н., МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2013.
6. Воробьев Е.В., Духопельников Д.В., Ивахненко С.Г., Марахтанов М.К. Влияние азимутального отклонения ионов двигателя с анодным слоем на баллистику летательного аппарата // Инженерный журнал: наука и инновации, вып. 10. 2013. <http://engjournal.ru/catalog/machin/plasma/1025.html>.
7. Cliff A. Thomas, Nicolas Gascon, Mark A. Cappelli. A Study of the Azimuthal Electron Drift in an  $E \times B$  Discharge Using a Non-invasive Antenna Array // 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf. and Exhibit. 2003. 20–23 July.

8. Peterson P. Y., Gallimore A. D., Haas J. M. An experimental investigation of the internal magnetic field topography of an operating Hall thruster // *Physics of Plasmas* (1994-present). 2002. Vol. 9, no. 10. P. 4354–4362. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/9/10/10.1063/1.1507771>.
9. J.M. Haas, A.D. Gallimore. Considerations on the Role of the Hall Current in a Laboratory-Model Thruster // *37th Joint Propulsion Conference & Exhibit*. 2001. 8–11 July.
10. Методика измерения тяги электрореактивных двигателей с замкнутым дрейфом электронов по величине холловского тока / Новичков Д. Н., Ермаилов А. Н., Коваленко А. Ю. [и др.] // *Теплофизика высоких температур*. 2005. Т. 43, № 5. С. 691–696.
11. E. Y. Choueiri. Fundamental Difference between the Two Hall Thruster Variants // *Phys. Plasmas*. 2001. Vol. 8, no. 11. P. 5025–5033.
12. Ким В. П. Стационарные плазменные двигатели в России: проблемы и перспективы // *Труды МАИ*. 2012. Т. 60.
13. P. Rossetti, C. Casaregola, M. Andrenucci. 30 kW-Class Hall Thruster: a Key Building Block for Propulsion Needs of Future Space Transportation and Exploration // *32nd International Electric Propulsion Conference*. Wiesbaden, Germany: 2011. September 11–15.
14. Andrey A. Shagayda. On Scaling of Hall Effect Thrusters // *33rd International Electric Propulsion Conference*. 2013.
15. Smirnov A., Raitses Y., Fisch N. J. Experimental and theoretical studies of cylindrical Hall thrusters // *Physics of Plasmas* (1994-present). 2007. Vol. 14, no. 5. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/14/5/10.1063/1.2718522>.
16. Scott McGrail, Sam Parker. Preliminary Design of a Laboratory Cylindrical Hall-Effect Thruster. // In Partial Fulfillment Of the Requirements for the Degree Bachelor of Science in Aerospace Engineering, <http://digitalcommons.calpoly.edu/aerosp/80/>. 2012.

17. Development of Low-Power Cylindrical type Hall Thrusters for Nano Satellite / Tomoyuki Ikeda, Yohei Mito, Masato Nishida et al. // 33rd International Electric Propulsion Conference. 2013.
18. Морозов А. И. Введение в Плазмодинамику. М. Физматлит, 2006.
19. М.А.Власов, А.В.Жаринов, Ю.А.Коваленко. К теории разряда в скрещенных полях // Журнал технической физики. 2001. Т. 71, № 12. С. 34.
20. Noah Zachary Warner. Performance Testing and Internal Probe Measurements of a High Specific Impulse Hall Thruster: Master's thesis: Massachusetts Institute of Technology. 2003.
21. Investigation of Internal Plasma Structure in an Anode-layer Hall Thruster / Nanako Takahashi, Naoji Yamamoto, Hideki Nakashima et al. // 30th Int. Electric Propulsion Conf. Florence, Italy: 2007. September 17–20.
22. Richard R. Hofer, James M. Haas, Alec D. Gallimore. Ion voltage diagnostics in the far-field plume of a high-specific impulse Hall thruster // 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. 2003.
23. Ion Energy Measurement of a D-55 Hall Thruster / V. Garkusha, A. Kochergin, A. Rusakov et al. // 3rd International Conference on Spacecraft Propulsion. 2000.
24. Автокомпенсация ионного пучка в ускорителе с анодным слоем / А. А. Бизюков, А. Е. Кашаба, К. Н. Середа [и др.] // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23, № 10.
25. Naoji Yamamoto, Kimiya Komurasaki, Yoshihiro Arakawa. Condition of Stable Operation in a Hall Thruster // 28th International Electric Propulsion Conference. Toulouse, France: 2003.
26. Smirnov A., Raitses Y., Fisch N.J. Controlling the Plasma Flow in the Miniaturized Cylindrical Hall Thruster // Plasma Science, IEEE Transactions on. 2008. Oct. Т. 36, № 5. С. 1998–2003.
27. E. Y. Choueiri. Plasma oscillations in Hall thrusters // Phys. Plasmas. 2001. Vol. 8, no. 4. P. 1411–1426.

28. Математическое моделирование разряда в канале холловского плазменного двигателя / Александров А. Ф., Вавилин К. В., Кралькина Е. А. [и др.] // 37 международная (Звенигородская) конференция по физике плазмы и УТС. 2010.
29. Justin W. Koo, Iain D. Boyd. Modeling of anomalous electron mobility in Hall thrusters // Physics of Plasmas (1994-present). 2006. Vol. 13, no. 3. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/13/3/10.1063/1.2172191>.
30. A. Knoll, N. Gascon, M. Cappelli. Numerical Simulation of High Frequency Wave Coupling within a Hall Thruster // 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. 2007. July 8–11.
31. J.C. Adam, A. Héron, G. Laval. Study of stationary plasma thrusters using two-dimensional fully kinetic simulations // Phys. Plasmas. 2004. Vol. 11. P. 295–305. <http://link.aip.org/link/doi/10.1063/1.1632904>.
32. P. Coche, L. Garrigues. A two-dimensional (azimuthal-axial) particle-in-cell model of a Hall thruster // Physics of Plasmas (1994-present). 2014. T. 21, № 2. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/21/2/10.1063/1.4864625>.
33. Litvak A. A., Raitsev Y., Fisch N. J. Experimental studies of high-frequency azimuthal waves in Hall thrusters // Physics of Plasmas (1994-present). 2004. Vol. 11, no. 4. P. 1701–1705. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/11/4/10.1063/1.1634564>.
34. Turbulence measurements by collective Thomson scattering in cross-field discharges / S. Tsikata, C. Honore, D. Gresillon et al. // 30th International Conference on Phenomena in Ionized Gases. Queens University Belfast, UK: 2011. August 28 – September 2.
35. Д.А. Томилин, О.А. Горшков, А.А. Шагайда. Экспериментальные исследования структуры высокочастотных возмущений за срезом разрядного канала СПД с высоким удельным импульсом // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 3. С. 298–303.

36. Tomilin D. Gradient instabilities of electromagnetic waves in Hall thruster plasma // *Physics of Plasmas* (1994-present). 2013. Vol. 20, no. 4. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/20/4/10.1063/1.4799549>.
37. K. Matyash, R. Schneider, O. Kalentev et al. Numerical investigations of a cylindrical Hall thruster. <http://arxiv.org/abs/1208.4151>. 2011.
38. F. Taccogna, P. Minelli. Three-Dimensional Fully Kinetic Particle-in-Cell Model of Hall-Effect Thruster // *The 32nd International Electric Propulsion Conference*. 2011.
39. Three-dimensional numerical investigation of electron transport with rotating spoke in a cylindrical anode layer Hall plasma accelerator / D. L. Tang, S. F. Geng, X. M. Qiu et al. // *Physics of Plasmas* (1994-present). 2012. Vol. 19, no. 7. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/19/7/10.1063/1.4740066>.
40. Comment on “Three-dimensional numerical investigation of electron transport with rotating spoke in a cylindrical anode layer Hall plasma accelerator” [*Phys. Plasmas* 19, 073519 (2012)] / C. L. Ellison, K. Matyash, J. B. Parker et al. // *Physics of Plasmas* (1994-present). 2013. Vol. 20, no. 1. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/20/1/10.1063/1.4773895>.
41. A Characterization of Plasma Fluctuations within a Hall Discharge / Enrico Chesta, Cheryl M. Lam, Nathan B. Meeza et al. // *IEEE transactions on plasma science*. 2001. Vol. 29, no. 4.
42. Measurement of Cross-Field Electron Current in a Hall Thruster Due to Rotating Spoke Instabilities / Michael S. McDonald, Christopher K. Bellant, Brandon A. St. Pierre et al. // *47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. 2011. 31 July – 3 August.
43. Diego Escobar, Eduardo Ahedo. Low-frequency azimuthal stability analysis of Hall thrusters // *48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf. & Exhibit*. Atlanta, Georgia: 2012. July 30 – August 1.

44. Diego Escobar, Eduardo Ahedo. Global stability analysis of azimuthal oscillations in Hall Thrusters // 33rd International Electric Propulsion Conference. The George Washington University: 2013. October 6–10.
45. Feedback control of an azimuthal oscillation in the  $E \times B$  discharge of Hall thrusters / M. E. Griswold, C. L. Ellison, Y. Raiteses et al. // Physics of Plasmas (1994-present). 2012. Vol. 19, no. 5. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/19/5/10.1063/1.4719713>.
46. Kinetic effects in a Hall thruster discharge / I. D. Kaganovich, Y. Raiteses, D. Sydorenko et al. // Physics of Plasmas (1994-present). 2007. Vol. 14, no. 5. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/14/5/10.1063/1.2709865>.
47. Батищев Олег Викторович. Кинетические модели столкновительной плазмы для установок УТС и космических двигателей. // Диссертация на соискание д.ф.-м.н., МФТИ. 2001.
48. Иришков Сергей Валерьевич. Численное моделирование динамики плазмы в холловском двигателе. // Диссертация на соискание к.ф.-м.н., Москва, ФГУП исследовательский центр имени М.В.Келдыша. 2006.
49. A Numerical Study of Low-Frequency Discharge Oscillations in Hall Thrusters / S. Barral, V. Lapuerta, A. Sancho et al. // 29th Int. Electric Propulsion Conf. Princeton University: 2005. October 31 – November 4.
50. S. Barral, E. Ahedo. On the Origin of Low Frequency Oscillations in Hall Thrusters // PLASMA 2007: International Conference on Research and Applications of Plasmas / Ed. by H. J. Hartfuss, M. Dudeck, J. Musielok et al. Vol. 993 of *American Institute of Physics Conference Series*. 2008. P. 439–442.
51. Wang C., Wei L., Yu D. A Basic Predator-Prey Type Model for Low Frequency Discharge Oscillations in Hall Thrusters // Contributions to Plasma Physics. 2011. Vol. 51, no. 10. P. 981–988. <http://dx.doi.org/10.1002/ctpp.201100040>.
52. Particle Simulation of Plasma Dynamics Inside an Anode-Layer Hall Thruster / Kimiya Komurasaki, Shigeru Yokota, Shinsuke Yasui et al. // 40th

- AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. 2004. July 11–14.
53. Shigeru Yokota, Kimiya Komurasaki, Yoshihiro Arakawa. Space Potential Fluctuation in an Anode-layer Hall Thruster // 29th International Electric Propulsion Conference. 2005. October 31 – November 4.
  54. Suppression of Discharge Current Oscillations in a Hall Thruster / Naoji Yamamoto, Shigeru Y. Okota, Keiko W. Atanabe et al. // Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci. 2005. Vol. 48, no. 161. P. 169–174.
  55. J. Vaudolon, B. Khair, S. Mazouffre. Low and High Frequency Oscillations of the Accelerating Electric Field in a Hall Thruster // 33rd International Electric Propulsion Conference / The George Washington University. Washington, D.C., USA: 2013. October 6–10.
  56. Kentaro Hara, Iain D. Boyd. Low Frequency Oscillation Analysis of a Hall Thruster Using a One-Dimensional Hybrid-Direct Kinetic Simulation // 33rd International Electric Propulsion Conference. 2013. October 6–10.
  57. C.L. Ellison, Y. Raitses, N. J. Fisch. Fast Camera Imaging of Hall Thruster Ignition // IEEE Transactions on Plasma Science. 2011. Vol. 39, no. 11. <http://dx.doi.org/10.1109/TPS.2011.2121925>.
  58. Lobbia Robert Bryant. A Time-resolved Investigation of the Hall Thruster Breathing Mode. Ph.D. thesis: University of Michigan, Horace H. Rackham School of Graduate Studies. 2010. <http://deepblue.lib.umich.edu/handle/2027.42/76022>.
  59. CCD Images of Hall Effect Thruster Plume Dynamics After Ultrafast Current Ignition / V. Vial, S. Mazouffre, M. Prioul et al. // IEEE Transactions on Plasma Science. 2005. Vol. 33, no. 2. <http://dx.doi.org/10.1109/TPS.2005.845363>.
  60. Characteristics of a two-stage ion accelerator with an anode layer / S.D. Grishin, V.S. Erofeev, A.V. Zharinov et al. // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1978. Vol. 19, no. 2. P. 166–173.

61. The Secondary Electron Yield of Technical Materials and its Variaton with Surface Treatments / V. Baglin, J. Bojko, O. Gröbner et al. // Seventh European Particle Accelerator Conference. 2000. <http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/e00/PAPERS/THXF102.pdf>.
62. Yoshiki Yamagiwa, Kyoichi Kuriki. Performance of Double-Stage-Discharge Hall Ion Thruster // Journal of Propulsion and Power. 1991. T. 7, № 1. C. 65–70.
63. Richard R. Hofer, Peter Y. Peterson, Alec D. Gallimore. A High Specific Impulse Two-Stage Hall Thruster with Plasma Lens Focusing // 27th International Electric Propulsion Conference. Pasadena, CA: 2001. October 15–19.
64. Development of an Annular Helicon Source for Electric Propulsion Applications / Brian E. Beal, Alec D. Gallimore, David P. Morris [и др.] // 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Sacramento, California: 2006. July 9–12.
65. Adam Shabshelowitz, Alec D. Gallimore, Peter Y. Peterson. Performance of a Helicon Hall Thruster Operating with Xenon, Argon, and Nitrogen // 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Atlanta, Georgia: 2012. 30 July – 1 August.
66. P. Y. Peterson. The Development and Characterization of a Two-Stage Hybrid Hall/Ion Thruster. Ph.D. thesis: University of Michigan. 2004.
67. Modeling of an advanced concept of a double stage Hall effect thruster / L. Garrigues, C. Boniface, G. J. M. Hagelaar et al. // Physics of Plasmas (1994-present). 2008. Vol. 15, no. 11. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/15/11/10.1063/1.3013541>.
68. High voltage TAL performance / David Jacobson, Robert Jankovsky, Vincent Rawlin et al. // 37th Joint Propulsion Conference and Exhibit. 2001.
69. [http://www.busek.com/technologies\\_\\_hall.htm](http://www.busek.com/technologies__hall.htm).
70. Conducting Wall Hall Thrusters / Dan M. Goebel, Richard R. Hofer, Ioannis G. Mikellides et al. // 33rd International Electric Propulsion Conference /



The George Washington University. Washington, D.C., USA: 2013. October 6–10.

71. Investigation of two discharge configurations in the CAMILA Hall thruster by the particle-in-cell method / Igal Kronhaus, Alexander Kapulkin, Moshe Guelman et al. // Plasma Sources Science and Technology. 2012. Vol. 21, no. 3. <http://stacks.iop.org/0963-0252/21/i=3/a=035005>.
72. Ion velocity and plasma potential measurements of a cylindrical cusped field thruster / N. A. MacDonald, C. V. Young, M. A. Cappelli et al. // Journal of Applied Physics. 2012. Vol. 111, no. 9. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/111/9/10.1063/1.4707953>.
73. Magnetohydrodynamics and particle-in-cell codes simulation of plasma processes in micro HEMP-Thrusters / Tim Brandt, Rodion Groll, Frank Jansen et al. // 33rd International Electric Propulsion Conference. 2013. October 6–10.
74. Daniel G. Courtney, Manuel Martínez-Sánchez. Diverging Cusped-Field Hall Thruster (DCHT) // 30th International Electric Propulsion Conference. Florence, Italy: 2007. September 17–20.
75. Particle-in-cell simulations for the effect of magnetic field strength on a cusped field thruster / Y. J. Zhao, H. Liu, D. R. Yu et al. // Journal of Physics D: Applied Physics. 2014. Vol. 47, no. 4. <http://stacks.iop.org/0022-3727/47/i=4/a=045201>.
76. Justin William Koo. Hybrid PIC-MCC computational modeling of hall thrusters. Ph.D. thesis: The University of Michigan. 2005.
77. Simple One-dimensional calculation of Hall Thruster flowfields / H. Tahara, T. Fujioka, A. Shirasaki et al. // 28th International Electric Propulsion Conference. No. IEPC 03-016. Toulouse: 2003. [http://erps.spacegrant.org/uploads/images/images/iepc\\_articledownload\\_1988-2007/2003index/0016-0303iepc-full.pdf](http://erps.spacegrant.org/uploads/images/images/iepc_articledownload_1988-2007/2003index/0016-0303iepc-full.pdf).

78. Roy Subrata, Pandey B. P. Development of a Finite Element-Based Hall-Thruster Model // Journal of Propulsion and Power. 2003. Vol. 19, no. 5. P. 964–975. doi: 10.2514/2.6190.
79. Subrata Roy, B. P. Pandey. Plasma-Wall interaction inside a Hall thruster // Journal of Plasma Physics. 2002. Vol. 64, no. 4. P. 305–319.
80. Kwon K., Walker M. L. R., Mavris D. N. Self-consistent, one-dimensional analysis of the Hall effect thruster // Plasma Sources Science and Technology. 2011. Vol. 20, no. 4. P. 045021. <http://stacks.iop.org/0963-0252/20/i=4/a=045021>.
81. Hara K., Boyd I. D., Kolobov V. I. One-dimensional hybrid-direct kinetic simulation of the discharge plasma in a Hall thruster // Physics of Plasmas (1994-present). 2012. Vol. 19, no. 11. P. –. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/19/11/10.1063/1.4768430>.
82. Экспериментальные исследования макета холловского двигателя / Ермилов А.Н., Коваленко Ю.А., Коваленко А.Ю. [и др.] // Теплофизика высоких температур. 2008. Т. 46, № 4. С. 588.
83. Новичков Д. Н., Ермилов А. Н., Сапронова Т. М., Чернышев Т. В. Исследование тяговых характеристик макета холловского реактивного двигателя с полым анодом // ТВТ. 2013. Т. 51, № 3. С. 375–380.
84. Ермилов А.Н., Ерошенков В.Ф., Коваленко Ю.А., Королёв С.В., Чернышев Т.В., Шумилин А.П. Особенности зажигания интенсивного несамостоятельного разряда в скрещенных полях с термоэмиссионным катодом // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51, № 4. С. 497.
85. Discharge plasma fluctuations in hall thrusters / N. Yamamoto, T. Nakagawa, K. Komurasaki et al. // Vacuum. 2002. Vol. 65, no. 3–4. P. 375–381. 3rd International Symposium on Applied Plasma Science (ISAPS 01). <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0042207X01004456>.
86. Extending Stable Operation Range in Hall Thrusters / N. Yamamoto, T. Nakagawa, K. Komurasaki et al. // 38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. 2002.

87. Физическая Энциклопедия / под ред. А. М. Прохорова. Большая Российская Энциклопедия., 1998.
88. Shumilin V. P., Shumilin A. V., Shumilin N. V. A simple model to determine the interrelation between the integral characteristics of hall thrusters // Plasma Phys. Rep. 2014. Vol. 40, no. 3. P. 229–238.
89. Коваленко Алексей Юрьевич. Моделирование газовых разрядов в скрещенных электрическом и магнитном полях. // Диссертация на соискание к.ф.-м.н., Москва, ГУП ВЭИ. 2005.
90. Ермилов А.Н., Ерошенков В.Ф., Новичков Д.Н., Коваленко Ю.А., Сапронова Т.М., Королёв С.В., Чернышёв Т.В., Шумилин А.П. Экспериментальное исследование области существования интенсивного несамостоятельного разряда в скрещенных полях // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51, № 5. С. 670.
91. Индукционный метод измерения азимутального дрейфового тока в ускорителях с замкнутым дрейфом электронов / Демьяненко В.Н., Зубков И.П., Лебедев С.В. [и др.] // Журнал технической физики. 1978. Т. 48, № 3. С. 634.
92. Ермилов А.Н., Ерошенков В.Ф., Новичков Д.Н., Коваленко Ю.А., Сапронова Т.М., Чернышёв Т.В., Шумилин А.П. Об осцилляциях холловского тока в двигателе с анодным слоем // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52, № 3. С. 371–380.
93. Лукьянов С.Ю. Горячая плазма и управляемый ядерный синтез. Издательство «НАУКА», 1975.
94. Modelling the behaviour of a Hall current plasma accelerator / J. Ashkenazy, A. Fruchtman, Y. Raitses et al. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 1999. Vol. 41, no. 3A. P. A357. <http://stacks.iop.org/0741-3335/41/i=3A/a=029>.
95. Chikhachev A.S., Saproнова Т.М. An acoustic singularity of a plasma flow in a hall accelerator (thruster) // Journal of Communications Technology and Electronics. 2010. Vol. 55, no. 3A. P. 347–351.

96. Physics of Hall-effect thruster by particle model / F. Taccogna, P. Minelli, M. Capitelli et al. // AIP Conference Proceedings. 2012. Vol. 1501, no. 1. P. 1390–1399. <http://scitation.aip.org/content/aip/proceeding/aipcp/10.1063/1.4769702>.
97. Birdsall Charles K, Fuss Dieter. Clouds-in-clouds, clouds-in-cells physics for many-body plasma simulation // Journal of Computational Physics. 1969. T. 3, № 4. C. 494–511. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999169900588>.
98. Borodachev L., Kolomiets D. Calculation of particle dynamics in the non-radiative model of plasma // Mathematical Models and Computer Simulations. 2011. Vol. 3, no. 3. P. 357–364. <http://dx.doi.org/10.1134/S2070048211030045>.
99. Remote Diagnostic Measurements of Hall Thruster Plumes / Casey C. Farnell, Daniel L. Brown, Garret M. Willis et al. // 31st International Electric Propulsion Conference. 2009. IEPC-2009-031.
100. Fox J. M. Advances in Fully-Kinetic PIC Simulations of a Near-Vacuum Hall Thruster and Other Plasma Systems. Ph.D. thesis: Massachusetts Institute Of Technology. 2007.
101. C. B. Opal, W. K. Peterson, E. C. Beaty. Measurements of Secondary Electron Spectra Produced by Electron Impact Ionization of a Number of Simple Gases // J. Chem. Phys. 1971. Vol. 55, no. 2. P. 4100–4106.
102. Particle-in-cell simulation of a double stage Hall thruster / Daren Yu, Mao-jiang Song, H. Liu et al. // Physics of Plasmas (1994-present). 2012. Vol. 19, no. 3. P. –. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/19/3/10.1063/1.3688903>.
103. The results of experimental and theoretic investigation moment of ignition of ion-plasma DAS engines with thermoionic neutralization cathodes / T. Chernyshov, A. Ermilov, V. Eroshenkov et al. // Beam Dynamics and Optimization (BDO), 2014 20th International Workshop on. 2014. June. P. 1–2.

104. Hayashi M. Determination of electron-xenon total excitation cross-sections, from threshold to 100 eV, from experimental values of Townsend's  $\alpha$  // Journal of Physics D: Applied Physics. 1983. Vol. 16, no. 4. P. 581. <http://stacks.iop.org/0022-3727/16/i=4/a=018>.
105. Comparisons of sets of electron-neutral scattering cross sections and swarm parameters in noble gases: III. Krypton and xenon / M. C. Bordage, S. F. Biagi, L. L. Alves et al. // Journal of Physics D: Applied Physics. 2013. Vol. 46, no. 33. P. 334003. <http://stacks.iop.org/0022-3727/46/i=33/a=334003>.
106. Puech V., Mizzi S. Collision cross sections and transport parameters in neon and xenon // Journal of Physics D: Applied Physics. 1991. Vol. 24, no. 11. P. 1974. <http://stacks.iop.org/0022-3727/24/i=11/a=011>.
107. Ткачев А.Н., Яковленко С.И. Моделирование формирования плазмы в прикатодном слое разряда эффективных эксилламп // ЖТФ. 2003. Т. 73, № 2. С. 56.
108. Смирнов Борис Михайлович. Строение атома и процесс резонансной перезарядки // Успехи физических наук. 2001. Т. 171, № 3. С. 233–266.

# Приложение А

## Сечения столкновений (Хе)

Сечения упругих столкновений  $\sigma_{EL}$ , однократной ионизации  $\sigma_{IZ}$  и возбуждения первого и второго резонансных уровней  $\sigma_{E1}$ ,  $\sigma_{E2}$  взяты из работ [104–106], используемые аппроксимации из работы [107]:

$$\sigma_{EL}(\mathcal{E}_0 [\text{эВ}]) = \left[ \frac{2\mathcal{E}_0^2}{1 + 0.0045\mathcal{E}_0^3} + 12 \exp(-6.6\mathcal{E}_0^{1.1}) / \sqrt{\mathcal{E}_0} \right] \cdot 10^{-16} \text{ см}^2. \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_{IZ}(\mathcal{E}_0 [\text{эВ}]) = \frac{(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_{IZ})^{1.25}}{1 + 0.0032(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_{IZ})^{1.77}} \cdot 16 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2, \quad (\text{A.2})$$

где  $\mathcal{E}_{IZ} = 12.13 \text{ эВ}$  — порог ионизации.

$$\sigma_{E1}(\mathcal{E}_0 [\text{эВ}]) = \frac{\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_{E1}}{(\mathcal{E}_0 - 2\mathcal{E}_{E1} + 23)^2} \cdot 9.75 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2, \quad (\text{A.3})$$

где  $\mathcal{E}_{E1} = 8.437 \text{ эВ}$  — первый резонансный уровень.

$$\sigma_{E2}(\mathcal{E}_0 [\text{эВ}]) = \frac{\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_{E2}}{(\mathcal{E}_0 - 2\mathcal{E}_{E2} + 30)^2} \cdot 8.7 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2, \quad (\text{A.4})$$

где  $\mathcal{E}_{E2} = 9.57 \text{ эВ}$  — второй резонансный уровень. Для сечения резонансной перезарядки используется аппроксимация из обзора [108]:

$$\sigma_{CE}(\mathcal{E}_0 [\text{эВ}]) = [87.3 - 13.6 \cdot \log_{10}(\mathcal{E}_0)] \cdot 10^{-16} \text{ см}^2, \quad (\text{A.5})$$

Используемые сечения показаны на рис. А.1.

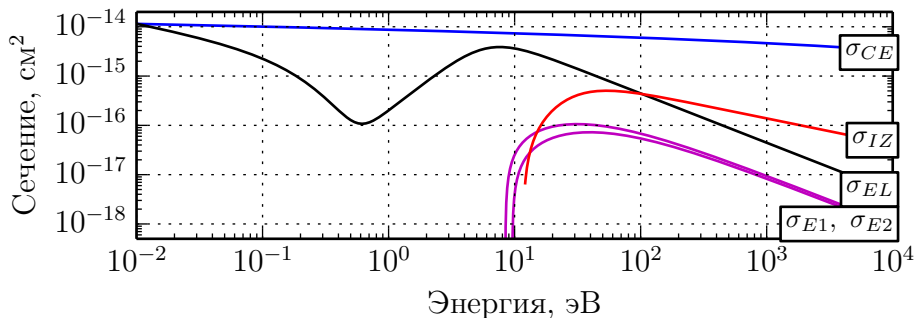


Рисунок А.1. Сечения столкновений для Хе.